

桁橋ヒンジにおける衝撃とその影響に関する研究*

DYNAMIC EFFECTS UNDER A ROLLING LOAD TO A BEAM WITH A HINGE

山田 善一**・小堀 為雄***
Yoshikazu Yamada and Tameo Kobori

要 旨 従来ヒンジを有する橋、たとえばゲルバー橋などは、振動の大きい構造とされてきた。これには多くの理由があるが、その理由の一つに移動荷重がヒンジを通過する際、桁のたわみ角の不連続のために荷重の運動量が急激に変化することによる衝撃作用があげられる。本研究は、このことに注目して、ヒンジにおける衝撃とその影響について基礎的研究を行なったものである。

1. 緒 言

ゲルバー橋の振動に関する研究は、Illinois 大学における Tseng Huang, A.S. Veletsos¹⁾ などの一連の研究をはじめ、小西・小松²⁾, R.K.L. Wen³⁾ などの研究があるが、これらは荷重の質量を無視したために、ヒンジでの衝撃作用を明確にしていない。本研究では、この衝撃作用を究明するために、5. でのべるような模型実験を行なった。この実験からヒンジを有する桁の振動は、移動荷重がヒンジを通過した直後において、急激に大きくなり、このとき移動荷重が桁になんらかの衝撃力を与えているものと思われる。この衝撃力の原因は、種々考えられるが、主として、ヒンジにおいて移動荷重の運動量が急激に変化することによる衝撃作用が重要な要素である。われわれは、このことに注目して、その衝撃作用を解析し、その影響について考察する。このときは、もはや従来の研究のように移動荷重の質量の影響を無視することはできない。なお 3. において、この種の桁においては、ヒンジにおける衝撃作用が、桁の振動性状を特長づけ、さらに移動荷重の速度が、桁の衝撃係数を決定する重要な要素であることについて論ずる。

2. 本研究に用いた仮定

われわれは桁および移動荷重を単純化して、つぎのように仮定した。

- (1) 桁は、両端固定、スパン中央にヒンジを有する片持ばり形式とする(図-1)。
- (2) 桁の全断面について、剛度 EI は一定とする。
- (3) ヒンジの構造は可動ヒンジとする。すなわちヒ

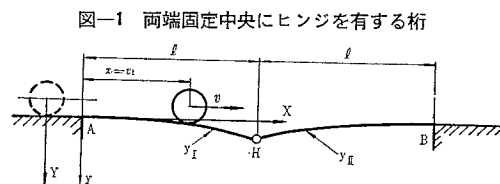


図-1 両端固定中央にヒンジを有する桁

ンジを通じて水平力は伝達されないものとする。

- (4) 移動荷重は質量 M を有する一質点とし、回転慣性力を無視する。
- (5) 移動荷重は、つねに桁のたわみ曲線にそって水平方向に一定速度 v で滑めらかに移動するものとする。

この形式は特殊な構造であって、移動荷重が橋桁のヒンジを通過する際の衝撃作用のみを究明するために、もっとも単純な形式として考えられた基本形式であり、もし対象となる構造物を考えるとすれば、ディビダグ工法などによって架設された3径間連続桁橋の中央径間すなわちスパン中央にヒンジを有する径間で剛性の大きい両側径間で固定されていると考えた場合などがこの形式に相当する。また対象とした構造の中央集中荷重による静たわみが同一スパンの単純ばりに等しく、単純ばりと比較するのに便利な点も本構造をえらんだ理由の一つである。ほかの仮定についても多少の問題点があるがヒンジにおける衝撃作用を究明するための第1段階として許されるであろう。

3. 移動荷重による桁の振動

図-1 に示すように両端固定、スパン中央にヒンジを有する桁上を移動荷重が一定速度 v で走行するとき、桁の動たわみに関する履歴を以下に追跡する。

移動荷重が A 点を出発して、(1) まず、ヒンジに達する直前までの期間では、桁の振動は移動荷重と桁からなる系のたわみ振動をなし(以下この期間を“ヒンジ通過前”という)、(2) ヒンジを通過する瞬間において、移動荷重はたわみ曲線の1次導関数の不連続のため進行方向が急激に変化されることによって、桁へ衝撃を与える(以下この期間を“ヒンジ通過時”という)、(3) さらに移動荷重がヒンジ通過後は、桁の振動はこの衝撃作用による影響が大きくあらわれ、これに走行荷重によるたわみ振動が加えられるものと考えられる(この期間を

* 土木学会第18回年次学術講演会 I-66 (昭和38年5月)で発表

** 正員 工博 京都大学助教授 工学部土木工学教室

*** 正員 工修 金沢大学講師 工学部土木工学教室

“ヒンジ通過後”という。

上の3つの段階について解析を行なう。

(1) ヒンジ通過前

いま質量 M なる移動荷重がA点からヒンジに向かって走行するとき、 Y を移動荷重の鉛直方向の変位(A点にあるときの移動荷重の重心の位置を原点とする)とし、 R を移動荷重が桁におよぼす全圧力、さらに桁のたわみ角は小さいとして反力は鉛直方向に働くものと考えたと移動荷重の運動方程式は

