

コンクリートばりにおける塑性ヒンジの生成に関する研究

STUDIES ON THE YIELD OF PLASTIC HINGE IN CONCRETE BEAMS

岡田 清*・小柳 治**
By Kiyoshi Okada and Wataru Koyanagi

1. 緒 言

近時構造物の真の強度にもとづく、明確な安全率を持つ設計理論の必要性がますます重視されてきている。すなわち材料の弾性破損から導かれる従来の弾性設計理論にたいし、実際の構造物の破壊にもとづく塑性設計理論が大きくとりあげられつつある。鋼構造物においては材料の持つ延性により実際の構造物に塑性ヒンジの生成を加味した塑性設計理論の適用がなされているが、コンクリート構造においては材料の特性からこの塑性ヒンジの生成についてはいまだ明確になされていない。筆者らは鉄筋コンクリート（以下RCと略）ならびにプレストレストコンクリート（以下PCと略）構造における塑性ヒンジの生成について検討するため、基本的な静的曲げ載荷をうける単純ばり、および不静定構造としての2スパン連続ばりの試験を行ない、塑性回転およびモーメント再分配の状況をもとに考察を加えた。以下代表的な結果について報告する。

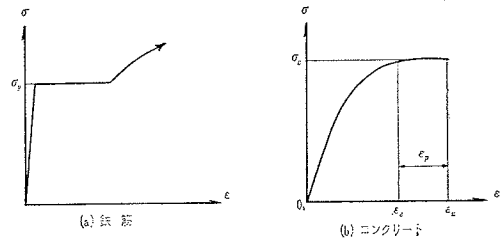
2. 塑性回転能

塑性ヒンジが生成するためにはその断面における塑性回転能が十分であることが必要である。コンクリート部材に曲げ載荷を行なった場合、荷重の増大につれては弾性域から塑性域に入ってゆく。この部材の塑性回転は明確な降伏点をもち理想的な弾塑性材料と近似できる軟鋼のものとはおのずから異なっている。以下明確な降伏点をもつ鋼で補強された代表的なRC部材と、高強度で明確な降伏点をもたないPC鋼で補強された代表的なPC部材について概説する。

RCはりの場合は、(i) 鉄筋比 p がつりあい鉄筋比 p_0 より大なる場合、(ii) $p = p_0$ の場合、(iii) p が p_0 より小なる場合があるが、いずれの場合でもはりは塑性領域に入り塑性回転を生じて破壊にいたる（ここでつりあい鉄筋比 p_0 は鉄筋が降伏点応力に達すると同時にコンクリートが圧潰するような鉄筋比と定義する）。しかしながら、(i)、(ii) の場合は鉄筋は降伏せず、コンクリートのみが塑性域に入り回転を生ずるもので、コンクリートヒンジと名づける。(iii) の場合は鉄筋も降伏状態に達するのでこれをスチールヒンジと呼ぶ。コンク

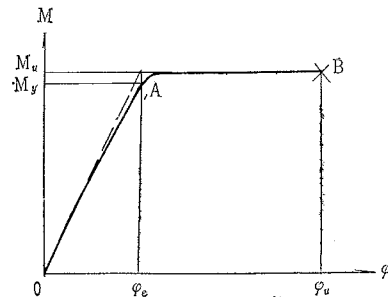
リートヒンジは概念的には得られるがその回転量はスチールヒンジに比して非常に小さく、塑性ヒンジとして十分に働らくかどうかは疑問である。ゆえに塑性ヒンジとしてはスチールヒンジをとるほうが妥当であろう。鉄筋の応力-ひずみ曲線は降伏点までは弾性的であり、それ以後塑性硬化を示すまでに相当大なる平坦な降伏通り場を有する（図-1(a)）。コンクリートの応力-ひずみ曲線は弾性域から徐々に塑性域に入り、短い平坦部を有するが圧潰によりただちに終止する（図-1(b)）。

図-1 鉄筋とコンクリートの応力-ひずみ曲線



引張鉄筋が降伏した時のはりの曲げモーメントを M_y 、破壊モーメントを M_u とする。鉄筋の塑性硬化を考慮しなければ M_y と M_u との差は少なく、モーメント-曲率の関係は図-2で示される。この曲線は理想的弾塑性材料と近似しうるが、コンクリートの圧潰により構造が破壊するため塑性ヒンジの生成を考慮するには、回転の限界を求めることが必要となる。塑性回転の全曲率は $(\varphi_u - \varphi_e)$ にて求められる（図-2参照）。

図-2 RCはりのモーメント-曲率曲線

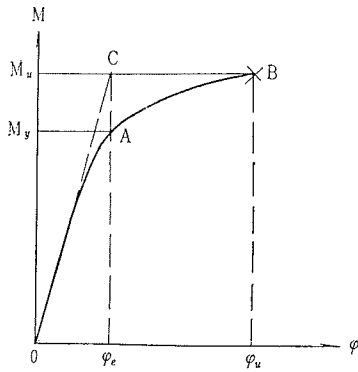


PCで用いられるPC鋼材は（RCでも冷間加工した高張力鋼は同様であるが）一般に明確な降伏を示さず破断にいたる。PCはりのモーメント-曲率曲線は最終的には鋼材の応力-ひずみ曲線に依存するため図-3のように明確な降伏点が現われず、モーメントの増大は塑性

* 正員 工博 京都大学教授 工学部土木工学科

** 正員 工修 京都大学助教授 工学部土木工学科

図-3 P C ばりのモーメント-曲率曲線



$$\theta_p = \frac{4 \cdot \delta_p}{l} \dots \dots \dots (3) \text{ 中央載荷}$$

$$\theta_p = \frac{4 \cdot \delta_p}{l-a} \dots \dots \dots (4) \text{ 3等分点載荷}$$

ただし、 l : スパン長、 a : 荷重間隔。

一般に塑性回転はひびわれ部分に集中して生じ、塑性ヒンジ長もひびわれの分布、またはその幅の影響をうけると考えられるがこれらの点については不明確である。したがって本研究では先に述べた仮定にもとづき、ひびわれ部分をふくめた塑性ヒンジ部分の全塑性回転角 θ_p をもとに考察した。

3. 試験の種類

RCおよびPCの単純ばり(計88本)について塑性回転能に関する試験を行ない、つづいてRCおよびPCの2スパン連続ばり(計32本)について試験を行なった。試験の種類と供試体諸数値をまとめて表-1に示す。