$$M \frac{d^2 Y}{dt^2} = Mg - R \dots \dots \dots (1)$$

となる。式(1)は移動荷重の描く軌跡を与える微分方程式である。

式(1)における Y は仮定(5)によって移動荷重の位置における桁の動たわみ $y(x=vt, t)$ と等しいことから移動荷重が桁におよぼす全圧力 R は

$$R = Mg - M \frac{d^2 y}{dt^2} \dots \dots \dots (2)$$

となる。移動荷重はこの R なる圧力を桁に与えながら走行するものと考えられる。

さて、一般に行なわれているように、左右両桁の動たわみ曲線 y_I および y_{II} をそれぞれ一般座標 q_n と基準関数 ϕ_I および ϕ_{II} でもってあらわされているものとする、すなわち、

$$\left. \begin{aligned} y_I &= \sum_{n=1}^{\infty} q_n \phi_{I n}, \\ y_{II} &= \sum_{n=1}^{\infty} q_n \phi_{II n}; \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (3)$$

ここに、 q_n は t のみの関数であり、 ϕ_n は x のみの関数であり、桁の両端 A, B およびヒンジにおける境界条件を満足するように決められる。図-1に示される桁では

$$\left. \begin{aligned} \phi_{I n} &= \cosh k_n \frac{x}{l} - \cos k_n \frac{x}{l} \\ &\quad - \alpha_n \left(\sinh k_n \frac{x}{l} - \sin k_n \frac{x}{l} \right), \\ &0 \leq x \leq l; \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (4)$$

$$\left. \begin{aligned} \phi_{II n} &= \cosh k_n \left(2 - \frac{x}{l} \right) - \cos k_n \left(2 - \frac{x}{l} \right) \\ &\quad - \alpha_n \left\{ \sinh k_n \left(2 - \frac{x}{l} \right) - \sin k_n \left(2 - \frac{x}{l} \right) \right\}, \\ &l \leq x \leq 2l \dots \dots \dots (5) \end{aligned} \right\}$$

となる。

また振動数方程式は

$$(\tan k_n l - \tanh k_n l)(1 + \cosh k_n l \cdot \cos k_n l) = 0 \dots \dots \dots (6)$$

となり、式(6)中の k_n および α_n の値は表-1に示す。各振動モードは図-2のとおりである。

さて一般座標 q_n に対する一般力 Q_n は一般に式(2)を用いて

$$Q_n = R \phi_n(x=vt) = \left\{ Mg - M \frac{d^2 y}{dt^2} \right\} \phi_n(x=vt) \dots \dots \dots (7)$$

であらわされる。このことから移動荷重による桁の運動方程式を立てれば

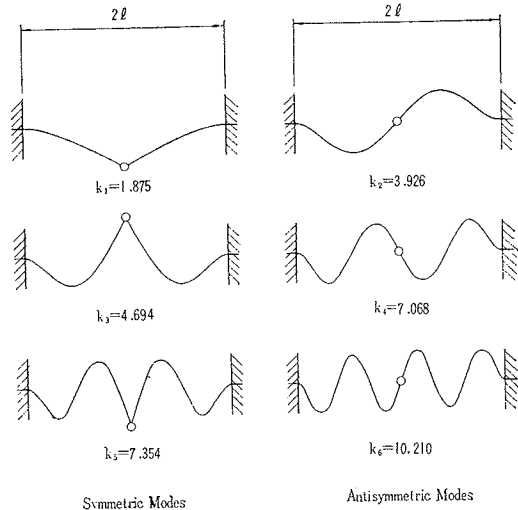
$$\ddot{q}_n + \frac{EI}{m} \left(\frac{k_n}{l} \right)^4 q_n = \frac{Mg \phi_n}{2ml} - \frac{M}{2ml} \phi_n \cdot \sum_{j=1}^{\infty} \left\{ \ddot{q}_j \phi_j + 2 \left(\frac{k_n v}{l} \right) \dot{q}_j \phi_j' + \left(\frac{k_n v}{l} \right)^2 q_j \phi_j'' \right\} \dots \dots \dots (8)$$

表-1 振動モードに対する k_n および α_n の値

n	k_n	α_n
1	1.875 104	0.734 095
2	3.926 602	1.000 777
3	4.694 091	1.018 466
4	7.068 583	1.000 001
5	7.354 757	0.999 225
6	10.210 176	1.000 000

となる。この微分方程式を初期条件すなわち $t=0$ における一般座標 q_1, q_2, \dots, q_n および一般化速度 $\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_n$ のもとに初期値問題として解けばよいのであるが、2階 n 元連立微分方程式であるので厳密解を求めることは困難であるので、4. でのべるように KDC-1 京都大学電子計算機で数値計算を行なった。

図-2 振動モード



(2) ヒンジ通過時

5. でのべる試験結果から移動荷重がヒンジに達する瞬間における時刻 $t=l/v$ において、ある種の衝撃力が働いているものと考えられる。いま、移動荷重がA点からヒンジに達する間における移動荷重のもつ速度を求めると、移動荷重は、つねに桁のたわみ曲線にそって移動するとしている仮定(5)からある時刻 t から微小時間 Δt 後の移動荷重の x 方向と y 方向の変位は、展開中の高次の微小量を無視すると

$$\begin{aligned} x_b &= x(t + \Delta t) = x(t) + \Delta x = \frac{dx}{dt} t + \frac{dx}{dt} \Delta t \\ &= vt + v \Delta t (v = \text{一定}) \dots \dots \dots (9) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 y_b = y(t + \Delta t) &= \sum_{n=1}^{\infty} q_n(t + \Delta t) \phi_n(x + \Delta x) \\
 &= \sum_{n=1}^{\infty} \{q_n^{(t)} + \dot{q}_n^{(t)} \Delta t\} \{\phi_n^{(x)} + \phi_n' \Delta x\} \\
 &\dots\dots\dots(10)
 \end{aligned}$$

式(9)および式(10)から、任意の時刻 t において移動荷重がもっている速度の x 方向および y 方向の成分は、

$$v_x = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{x_b(t + \Delta t) - x_b(t)}{\Delta t} = v = \text{const.} \dots\dots\dots(11)$$

$$\begin{aligned}
 v_y &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{y_b(t + \Delta t) - y_b(t)}{\Delta t} \\
 &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} (q_n^{(t)} + \dot{q}_n \Delta t) (\phi_n^{(x)} + \phi_n' \Delta x) \right. \\
 &\quad \left. - \sum_{n=1}^{\infty} q_n^{(t)} \phi_n^{(x)} \right\} / \Delta t = \sum_{n=1}^{\infty} (v q_n^{(t)} \phi_n'^{(x)}) \\
 &\quad + \dot{q}_n^{(t)} \phi_n^{(x)} = v \left(\frac{dy}{dx} \right)_{x=vt} + \left(\frac{dy}{dt} \right)_{t=t} \\
 &\dots\dots\dots(12)
 \end{aligned}$$

となる。式(12)の右辺の第1項 $(dy/dx)_{x=vt}$ は移動荷重の位置における桁のたわみ角をあらわし、第2項の $(dy/dt)_{t=t}$ は移動荷重の位置における桁の鉛直方向の速度である。

さて、移動荷重がヒンジに達した瞬間における時刻、すなわち衝撃作用が働く直前の時刻 $t=l/v$ での移動荷重の持っている速度の水平方向および鉛直方向の成分は式(11)および(12)から、それぞれ

$$v_x^{(0)} = v \dots\dots\dots(13)$$

$$v_y^{(0)} = v \left(\frac{dy}{dx} \right)_{x=l} + \left(\frac{dy}{dt} \right)_{t=l/v} \dots\dots\dots(14)$$

となる。ここに $(dy/dx)_{x=l}$ は移動荷重がヒンジに達した瞬間におけるI桁のヒンジでのたわみ角であり、このたわみ角 θ_1 は非常に小さいことから

$$\left(\frac{dy_I}{dx} \right)_{x=l} = \tan \theta_1 \doteq \theta_1$$

$$\left(\frac{dy_{II}}{dx} \right)_{x=l} = \tan \theta_2 \doteq \theta_2$$

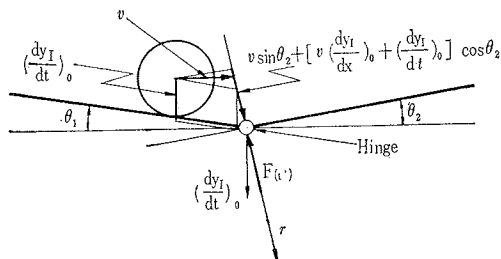
とおくことにする。

さて移動荷重は式(13)および式(14)であらわされる速度をもってI桁からII桁に移るのであるが、このとき桁のたわみ角は θ_1 から θ_2 に変化するため、移動荷重は桁に衝撃力を与える。この衝撃力を与える直前における移動荷重の速度をII桁の接線方向と法線方向の速度に分解すると、それぞれつぎのようになる(図-3参照)。

$$\begin{aligned}
 v_r^{(0)} &= v \sin \theta_2 + \left\{ v \left(\frac{dy}{dx} \right)_{x=l} + \left(\frac{dy}{dt} \right)_{t=l/v} \right\} \cos \theta_2, \\
 v_t^{(0)} &= v \cos \theta_2 + \left\{ v \left(\frac{dy}{dx} \right)_{x=l} + \left(\frac{dy}{dt} \right)_{t=l/v} \right\} \sin \theta_2. \\
 &\dots\dots\dots(15)
 \end{aligned}$$

ここで、桁の表面の摩擦を無視すれば接線方向の速度

図-3 移動荷重がヒンジを通過するときの関係

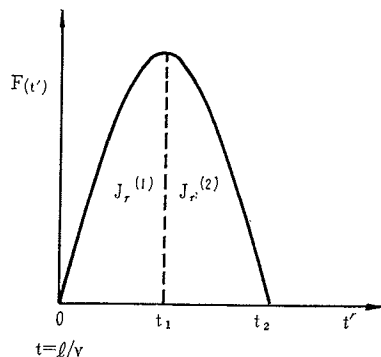


$v_t^{(0)}$ は、衝撃期間中は変化しない。このことから衝撃作用に関与するのは法線方向の速度のみとなる。そこで解析の便宜上、衝撃直前の時刻 $t=l/v$ をあらためて $t'=0$ とする。さて図-4に示すように衝撃力を $F(t')$ とすると、任意の時刻 $t'=t'$ における移動荷重の法線方向の速度 v_r は、

$$v_r = v \sin \theta_2 + \{v \theta_1 + \dot{y}^{(0)}\} \cos \theta_2 - \frac{1}{M} \int_0^{t'} F(t') dt' \dots\dots\dots(16)$$