表-1 試験種別および供試体諸数値

供試体番号	鉄筋種別	使用鉄筋 (mm) 引張力/圧縮割	コンクリート設計強度 (kg/cm ²)	供試体断面および載荷方法 (単位: cm)
A-a / A-b	普通丸鋼	2φ6 2φ9 2φ13 2φ16	200/400	10×15×140 40, 40, 40
B-a	SS41	2φ6 2φ9 2φ13 2φ16	200	10×15×140 55, 55
B-b		2φ6 2φ9 2φ13 2φ16	400	10×15×140 55, 55
C-a / C-b	普通丸鋼 / SS50	2φ16 / 2φ9 2φ9 / 2φ16	200/300	10×20×140 60, 60
D-a / D-b	異形丸鋼 / SSD50	2φ16 / 2φ9 2φ9 / 2φ16	200/300	10×20×140 60, 60
E-a / E-b	高周波焼入第3種鋼筋	φ10 φ14	200/400	10×15×140 40, 40, 40
F-a / F-b	高周波焼入	φ10 φ12 φ14	400	10×20×140 40, 40, 40
G-a / G-b	第2種鋼棒	φ10 φ12 φ10 φ14 φ10 φ12	400/300	10×20×140 60, 60
H-a	B-aに同じ			10×15×260 55, 55, 55, 55
H-b	B-bに同じ			10×15×260 55, 55, 55, 55
I-a / I-b	C-a/C-bに同じ			10×20×260
J-a / J-b	D-a/D-bに同じ			10×20×260 60, 60, 60, 60
K-a / K-b	G-a/G-bに同じ			10×20×260

以下順次試験概要および結果を各項に分けて述べる。

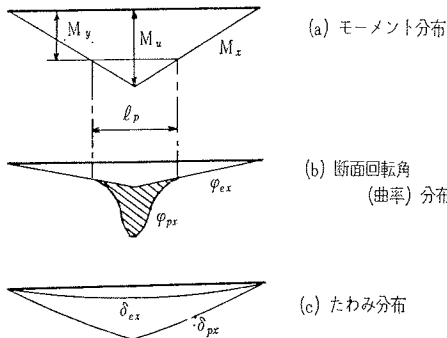
4. RC 単純ばりの塑性回転能に関する試験

(1) 供試体製作と試験法

塑性回転能に影響を与える主要因子として使用鉄筋材質、鉄筋比、鉄筋配置、コンクリート強度を考え、また載荷方法をかえて22種のはりについて試験を行なった。これらは大別してA~Dの4種に分けられる(供試体諸数値は表-1参照)。使用鉄筋の機械的性質を表-2に示す。各はりはせん断破壊にたいする補強のためφ6mm鉄筋のスターラップを10cm間隔に配置した。なお試験はいずれもはり2本を1組として行なった。

域においてもみられ、最終的にコンクリート圧潰によってはりは破壊する。この場合降伏モーメントの定義は困難であるが、ここでは初接線をのぼして M_u と一致したC点から ϕ 軸に垂線を下し曲線との交点Aをもって降伏点と定義する。また塑性回転のひずみ曲率(あるいは塑性断面回転角)は $(\phi_u - \phi_e)$ をとることとする。

図-4



はりに静的曲げ荷重を加えた場合のモーメント図は1点載荷の場合は図-4(a)で示される。本図でモーメントが降伏モーメントを越えた部分を塑性ヒンジとし、この材軸長を塑性ヒンジ長 l_p とする。断面回転角は図-4(b)で与えられるように弾性部分 ϕ_{ex} と塑性部分 ϕ_{px} とに分けられる。同様にたわみは図-4(c)となる。このとき塑性ヒンジの回転量は次式で与えられる。

$$\theta_p = \int_0^{l_p} \phi_{px} \cdot dx \dots \dots \dots (1)$$

または

$$\theta_p = 2 \sum_{i=0}^n \frac{\Delta \phi_{pxi}}{\Delta x_i} \dots \dots \dots (2)$$

ただし $x_0=0, x_n=l/2$

しかしながら実際のはりでは ϕ_{px} の分布または δ_{px} の分布を決定することはきわめて困難である。このため θ_p が載荷点に集中すると仮定すれば載荷点の最終的な塑性たわみ δ_p を用いて式(2)から塑性回転角を推定できる。

表-2 使用鉄筋の機械的性質

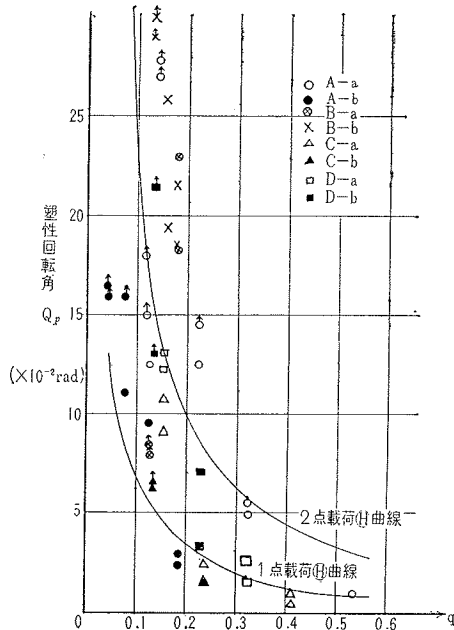
公称直径 (mm)	材質	抗張力 (kg/mm ²)	降伏点 (kg/mm ²)	伸び (%)	
16	SS 41	41.9	28.7	33.1	試験 A, B, H に使用
13		40.6	28.4	30.2	
9		46.4	35.5	32.6	
6		56.4	—	—	
16	SS 50	54.4	35.8	30.0	試験 C, I に使用
9		57.1	39.8	28.0	
16	SSD 50	65.1	37.1	28.0	試験 D, J に使用
9		61.2	42.1	33.0	

はり試験はリレー式万能試験機によって行なった。測定は電気抵抗線ひずみ計による載荷断面のひずみ測定と、ダイヤルゲージ (1/100 mm) による載荷点ならびに 1/4 点 (3 等分点載荷の場合には中央点) のたわみ測定を行なった。このほか資料の解析には試験機の自記荷重変形記録紙を併用した。

(2) 測定結果

A~D シリーズの各はりの塑性回転角 (以下 θ_p と略) はそれぞれの塑性たわみから式 (3), (4) を用いて算定した。ただし塑性たわみ δ_p は載荷点の最終たわみからはり降伏時の弾性たわみを減じて求めた。しかしながら最終たわみ量は同一種類のはりでも破壊モーメントの測定値に比してばらつきが大であり、また試験機の容量から最終たわみまで測定できず、途中で測定を中止したものもある。これら θ_p と鉄筋指数 (reinforcement index) q との関係を図-5 に示す。ここに q は塑性回転能を