であらわされる。

図-4 衝撃力



さてここで衝撃力 $F(t')$ について考察する。まず移動荷重がヒンジにおいてI桁からII桁に移る瞬間において $F(t')$ は0であり、これより漸次増大してその最大

値に達し(圧縮期間)それから漸次減少してついに0となって、衝撃作用を終わる(回復期間)ものと考えられる。ここに $F(t')$ が最大値に達した時刻を t_1 とし、これより減少して0となる時刻を t_2 とする。さらに圧縮期間における $F(t')$ の力積を $J_r^{(1)}$ とし、回復期間における力積を $J_r^{(2)}$ とすると、

$$\left. \begin{aligned}
 J_r^{(1)} &= \int_0^{t_1} F(t') dt', \\
 J_r^{(2)} &= \int_{t_1}^{t_2} F(t') dt'.
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(17)$$

一般に $J_r^{(1)}$ と $J_r^{(2)}$ とは異なるが、その比を e とするとこの e は回復係数 (coefficient of restitution) と呼ばれる。すなわち、

$$J_r^{(2)} = e J_r^{(1)} \dots\dots\dots(18)$$

である。さてある一定速度 v で移動荷重がヒンジを通過するとき衝撃力が作用する時間間隔 ($0 \sim t_2$) は、桁の基本振動周期に比較してきわめて短いので衝撃作用の直

前と直後における桁の変位は変わらないものとする。さらに衝撃力 $F(t')$ が最大値に達する $t'=t_1$ において移動荷重の法線方向の速度とⅠ桁のヒンジ端の法線方向の速度は等しくなることから、つぎの衝撃に関する運動方程式を得る。

$$M(v_r(t_1) - v_r(0)) = -J_r^{(1)} \dots\dots\dots(19)$$

$$M(v_r(t_2) - v_r(t_1)) = -eJ_r^{(1)} \dots\dots\dots(20)$$

$$2ml\dot{q}_n(t_1) - 2ml\dot{q}_n(0) = \phi_{n(x=l)} \cos \theta_2 \cdot J_r^{(1)} \dots\dots\dots(21)$$

$$2ml\dot{q}_n(t_2) - 2ml\dot{q}_n(t_1) = \phi_{n(x=l)} \cos \theta_2 \cdot eJ_r^{(1)} \dots\dots\dots(22)$$

$$v_r(t_1) = \dot{y}^{(t_1)}(x=l) \cos \theta_2 = \sum_{n=1}^{\infty} \dot{q}_n(t_1) \phi_{n(x=l)} \cos \theta_2 \dots\dots\dots(23)$$

式(19)~(23)中、 $v_r(0)$ は衝突直前における移動荷重の法線方向の速度であり、 $\dot{q}_n(0)$ はこの時刻のヒンジ点の鉛直方向の速度である。これらの値は式(15)および式(8)からすでに求められている。また回復係数 e は、2物体の材質によって定まる定数であるが、ここでは完全弾性体として $e=1$ を取ることにする。しかる場合未知数は $v_r(t_1)$ 、 $v_r(t_2)$ 、 $\dot{q}_n(t_1)$ 、 $\dot{q}_n(t_2)$ および $J_r^{(1)}$ の5個であるから式(19)~(23)から直接的に未知量を決定することができる。

以上式(19)~(23)から、衝撃作用が終わった直後の時刻 t_2 における桁の速度は

$$\begin{aligned} \dot{y}^{(t_2)} &= \sum_{n=1}^{\infty} \dot{q}_n(t_2) \phi_n(x), \\ \dot{q}_n(t_2) &= \frac{2R_1 \phi_{n(x=l)} \cos \theta_2}{R_1 \sum_{n=1}^{\infty} \phi_{n(x=l)}^2 \cos^2 \theta_2 + 1} \cdot \left(- \sum_{n=1}^{\infty} \dot{q}_n(0) \phi_{n(x=l)} \cos \theta_2 + v_r(0) \right) + \dot{q}_n(0) \end{aligned} \dots\dots\dots(24)$$

となる。

(3) ヒンジ通過後

前項でのべたように衝撃期間は桁の基本振動周期に比して非常に短いと考えられるので、桁は $t=l/v$ なる時刻で瞬間的に式(24)で与えられる速度になっているものとして、この速度をいま考えている期間の初期条件として移動荷重がヒンジを通過したあとの桁の動たわみに関する履歴曲線を式(8)から得ることができる。次節において5.でのべる試験桁上を移動荷重が走行する場合について数値解析を行なった結果についてのべる。

4. 数値計算

計算の便宜上、式(8)を速度パラメータ α および重量パラメータ R_1 を用いてつぎのように無次元式に書き変えた。

$$(d\tau)^2 \frac{d^2 \bar{q}_n}{d\tau^2} = \frac{(d\tau)^2}{(1+R_1 \phi_n^2)} \left[\frac{R_1 \phi_n}{\alpha^2} \right.$$

$$\begin{aligned} & - \frac{R_1 k_n^4}{3 \alpha^2} \bar{q}_n - \phi_n \sum_{j=1}^{\infty} R_1 \phi_j \frac{d^2 \bar{q}_j}{d\tau^2} \\ & \left. - \phi_n \sum_{j=1}^{\infty} \left\{ R_1 k_j \phi_j \frac{d \bar{q}_j}{d\tau} + R_1 k_j^2 \phi_j \bar{q}_j \right\} \right] \dots\dots\dots(25) \end{aligned}$$

- ここに、 $R_1 = \frac{M}{2ml}$: 重量パラメータ
- $\alpha = \frac{v}{l} \sqrt{\frac{d_0}{g}}$: 速度パラメータ
- $d_0 = \frac{Mgl^2}{6EI}$: スパン中央点の最大静たわみ
- $\tau = \frac{vt}{l}$: 桁上の移動荷重の位置
- $d\tau = \frac{v \Delta t}{l}$: 時間間隔
- $\bar{q}_n = \frac{q_n}{d_0}$: $\frac{\text{一般座標 } q_n}{\text{スパン中央点の最大静たわみ}}$

数値計算は、Newmark's β Method ($\beta=1/6$) を用いて、KDC-1 京都大学電子計算機で行なった。

この計算に用いた関係式は式(26)および式(27)のとおりであり q_1 および q_2 にくらべて q_3 以上の高次の項は小さいのでこれを無視した。各ステップの間隔 $d\tau$ は計算の安定性と収束性を考慮して、計算に用いた最高次の固有振動周期の $1/6$ より小さくなるよう今回は 0.01 を用いた。すなわち移動荷重がA点からヒンジ点に達するまでの時間間隔を100ステップに分割して計算し、解は5ステップごとにプリントされるようにプログラムした。さらにヒンジ点での衝撃の計算は \bar{q}_1 および \bar{q}_2 の項がほかの項に比較して大きい影響を与えることに注目し、式(24)を変形して式(30)を用いて計算を行なった。

$$\begin{aligned} d\tau \frac{d \bar{q}_n(i+1)}{d\tau} &= d\tau \frac{d \bar{q}_n(i)}{d\tau} + \frac{1}{2} d\tau^2 \frac{d^2 \bar{q}_n(i)}{d\tau^2} \\ &+ \frac{1}{2} d\tau^2 \frac{d^2 \bar{q}_n(i+1)}{d\tau^2}, \dots\dots\dots(26) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{q}_n(i+1) &= \bar{q}_n(i) + d\tau \frac{d \bar{q}_n(i)}{d\tau} \\ &+ \frac{1}{3} d\tau^2 \frac{d^2 \bar{q}_n(i)}{d\tau^2} + \frac{1}{6} d\tau^2 \frac{d^2 \bar{q}_n(i+1)}{d\tau^2}. \end{aligned} \dots\dots\dots(27)$$

n : 変数の番号

i : 積分ステップの番号

$$\theta_1 = \frac{dy_I}{dx} = \frac{d_0}{l} \sum_{n=1}^{\infty} k_n \bar{q}_n \phi_n'(x=l) + \frac{d_0 k_1 \phi_1'(x=l)}{2l}, \dots\dots\dots(28)$$

$$\theta_2 = \frac{dy_{II}}{dx} = \frac{d_0}{l} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} k_n \bar{q}_n \phi_n' + \frac{d_0 k_1 \phi_1'(x=l)}{2l}, \dots\dots\dots(29)$$

$$\begin{aligned} \dot{q}_1(t_2) &= \frac{2R_1 \phi_1(x=l) \cos \theta_2 (\sin \theta_2 + \sin \theta_1 \cos \theta_2) v_0}{(R_1 \phi_1^2(x=l) \cos^2 \theta_2 + 1) d_0} \\ &+ \dot{q}_1(0). \dots\dots\dots(30) \end{aligned}$$

ここに、 θ_1 および θ_2 はそれぞれⅠ桁およびⅡ桁のヒ

ンジ点におけるたわみ角を示す。

さて式 (30) より $\dot{q}_1^{(2)}$ を計算し、この $\dot{q}_1^{(2)}$ を初期条件としてヒンジ通過後の計算を続行した。この場合は最大動たわみを取り出し最後のステップで衝撃係数としてプリントするようになっている。以上の計算における KDC-1 の平均計算時間は、パラメータによって多少異なるが約 38 分であり、プログラム・テープ読み込みに要する時間 1 分 16 秒およびプリントに要する時間約 45 秒を加えると全計算時間は約 40 分である。つぎの節でのべる模型桁の諸元を用いて行なった計算結果の一例を図-9 ($R_1=0.47452$, $\alpha=0.10763$) に示す。また、速度パラメータ α と桁中央点の動倍率の関係を 図-10 に示す。