図-5 RC ばり塑性回転角と鉄筋指数との関係



討する1つの重要なパラメーターであり破壊時の中立軸比と一致し次式で算定された。

$$q = p \frac{\sigma_y}{\sigma_c} - k_c p' \frac{\sigma_{y'}}{\sigma_c} \dots\dots\dots (5)$$

$$k_c = \frac{q - d_c'}{1 - q} \dots\dots\dots (6)$$

ここに

k_c : 圧縮鉄筋実応力の降伏点応力にたいする比

p, p' : それぞれ引張りおよび圧縮鉄筋比

$\sigma_y, \sigma_{y'}$: それぞれ引張りおよび圧縮鉄筋の降伏点応力

σ_c : コンクリートの圧縮強度

d_c' : 圧縮側かぶりの有効高さにたいする比

ただしはりのひずみ分布は最終段階まで平面保持がなりたち、コンクリートの圧縮応力は最終的に矩形分布をすと仮定してある。またコンクリートの終局圧縮ひずみは 0.003 とした。

山田博士は断面の回転エネルギーをもとにして理論的に塑性回転角 θ を求めている¹⁾。これは塑性ヒンジ領域の長さについて、圧縮側コンクリート部分を l_c 、引張り側鉄筋部分を l_t として、 l_c をはり中立軸から圧縮線までの高さ、 l_t を中立軸から鉄筋位置までの高さとして仮定すると、次式で与えられるものである。

$$\theta = \frac{q^2 + 4(1-q)(1-q/2)}{q(1-q/2)} \cdot \epsilon_p \dots\dots\dots (7) \text{ 中央点載荷}$$

$$\theta = \frac{q(a+qd) + 2(1-q)\{a + 2(1-q/2)d\}}{q(1-q/2)d} \cdot \epsilon_p \dots\dots\dots (8) \text{ 2点載荷}$$

ここに ϵ_p はコンクリートの塑性ひずみ (図-1 (b) 参照)、 a は載荷点間距離、 d は有効高さである。

図-5 には式 (7), (8) において $\epsilon_p = 0.002$ として得られた θ と q との関係をも記入してある。図-5 によれば、 θ_p は鉄筋比の増加にしたがって減少し、またコンクリート強度の増加により増大するため、 q の小さい範囲では非常に大きく q の増加にともない急激に減少している。

θ_p の測定値はばらつきが大であるがこれを θ 曲線と比較すると、2点載荷の場合は A-a シリーズ ($\sigma_c = 200 \text{ kg/cm}^2$) ではほぼ θ 曲線より大であり、A-b シリーズ ($\sigma_c = 400 \text{ kg/cm}^2$) では θ 曲線を下まわり適合性はよくない。この場合 A-b シリーズにおいてはコンクリート強度が高いのを考慮して、式 (8) の ϵ_p を 0.001 以下にとれば θ 曲線と実験とは合致する。しかし一点載荷の実験では q が同一の場合には θ_p はコンクリート強度による有意な差を生じていないので、単にコンクリートの塑性ひずみを強度の関数として導入し修正するのみでは不十分と思われる。

また普通丸鋼使用の C シリーズに比して異形丸鋼使用の D シリーズの θ_p は大となる傾向がみられる。

(3) 考察

q は θ_p の傾向を示す一つの重要な parameter と認められる。1点載荷の場合は $q > 0.2$ の範囲では実験値

と θ の理論値とは比較的近いが、 $q < 0.2$ の場合には実験値が θ 値の2~3倍以上であり θ 値の適合度は十分でない。しかしながら全試験を通して一点荷重の θ 曲線が θ_p の下限としての一応の規準を示すものと考えられる。しかし実際の θ_p はこの下限値よりはるかに大となる場合が多く、 θ_p の限界についてはさらに研究を要する問題である。

5. PC 単純ばりの塑性回転能に関する試験

(1) 供試体製作と試験法

PC鋼材量, PS導入量, コンクリート配合, 荷重方法をかえて, 表-1 E~G の22種のはりについて試験を行なった。供試体は大別して3種である。供試体 E, F は普通のPCばりであり, Eシリーズは配合を, Fシリーズでは同一鋼材でPS導入量を変化させた。Gシリーズは上下2本の鋼棒を使用する。使用鋼棒の機械的性質を表-3に示す。なおスターラップは使用しなかった。

表-3 使用鋼材の機械的性質

	公称直径 (mm)	破断荷重 (kg)	抗張力 (kg/mm ²)	降伏点 (kg/mm ²)	伸び (%)	
第3種	10	9 820	148.0	135.7	9.6	試験 Eに使用
	14	17 000	127.5	116.3	10.6	
第2種	10	7 750	117.0	102.6	9.7	試験 F,G,Kに使用
	12	11 000	115.3	108.0	9.0	
	14	14 850	111.4	102.0	8.7	

はり材令 2W でポストテンション方式によりPSを導入し, 再緊張ののちグラウトを行なった。PS導入量は 3~11 t である。なお再緊張の際のPSの減退はほとんど認められなかった。試験方法, 測定方法は 4. と同様であるが, 測定はこれに加えてHuggenberger ひずみ計(検長 10 in)による断面のひずみ測定を行なった。

(2) 測定結果

PCはりでは前述のとおり 図-3 A点をもって降伏モーメントとし, またCB間を塑性領域としてこの間のたわみ δ_p より塑性回転角 θ_p を算定した。

はり下縁にひびわれの発生した後もひずみ測定ができるよう Huggenberger ひずみ計を抵抗線ひずみ計と併用したがはりの破壊時のひずみ測定はかなり困難であった。しかしながら次式から破壊時の断面ひずみをもとに算定した終局塑性回転能は, 式(3),(4)を用いて δ_p より算定した値とよく一致することが認められた。

$$\theta_p = \varphi_p \cdot l_0, \quad \varphi_p = \varphi_u - \varphi_e, \quad \varphi = \frac{|\epsilon_c| + |\epsilon_t|}{h} \dots (9)$$