5. 実験について

(1) 実験装置と模型桁

実験装置は 図-5 (a), (b) のとおり、加速度台と試

図-5 (a) 実験装置

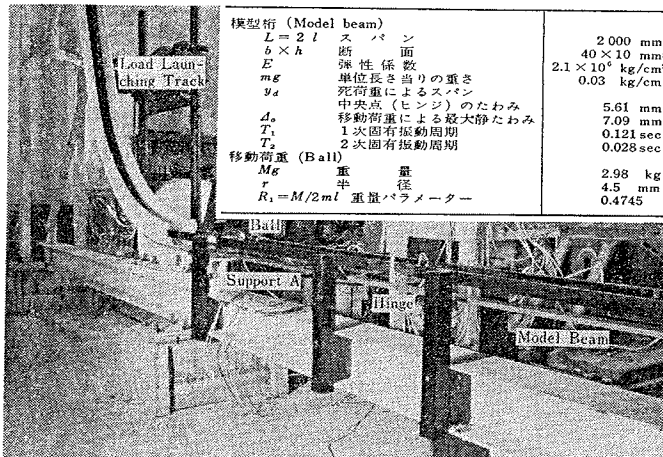
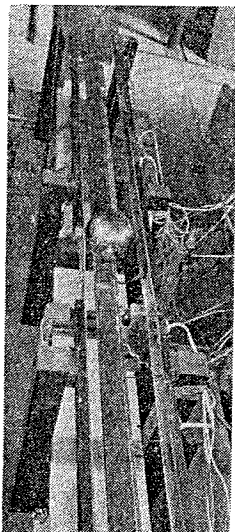


図-5 (b)



験台からなっている。加速度台は移動荷重の速度が 100 cm/sec から 500 cm/sec の範囲で容易に得られるように設計されている。一方試験台はスパン 200 cm の模型桁が架設できるようになっている。さらに模型桁は今回は 図-6 のようにスパン 2m とし、その両端をボルトで固定し、スパン中央点にヒンジを有する桁とした。そのおもな諸元は表-2 のとおりである。ここでヒンジはその条件が十分満足されるようピン結合し、ヒンジ点で両桁端の間に凹凸が

ないように十分注意した。

移動荷重は直径 90 mm の鋼球を用い、この鋼球が桁上をだここうして走行することを防ぐ目的で桁の表面に厚さ 2mm、幅 5mm のアクリル樹脂 2 本を添附した。

(2) 測定

測定は模型桁裏面に A 点から 20 cm 間隔にワイヤストレーンゲージ ($L=8 \text{ mm}$) を 図-8 に示すように計

図-6 試験桁

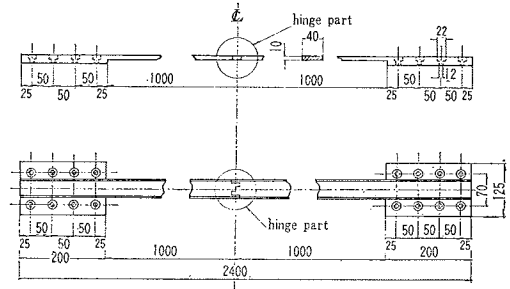
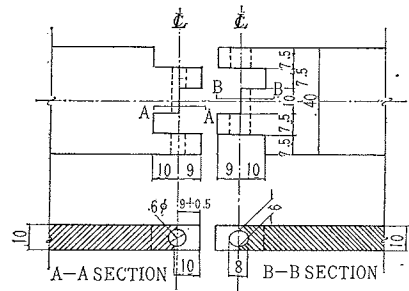


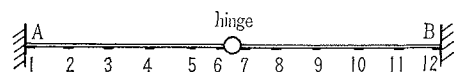
図-7 ヒンジ詳細図



12 点接着した。桁中央点には差働トランス (差働範囲 $L=30 \text{ mm}$) を装てんした。なおボールの速さを測定する目的で模型桁へボールが入った時刻と模型桁からボールが出た時刻が記録装置 (oscillograph) に記入されるよう桁両端にスイッチを設けた。

さて測定であるが、まず差働トランスを可動しないようにして桁の自由振動をワイヤストレーンゲージからとった記録から測定すると基本振動周期は 0.12 sec で計算値と等しく、一方対数減衰率 δ は 0.0075 となってこれは一般の橋梁に比してかなり小さい。ついで差働トランスを可動させるとこの差働トランスの摩擦の影響で対数減衰率 δ は 0.057 となり、一般の橋梁のそれに近い値を示した。また静たわみに関する影響線を描かせると理論値に等しい値を示した。以上のことからわれわれは本実験に用いた模型桁は今後の動的試験に十分信頼性

図-8 ワイヤストレーンゲージの配置図



のあるものと考えた。

実験はある一定の高さからボールをころがすことから始まり種々の速度について数十回くり返えされた。

それぞれの結果は 図-9, 10 に示されている。

6. 実験結果と計算結果との比較

多くの実験の中から一例として重量パラメータ $R_1=0.4752$, 速度パラメータ $\alpha=0.107(v=400 \text{ cm/sec})$ の場合について, ヒンジ点の動たわみに関する履歴曲線を 図-9 に示す。この図で実線は実験曲線であり, 破線は京都大学電子計算機で数値計算を行なった理論曲線である。さらに破線のうち a 曲線はヒンジ部の角変化による移動荷重と桁との衝撃作用を考慮しない場合で, b 曲線は 3.(2) で解析したヒンジにおける衝撃作用を考慮し