ここに ϵ_c, ϵ_t : コンクリート断面の引張側および圧縮側ひずみ

h : 引張側測点位置と圧縮側測点位置との距離

l_0 : 測長

q の算定は式(5),(6)によるが, この場合コンクリート強度 σ_c として $\phi 15 \times 30$ cm の円柱供試体圧縮強度か

らプレストレスによるはり上縁の応力を減じたものを使用する。または最大モーメントが鋼棒の抗張力 σ_t から算定した計算モーメントに近い場合は, 式(5),(6)の σ_y の代りに σ_t を使用して q を求めた。

図-6 PC ばり塑性回転角と鉄筋指数との関係

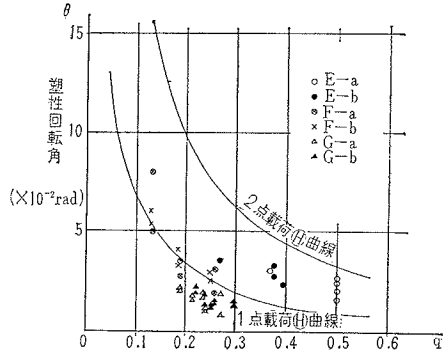
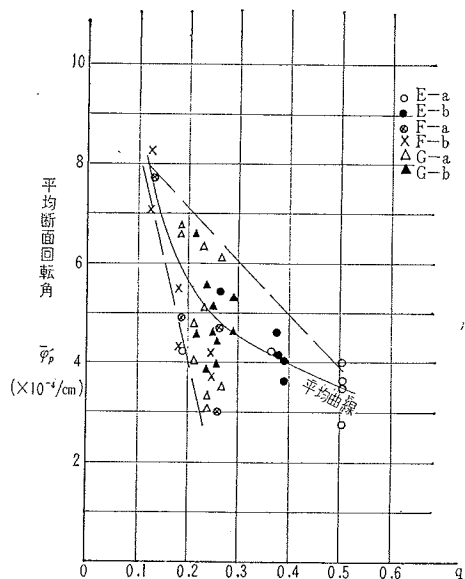


図-6 に θ_p と q との関係を示す。複鉄筋ばり(Gシリーズ, 1点荷重)は単鉄筋ばり(Fシリーズ2点荷重)にくらべて同一 q にたいしかなり小さな塑性回転を示しているが, これは鉄筋配置よりむしろ荷重方法に関連するもので, 同一荷重方法をとれば塑性域たわみと塑性回転角とは比例関係にあるが, 2点荷重の場合には塑性ヒンジ領域が長く θ_p が大となるからである。このためつぎの式(10)の塑性ヒンジ長 l_p をもとにして, ヒンジ間の平均断面回転角 $\bar{\varphi}_p$ を求め, これと q の関係を示せば 図-7 のとおりである。これによれば荷重方法の差による相違は認められない。

図-7 平均断面回転角と鉄筋指数との関係



$$l_p = (1 - M_y/M_u) \cdot l \quad \text{1点荷重}$$

$$l_p = a + (1 - M_y/M_u) \cdot (l - a) \quad \text{2点荷重} \dots (10)$$

$$\varphi_p = \frac{\theta_p}{l_p} \dots (11)$$

ここに M_y : 降伏モーメント, M_u : 破壊モーメント
 l : スパン長, a : 載荷点間距離

図-6 で示されるようにPCばりにおいても θ_p は鋼材量の増大に従い低下し, また同一鋼材量の場合 (F-a シリーズと F-b シリーズとは同一鋼材量で, PS 導入量は後者が前者の 80% となっている) には PS 導入量の差による θ_p には有意差は認めがたい。

なお, PCばりの場合塑性回転量はRCばりに比して小さく, θ_p は同一 q のRCばりの $1/2 \sim 1/3$ 以下となっている。これは一つはコンクリートの塑性ひずみあるいは延び性能よりむしろ鋼棒の応力ひずみ関係に関連し, またPCばりではRCばりに比してひびわれが集中することおよび降伏モーメントのとり方に起因するものと考えられる。

(3) 考察

PCばりにおいてもかなりの塑性回転が認められたが理想的な弾塑性挙動を示す降伏と近似することはできず徐々に弾性域から塑性域に移行し破壊にいたると考えなければならぬ。

終局強度の 80% および 90% の荷重段階における塑性回転角 θ_p' の終局塑性回転角 θ_p にたいする比 θ_p'/θ_p は q の値には関係なく, F シリーズでは $P=0.8 P_u, P=0.9 P_u$ でそれぞれ 0.52~0.5, 0.5~0.8 となり, G シリーズでは $P=0.8 P_u, P=0.9 P_u$ においてそれぞれ 0.1~0.25, 0.3~0.4 程度であった。

$\bar{\theta}_p$ による表示は載荷方法による差が除去される点で有利であるが, 塑性ヒンジ長 L_p のとり方になお問題点がある。

6. RC 連続ばりの試験

(1) 供試体製作と試験法

供試体 H,I,J は 4. 試験の各 B,C,D ばりに対応し, 鉄筋種別, 鉄筋材質, 鉄筋量, コンクリート強度を変えた 10 種のばりを作成した (表-1 参照)。

試験は 2 スパン等スパン連続ばりとし, 各スパン中央点に載荷を行なった。測定は抵抗線ひずみ計による載荷断面のひずみ測定, ダイヤルゲージによる各載荷点のたわみ測定のほか, I,J ばりではモーメント再分配の状況を求めるためロードセルを支点下に設置した。

(2) 測定結果

連続ばりにおいてはモーメント再分配の状況を正確には定められないので表-4 のように試験結果はすべて荷重によって示す。これらはいずれも 2 本のばりの平均である。また同表には備考としてばりの破壊状況を加えている。

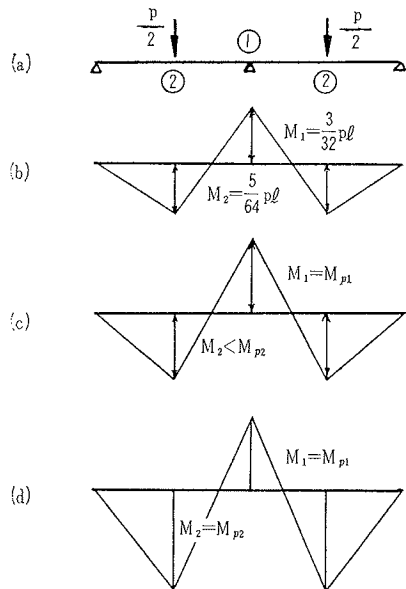
2 スパン連続ばりに載荷を行なった場合のモーメント分布の状況を図-8 に示す。(a) 図の荷重状態に対応したモーメント分布は (b) 図である。いま荷重を増加して

表-4 RC 連続ばり試験結果

供試体番号	降伏荷重 P_y (t)	破壊荷重 P_u (t)	降伏域たわみ θ_p (mm)	備考
H-a-1	3.84	4.06	(25)*	曲げ破壊
H-a-2	6.23	7.29	(25)*	"
H-a-3	8.73	8.88	3	せん断破壊
H-b-1	6.25	7.65	36	曲げ破壊
H-b-2	11.00	11.64	9	"
H-b-3	13.16	13.16	0	せん断破壊
I-a-1	11.18	12.34	4.78	曲げ破壊
I-b-1	16.93	17.35	2.88	"
J-a-1	12.93	13.80	2.83	せん断破壊
J-b-1	17.86	17.86	2.03	曲げ破壊

* 印はこの数値以上のたわみを示すことを表わす。

図-8 連続ばりモーメント分布



ゆき最大モーメントが支点上の抵抗モーメント M_{p1} に達したとする (c 図)。ここで塑性ヒンジが生成しなければ (c) 図が最終的なモーメント分布である。もしこの構造に塑性ヒンジが生成すれば, 中央支点上は塑性ヒンジとなりモーメント再分配が行なわれる。すなわち支点上のモーメントは一定 ($=M_{p1}$) のままで, スパン中央モーメントがその抵抗モーメント M_{p2} に達するまで荷重が増大し (d) 図の状態となる。支点およびスパン中央のモーメントがおのおのの抵抗モーメントに達したとき 3 個の塑性ヒンジが生成し, 連続ばりは自由回転を生ずるため構造物は破壊する。

以上は理想的弾塑性材料の場合であるが, コンクリート構造では第 1 ヒンジが生成しても第 2 ヒンジが生成するまでにヒンジ部分のコンクリートが回転の途中で圧潰する可能性があり, 完全なる塑性ヒンジが生成するためには種々の条件が考慮されねばならない。

塑性ヒンジ生成の有無を明確にするため表-5 に試験結果と算定破壊荷重との比を示す。第 1 ヒンジ生成断面

表一五 RC 連続ばり強度の算定値にたいする比

供試体番号	①	②	③	④
	ヒンジ不生成の場合	塑性ヒンジ生成の場合		
	P_u/P_{Su}	P_u/P_{Sy}	P_u/P_{Su}	P_u/P_{ST}
H-a-1	1.71	1.61	1.51	1.67
H-a-2	1.30	1.24	1.15	1.43
H-a-3	0.97	0.91	0.86	0.99
H-b-1	1.34	1.27	1.16	1.35
H-b-2	1.20	1.13	1.06	1.27
H-b-3	0.96	0.88	0.82	0.94
I-a-1	1.46	0.89	0.82	0.78
I-b-1	1.83	0.95	0.90	0.97
J-a-1	1.25	0.74	0.70	0.77
J-b-1	1.51	0.92	0.85	0.96

である中央支点、および第2ヒンジ生成断面であるスパン中央断面の理論抵抗モーメントとしては、それぞれ対応する単純ばり試験の降伏モーメント (M_{sy})、破壊モーメント (M_{su}) および計算モーメント (M_{ST}) を考える。計算モーメント M_{ST} は式 (12) から計算で求める。

$$M_{ST} = \left\{ \left(1 - \frac{q}{2} \right) q + k_c p' (1 - d_c') \frac{\sigma_y'}{\sigma_c} \right\} \sigma_c b d^2 \dots\dots\dots (12)$$

表一五 第①欄は塑性ヒンジを全く生成せず、 $M_{max} = M_{p1}$ (図一八 (c)) の状態ではりが破壊すると仮定した算定値と実測値との比を示す。②~④欄は塑性ヒンジの完全な生成を仮定した場合である。なお塑性ヒンジ生成の場合の算定荷重は次式で与えられる。

$$P = \frac{4M_{p1} + 8M_{p2}}{l} \dots\dots\dots (13)$$

対応する単純ばり試験においてはせん断破壊は認められなかったが、連続ばり試験ではせん断破壊を生じた例がかなりみられた (表一四 参照)。とくに H-a-3, H-b-3 はりは第1ヒンジ生成断面 (中央支点) における最大モーメントに達するまでにせん断破壊を示した。しかしこれらは最大モーメントが単純ばり降伏モーメントにほぼ等しくなった時にせん断破壊を生じている。連続ばりではスパン中央と中央支点間のせん断力が単純ばりより大であること、また隣接スパンの拘束の影響によりせん断破壊の影響をうけやすい。ここではせん断破壊については考察の対象から除外する。

これら2種のはりを除けばいずれのはりも 図一八 (c) の状態では破壊しないことがわかる。すなわち塑性ヒンジが生成しないと仮定した場合 (欄①) の算定値と実験値との差は非常に大であり、とくにヒンジの生成すべき中央支点およびはり中央断面の抵抗モーメント差が大なるI-b はりの場合両者の比は180%にもおよんでいる。

H シリーズでは前記の H-a-3, H-b-3 以外はいずれも塑性ヒンジが生成し完全なるモーメント再分配が行なわれた後にはりが破壊しており、この場合破壊荷重は単純ばり破壊荷重をもとにした算定値に最も近い(欄③)。

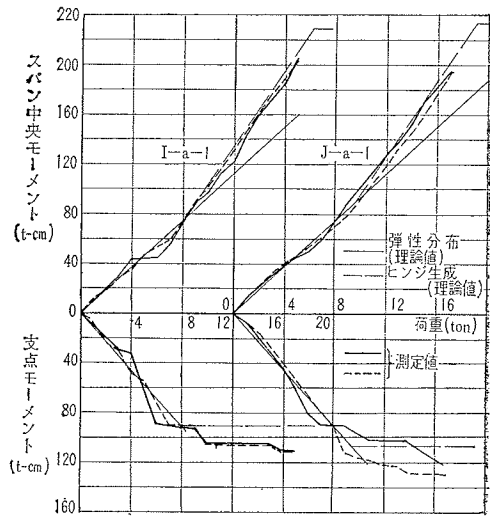
両断面の抵抗モーメント差の大なるI, J シリーズでは

は ($M_1/M_2 \approx 1.6 \sim 2.0$)、はりは 図一八 (c) の状態以上になお十分なる耐荷能力を有するが 表一五 ②~④ 欄はいずれも1.0より小であり、完全なるモーメント再分配が行なわれる前にはりは破壊しており塑性ヒンジの生成は不完全であるといえる。