図-9 移動荷重によるスパン中央点の履歴曲線

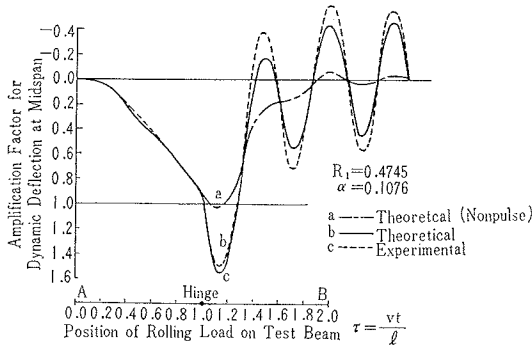
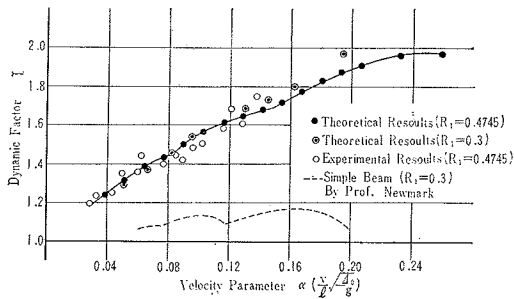


図-10 スパン中央点の動倍率



た場合の履歴曲線である。ここでわれわれは本実験から直接的に衝撃力 $F(t)$ を測定することができなかったが a 曲線と実験曲線を比較するとあきらかにヒンジ点における衝撃作用が認められる。さらに b 曲線を実験曲線と比較すると, その振動性状がほとんど一致している。いま, ちなみに各曲線の最大値を実験曲線のそれを 100 として比較すると, a 曲線に対しては 68, b 曲線に対しては 104 であった。このことからヒンジを有する桁においては, ヒンジでの衝撃効果が以外に大きく, またこの解析の根拠となっている“ヒンジにおいて移動荷重の運動量”が急激に変化することによる移動荷重と桁との衝撃作用がこの種の桁の振動性状を決定する重要な要素であ

ることが立証されたものと思われる。

さらに 図-10 は桁のスパン長および剛度 EI を一定とし, 重量パラメータ R_1 を 0.4745 (実験に用いた値) と 0.3 とについて, 速度パラメータ α と動倍率 I との関係を示したものである。この図から重量パラメータ R_1 の違いによる動倍率 I の差は, $\alpha=0.12$ 以下では非常に小さくほとんど一致している。

いま速度パラメータ α について検討すると α は定義より速度 v に比例し, スパン長 l に反比例し, 移動荷重によるスパン中央点の最大静たわみ d_0 の平方根に比例するパラメータである。したがってこの関係にのみ注目して 図-10 を見るときは, つぎのことがいえる。すなわち本実験のようにスパン長, 桁の剛度 EI および移動荷重の大きさを一定とすると, このパラメータ α は速度のみの関数となり, 動倍率 I は速度が大きくなるにつれて大きくなり, 速度の影響が大きくなりあらわれることになる。

しかし, 多少の問題点はあるが, もし移動荷重の大きさおよび速度を一定としスパン長が変化すると考えると 図-10 は動倍率がスパン長によって減するという傾向を示していることになる。しかし, 衝撃係数が載荷長によって減ることについては別の意味がある⁹⁾。

さらにスパン長がかわればそれにつれて当然スパン中央点の最大静たわみ d_0 も変化することはもちろんである。

つぎに, 桁のスパン長, 移動荷重のもつ速度および大きさを一定とし, 桁の剛度 EI のみを変化すると考えるときは, これによって桁の中央点の最大静たわみ d_0 が変化し, したがって α は \sqrt{EI} に反比例することになり, d_0 が小さいとき, すなわち EI が大きいときは動倍率 I は小さく d_0 が大きくなると, すなわち EI が小さくなるにつれて動倍率 I は大きくなるのがわかる。

ちなみに一般に架設されている 3 径間連続桁橋で中央径間のみヒンジを有する橋のパラメータ α を計算すると 0.01~0.04 の範囲にあり, この場合は 図-10 から動倍率 I は 1.2 前後となる。しかしこのことは桁の支持条件が本研究とは多少異なり, この場合は当然中間支点上での桁のたわみ角の影響も考慮すべきである。

以上のようにこのパラメータ α にはこの種の構造で考えられる要素, たとえば桁の剛度, 移動荷重のもつ速度および大きさ, 桁のスパン長による影響などが同時にふくまれた重要なパラメータである。

また, 図-10 から本研究のように桁のスパン長および剛度を一定にし, さらに移動荷重の大きさも一定とする場合はパラメータ α は速度パラメータと考えられ, この図からこの速度パラメータ α と桁の動倍率 I とは単なる 1 次的関係ではなく, その桁の形式による特有の関係が存在するものと思われる。また, Newmark 教授は単

純桁について同じような結果を得ている。その結果の一例を図-10の破線で示した⁴⁾。

7. む す び

以上桁橋ヒンジにおける衝撃は主として移動荷重がヒンジを通過する際、桁のたわみ角の不連続なために起こる移動荷重と桁の衝撃作用であるとして、これらの間の衝撃に関する運動方程式を立て、さらに衝撃力が最大となる時刻 t_1 において移動荷重のもっている r 方向の速度(図-3 参照)と桁の移動荷重が載荷している点の r 方向の速度とが等しいという条件から衝撃作用が終了直後の桁の鉛直方向の速度に関する式(24)を導いた。この速度を移動荷重がヒンジ通過後の桁の運動方程式(25)の初期条件として Newmark's β Method ($\beta=1/6$)を用いて京都大学電子計算機で数値計算を行なった。なお計算にあたっては3次以上の高次振動の影響は1次および2次振動による影響にくらべて小さいので、ここでは省略した。また積分ステップの間隔は計算の安定性と収束性を考慮して2次振動周期の1/6以下とし今回は $\Delta t=0.01$ 、すなわち移動荷重が桁を通過するに要する時間間隔を200ステップに分割して計算した。計算は重量パラメータおよび速度パラメータを種々変化させて行なった。1回の計算に要する時間は約40分である。つぎに5.でのべたように、スパン200cm、幅4cm、高さ1cmの両端固定スパン中央にヒンジを有する桁について模型実験を行なって解析値と比較した。

それらの結果は図-9および図-10のとおりであり、実験値と解析値とよく一致する。このことからわれわれは、ヒンジにおいて移動荷重の運動量が急激に変化することによる衝撃作用がこの種の桁の振動性状を特長づける大きな要素であることを理論的に解析し、あわせて実験の裏づけを行なった。このような場合はもはや従来の研究のように移動荷重の質量の影響は無視することはできない。さらに単純桁について Newmark 教授が行なった結果を図-10に示した⁴⁾。図-10から単純桁にくらべてヒンジを有する桁の動倍率はかなり大きい。

ここであらためて図-10に用いたパラメータ α についてのべると、 $\alpha=v/l \cdot \sqrt{4_0/g}$ であらわされ、本研究では桁のスパン長 l および剛度 EI を一定とし、移動荷重の大きさすなわち重量パラメータ R_1 を一定としたために、 α は移動荷重の速度のみの関数となったのであるが、これを移動荷重のもつ速度が変わらないとして、スパン長が異なると見るときは図-10はスパン長と動倍率との関係を示し、衝撃率はスパン長によって減することの一例を示していると考えてもよいであろう。さらにスパン長、移動荷重の大きさおよびその荷重のもつ速度を一定と見ると桁のスパン中央点の最大静たわみ d_0 は桁の剛度 EI によって定まりパラメータ α は EI の関

数と見ることもできる。

さて、いま本研究の構造の対象と考えられる中央径間のスパン中央にヒンジを有する3径間連続桁橋のパラメータ α を計算すると、0.01~0.04の間にあり動倍率は図-10から1.2前後と考えられる。しかし、この場合は連続桁の中央支点上における桁のたわみ角による影響も当然考慮しなければならない。

以上、本研究においてヒンジにおける衝撃作用は主としてヒンジ部の角変化によって生ずることをのべ、さらに図-10のパラメータ α の検討の結果、この種のスパン中央にヒンジを有する桁の設計にあたっては、ヒンジ部における角変化を小さくして衝撃作用を小さくするために、ヒンジ部を少なくとも設計荷重による最大静たわみに相当する量だけ上げ越しておけば、ヒンジにおける衝撃を小さくできると考えられる。またこのことは橋全体としての縦断勾配にも関係することである。

本研究はヒンジにおける衝撃とその効果に関する基礎的研究を行なったものであるため、対象とした構造がかなり特殊なものとなった。今後さらに研究を進め既設橋梁についても実験を行ない。さらに3径間ゲルバー橋などヒンジを有する橋にこの解析法を拡張するよう研究を進める予定である。

最後に終始ご指導下さいました京都大学小西一郎教授に感謝の意を表する。

参 考 文 献

- Huang, T. and Veletsos, A.S.: "A Study of Dynamic Response of Cantilever Highway Bridge", Civil Engineering Studies, Structural Research Series No. 206, University of Illinois, 1960
- Konishi, I. and Komatsu, S.: "Vibration Behavior of Gerber Beam", Technical Report, Vol. 6, No. 3, Engineering Research Institute, Kyoto University, 1956
- Wen, R.K.L.: "Behavior of Cantilever Bridge", ASCE Transaction, 1962
- Tung, T.P., Goodman, L.E., Chen, T.Y. and Newmark, N.M.: "Highway Bridge Impact Problems", Highway Research Board Bulletin 124, 1955
- Biggs, J.M., Suer, H.S. and Louw, J.M.: "Vibration of Simple-Span Highway Bridges", ASCE Transaction, 1962
- Mise, K. and Kunii, S.: "On the Forced Vibration of Bridges under the Action of Moving Loads", Memorirs of the Faculty of Engineering, Kyusyu University
- Huang, T. and Veletsos, A.S.: "Dynamic Response of Three-span Continuous Highway Bridge", Civil Engineering Studies, Structural Research Series No. 190, University of Illinois, 1960
- Hoppmann, W.H.: "Effects of Impact on Structures" SHOCK AND VIBRATION HANDBOOK, Vol. 1 pp 9-1~9-11, Mcgraw-Hill, 1961
- 小西・山田・篠塚・小堀: "橋の衝撃係数に関する確率論的一考察", 土木学会論文集 第62号, 昭和34年4月 (1963. 8.14・受付)