異形鉄筋使用のJシリーズは4.の塑性回転能の試験結果からヒンジ生成度が高いことが予想されたが、丸鋼使用のIシリーズに比して欄②~④の値が小さく、ヒンジ生成度は低くなっているが、試験例が少ないためこの結果の説明は困難であり、今後の研究にまちたい。

なお、モーメント再分配の状況を明らかにするため、I, J はりについて各支点下に配置したロードセルによる反力測定をもとに、中央支点、スパン中央両断面のモーメントと載荷重との関係を 図一九 に例示した。図中の実直線は弾性的モーメント分布を、折線は M_{sy} をもとする理想的なモーメント再分配の曲線である。

図一九 RC 連続ばり荷重一モーメント曲線



図一九 より明らかなように、低荷重ではモーメント分布は弾性的であるが、第1ヒンジ生成断面(中央支点上)が抵抗モーメントに達した後はモーメント分布は弾性的分布からはなれ、中央支点のモーメントは一定を保つが荷重の増大につれてスパン中央モーメントは再分配曲線をたどり増大する。この過程は理想的な弾塑性材料の場合とよく一致している。

(3) 考 察

塑性ヒンジの生成はHシリーズでは完全であるが、I, J シリーズでは不完全である。いまモーメント再分配の程度を示す指数として塑性ヒンジ生成度 α を次式で与えてみる。

$$\alpha = \frac{P_u - P_1}{P_2 - P_1} \dots\dots\dots (14)$$

ここに P_u : 連続ばり破壊荷重

P_1 : 第1ヒンジ生成断面におけるモーメントが

その断面の抵抗モーメントに達した時の荷重 (図-8 (c))

P_2 : 全ヒンジ生成断面に塑性ヒンジが生成した場合の算定荷重 (図-8 (d))

試験ばりについての α の値を表-6に示す。なおH-3は第1ヒンジ生成断面のモーメントが抵抗モーメントに達するまでにせん断破壊を生じているため $\alpha=0$ とし、また式(14)の値が1.0以上であってもヒンジ生成度は $\alpha=1.0$ としてある。なお第1ヒンジ生成後第2ヒンジ生成までに必要な荷重増加量のパラメーターとして $\beta = P_2/P_1$ をとり表-6に同時に示してある。I, J シリーズはHシリーズに比し β が大であるためにヒンジの生成度は100%以下で、J-aはりではわずかに α は30%強である。

表-6 RC 連続ばり塑性ヒンジ生成度

供試体番号	単純ばり最大荷重をもとに算定			単純ばり降伏荷重をもとに算定		
	α	β	$\alpha \cdot \beta$	α'	β'	$\alpha' \cdot \beta'$
H-a-1	1.00	1.13	0.145	1.00	1.05	0.135
H-a-2	1.00	1.13	0.162	1.00	1.04	0.149
H-a-3	0.00	1.13	0.202	0.00	1.07	0.192
H-b-1	1.00	1.13	0.144	1.00	1.03	0.131
H-b-2	1.00	1.13	0.175	1.00	1.06	0.164
H-b-3	0.00	1.13	0.199	0.00	1.08	0.190
I-a-1	0.80	1.76	0.270	0.71	1.64	0.251
I-b-1	0.81	2.02	0.276	0.89	1.93	0.262
J-a-1	0.32	1.79	0.270	0.36	1.70	0.257
J-a-2	0.66	1.77	0.244	0.79	1.65	0.227

すなわち一般に β または第1ヒンジ生成断面の鉄筋指数 q_1 の大なるほど塑性ヒンジの生成度 α は低下することが知られる。しかしながら本実験の結果からのみでは、 α と β または βq_1 との関数関係を明確にすることは困難であり今後の研究を要する問題である。

7. PC 連続ばりの試験

(1) 供試体製作と試験法

供試体は5. 試験のGシリーズに対応し、PC鋼材量、コンクリート強度をかえた6種のはりについて2スパン連続ばりとして載荷試験を行なった。

試験方法は前節と同じく2スパン連続ばりとし、スパン120cmの中央点に載荷を行なった。測定は載荷点たわみ、支点反力のほか、端支点より距離10,35,60,85,95,120cmの各断面の上下縁のひずみをHuggenbergerひずみ計(検長10in)により測定した。

(2) 測定結果

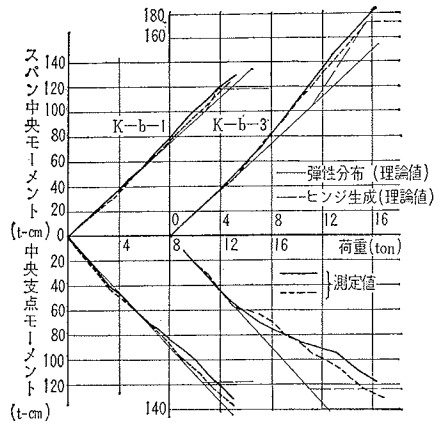
前出表-6にならって測定結果を表-7に示す。またRCはりの場合と同様に、載荷重と、中央支点上およびスパン中央のモーメントとの関係を図-10に例示した。

表-7によればRCはりと同様PCはりにおいても弾

表-7 PC 連続ばり試験結果

供試体番号	①	②	③	④	⑤
	破壊荷重 $P_u(t)$	ヒンジ不生成の場合 P_u/P_{su}	塑性ヒンジ生成の場合 P_u/P_{sy}	塑性ヒンジ生成の場合 P_u/P_{su}	
K-a-1	13.53	1.26	1.53	1.13	5.30
K-a-2	15.46	1.50	1.53	1.07	4.27
K-a-3	17.33	1.74	1.48	1.13	3.15
K-b-1	12.54	1.20	1.54	1.06	4.40
K-b-2	14.24	1.39	1.41	1.09	3.70
K-b-3	16.26	1.49	1.38	1.04	3.35

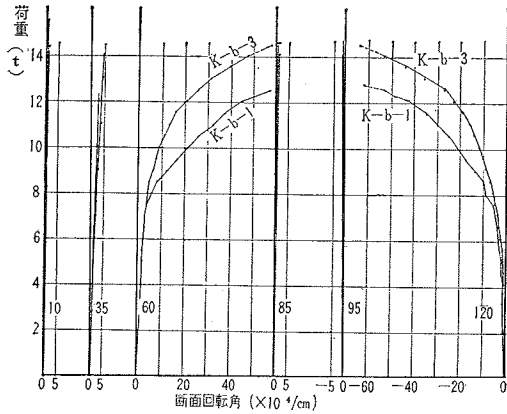
図-10 PC 連続ばり荷重-モーメント曲線



性的にはりの中央支点上のモーメントが抵抗モーメントに達した時にはりが破壊するものではなく、明らかにモーメントの再配分が行なわれており、完全な塑性ヒンジの生成を仮定すれば単純ばりの破壊抵抗モーメントから算定した値と実測値との比は1.0~1.1であり実験結果と非常によい適合を示す。すなわち本実験の範囲内では曲げモーメントの再配分が各断面の破壊抵抗モーメントにいたるまで完全に行なわれたことを示す。なお実測値は単純ばり降伏モーメントから算出した値に比し40~50%大である。これは降伏モーメントが図-3の定義によるものであり、この定義は θ_p の算定には適用されるが強度試験の比較の基礎としては適当でないことを示すのであろう。

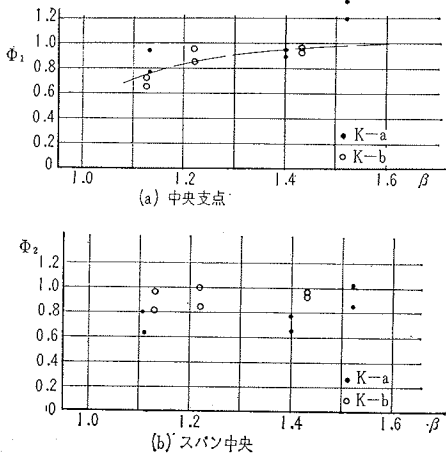
モーメント再配分の過程をRCばりの場合と比較することは興味深い。例示したK-b-1はりでは β が1.0に近いのでモーメント再配分量はわずかであるが、K-b-3では $\beta=1.43$ と大であり $M_1=M_p$ に達してのちの荷重増分が大であるため、PCばりのモーメント再配分の過程が明確にみられる。実測されたモーメント再配分の過程では弾性分布を示す実直線や理想的弾塑性材料の示す折破線とも一致せず、徐々にモーメント再配分が行なわれることを示している。またこの再配分はわずかずつではあるが中央支点上にひびわれが発生した後ただちに生じている。これはRCばりが理想的弾塑性材料とはほぼ一致した再配分曲線を描いたものに比して対照的である。

図-11 断面の回転角



また Huggenberger ひずみ計により測定した各断面の回転角の分布を 図-11 に示す。図中の数字は端支点から測点までの平均距離を示す。載荷点の (60) および中央支点の (120) 断面以外ははりが破壊にいたるまで回転はほとんど弾性的であるため、これら2つの断面塑性回転角にひずみ計の検長を乗じて中央支点上とスパン中央の塑性回転角 ($\theta_{pc1}, \theta_{pc2}$) を求め、これらを 5. 試験の対応する単純ばりの θ_p (連続ばり回転角と区別するため $\theta_{ps1}, \theta_{ps2}$ と記す) との比、 $\phi_1 = \theta_{pc1} / \theta_{ps1}, \phi_2 = \theta_{pc2} / \theta_{ps2}$ を求めこれらと β との関係を 図-12 に示す。

図-12 連続ばりと単純ばりとの塑性回転角比



塑性回転角のばらつきは大であるが、中央支点上では $\phi_1 = \theta_{pc1} / \theta_{ps1}$ はほぼ 0.7~1.2、スパン中央では $\phi_2 = \theta_{pc2} / \theta_{ps2}$ は 0.7~1.0 となっている。5. で述べたように単純ばり強度の 90% の荷重段階における塑性回転角は最終量の 50% 以下であったことを考慮すれば、以上の回転角を有する場合ほとんど終局モーメントに達していると考えてよい。

中央支点の第 1 ヒンジ生成断面では β の増大につれて ϕ_1 は 1.0 に近づく。 $\phi_1 = 1.0$ になれば理論上これ以上のモーメント再配分は行なわれえず、はりがこの断面で

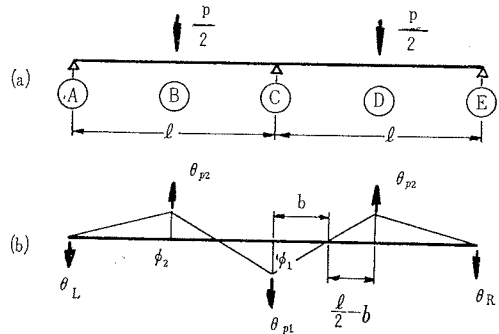
破壊し、モーメント再配分は不完全にとどまるものと推定される。第 2 ヒンジ生成断面においては ϕ_2 はほぼ 1.0 であるが、 β が大になれば塑性ヒンジの生成は不完全となり ϕ_2 も 1.0 以下となる。

(3) 考 察

図-12 から PC においても RC (I, J はり) と同様に β の大なる値にたいしては塑性ヒンジが不完全になるものと予想される。本実験の範囲内ではすべてのはりについてモーメント再配分が 100% である。したがってヒンジが不完全となる限界については明らかにできない。

一般に塑性設計において問題となるのは第 1 ヒンジ生成断面の塑性回転能であり、第 2 ヒンジ生成断面の塑性回転は問題とされていない。しかしながら本実験で用いたような PC 部材では中央支点が抵抗モーメントに達するまでに第 2 ヒンジ生成断面においても塑性回転を生ずる。モーメントの再配分が両断面の抵抗モーメントにいたるまで完全に行なわれるためには両断面ともに十分な塑性回転を行なう必要がある。両断面の塑性回転角の関係を求めるとつぎのようになる。図-13 (a) の荷場の場

図-13



合に塑性回転角 θ_p が荷重点に集中すると考えれば、断面回転角 ϕ とたわみ角 θ は (b) 図で示される。 ϕ_1, ϕ_2 はおのおの C, D 断面の弾性曲率、 θ_L, θ_R は端支点のたわみ角、 θ_{p1}, θ_{p2} はおのおの C, D 断面の塑性回転角である。対称荷重と C 点における平衡条件から

$$\theta_R + \frac{1}{2} \theta_{p1} - \theta_{p2} + \frac{1}{2} b \phi_1 - \frac{1}{2} (l-b) \phi_2 = 0 \dots (15)$$

$$l \cdot \theta_R - \frac{1}{2} l \cdot \theta_{p2} + \frac{1}{6} b^2 \phi_1 - \frac{1}{2} (3l+2b)(l-b) \phi_2 = 0 \dots (16)$$

ここで C, D 両断面のモーメント比を $r = M_2 / M_1$ とおくと

$$b = \frac{1}{1+r} \cdot \frac{l}{2} \dots (17)$$

式 (17) を用いて式 (15), (16) より θ_R を消去すれば

$$\theta_{p1} = \theta_{p2} + \frac{l}{12(1+r)^2} \times \{(2r+1)(3r+2)\phi_2 - (6r+5)\phi_1\} \dots (18)$$

右辺第 2 項は弾性項でこれを $\phi(r)$ とおくと

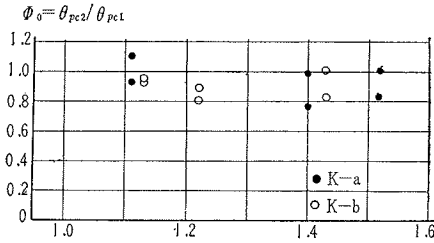
$$\theta_{p1} = \theta_{p2} + \phi(r) \dots (18')$$

すなわち

$$\frac{\theta_{p2}}{\theta_{p1}} = 1 - \frac{\phi(r)}{\theta_{p1}} \dots\dots\dots(19)$$

$\phi(r)$ は r の値が小さいときは非常に小さく r が大になるに従って大きくなる。しかしながら $\phi(r)$ の値は θ_{p1} に比して数%にすぎず θ_{p1} として必要な回転角には θ_{p2} の影響が非常に大きい。ゆえに第1ヒンジ生成断面の塑性回転能がいかに大きくても第2ヒンジ生成断面の塑性回転能が大きければモーメント再分配が完全に最終段階まで行なわれるかどうかは疑問である。

図-14 連続ばりヒンジ断面塑性回転角比



以上のことから連続ばりの塑性ヒンジ生成に関しては、(i) 第1ヒンジ生成断面の塑性回転能が大きいこと、(ii) 第2ヒンジ生成断面の塑性回転能が相対的に小さいこと、(iii) $\beta = P_2/P_1$ が小さいこと、の3条件が大きく影響するものと考えられる。

8. 結 語

本論文は降伏点をもつ鉄筋で補強されたRCおよび明白な降伏点をもたないPCばりの塑性回転能と不静定構造の塑性ヒンジ生成についての実験結果を考察したものであり、つぎの結論が得られた。

①塑性回転能はコンクリート強度、鉄筋降伏点強度、鉄筋比によって変化し、鉄筋指数 q は回転能を表わす1つの指標となる。塑性回転能は q の増大とともに減少するが、RCばりの場合は式(7)による算定値が実測塑性回転角のほぼ下限値を表わすと考えてよい。

②PCばりでは明確な降伏点を示さないが図-3の仮定をおくことによりRCばりと同様塑性回転角を定めることができる。このようにして求めた塑性回転角と鉄筋指数との関係はRCばりに類似するが、同一鉄筋指数に

おける塑性回転量はRCばりに比してかなり小さい。本実験は特殊な条件で行なったものであり、一般的な塑性回転能の比較については今後の研究にまきたい。

③同一鋼材量、同一コンクリート強度のはりでPS導入量を変化させた場合、塑性回転量にはプレストレスの影響はみられなかった。

④2スパン連続ばり試験においてはモーメントの再分配は認められた。本実験の範囲内ではRC, PCを通して $\beta = P_2/P_1$ の小さい範囲では完全に塑性ヒンジが生成したが β の大なる場合は第2ヒンジの生成は不完全であった。

⑤RCばりにおけるモーメント再分配はほぼ理想的な弾塑性材料の示す曲線と一致する。PCばりの場合は理論曲線からはずれ、ひびわれ発生後ただちにモーメント再分配の過程をたどる。

⑥PC, RC構造では塑性ヒンジの生成度は第1ヒンジ生成断面の塑性回転能のみならず最終ヒンジ生成断面の塑性回転能にも関連する。

塑性ヒンジ生成限界については β および各ヒンジ断面の回転能の影響のほか、せん断破壊の機構についても明確にされなければならない。また静的荷重をうける場合のみならず動的荷重時の挙動についても今後の検討を加えなければならない問題である。

本研究を行なうにあたり実験ならびに資料の整理に協力をいただいた建設省 山本第四郎君、大林組 松原範幸君、鹿島建設 久保真介君に感謝の意を表する次第である。なお本研究にたいし、著者の一人に土木学会から昭和37年度吉田研究奨励金を授与されたことに感謝する。

参 考 文 献

- 1) Minoru Yamada : Drehfähigkeit plastischer Gelenke in Stahlbetonbalken, Beton-und Stahlbetonbau, Apr. 1958, pp. 85~91.
- 2) W.W.L. Chan : The rotation of reinforced concrete plastic hinge at ultimate load, Magazine of Concrete Research, Vol. 14, No. 41, July 1962, pp. 63~72.
- 3) Philip G. Hodge Jr. : 構造物の塑性解析, コロナ社, 1961.

(1963.9.11・受付)

昭和38年度土木学会論文集編集委員

委員 長	奥村敏恵	委員 長	吉川秀夫	委員	土肥正彦	委員	三木五三郎
委員	安芸井周	委員	小池重郎	委員	中瀨明男	委員	村上良丸
委員	伊藤藤	委員	小寺圭司	委員	伯野元彦	委員	村田二郎
委員	池田守昌	委員	後藤正雄	委員	林正夫	委員	八木田功
委員	池田幸徹	委員	佐藤昭二	委員	久武啓夫	委員	山根寛治
委員	大岡功宏	委員	杉木昭典	委員	藤田嘉一	委員	山崎徳也
委員	岡田光男	委員	鈴木雄太	委員	堀井健一郎	委員	箭内吉
委員	神山林	委員	多田宏彦	委員	西尾元充	幹事	西脇威夫
委員	栗林	委員	野治光	委員	増田重臣		

昭和39年5月15日印刷
 昭和39年5月20日発行
 編集兼発行者 東京都新宿区四谷一丁目 社団法人 土木学会 羽田 巖
 印刷者 東京都港区赤坂溜池5 株式会社 技報堂 大沼 正吉

発行所 社団法人 土木学会 振替東京 16828 番
 東京都新宿郵便局区内 新宿区四谷一丁目 電話(351)代表 5138 番