基礎構造を考慮したラーメンの解法

SOLUTION OF THE RIGID FRAME STRUCTURES TAKING FOUNDATION SYSTEM INTO CONSIDERATION

長　　尚*
By Takashi Chyo

1. 緒　　言

従来，ラーメン構造は基礎構造と切り離されて設計計算が多く行なわれている。すなわち基礎を固定として，またはヒンジとして，あるいは安全のためにその両方として計算が行なわれたり，さらには固定とヒンジの中間として両方の値の平均値などが用いられたりしている。そのために，(1) この解法には多分に誤差がふくまれることはまぬがれない。また，(2) 場合によっては，誤った考え方によって基礎の固定度が決定されている。さらに，(3) 基礎の固定度を明確にするために必要以上の努力，例えば，応力その他技術的観点からはことさらに基礎の固定度が完全固定またはヒンジのいずれかでなければならない理由はないが，ただ計算法が明確でないために，フーチングを必要以上に大きくしたり，あるいはヒンジをそう入する例を見ることがある。その結果，(4) 危険な設計が行なわれたり，また安全であっても余裕のありすぎる不経済な設計が行なわれ，場合によってはむだな施工をしいることとなる。

これをさけるには，基礎構造とラーメン部材とを切り離さず同時に考慮して解かれなければならないが，土をふくむ基礎構造をラーメン部材と同一次元で論じ，ここで述べるような弾性論を適用するためには土をふくむ基礎構造を多分に理想化し，力と変位の線形性その他の仮定を設けなければならない。したがって，ここで述べる解法によっても，前記問題がすべて解決されるわけではないが，従来の方法よりもいちじるしく誤差の範囲はせまくなり，誤った固定度の選択はさけられ，むだな施工をしいることはほとんどなくなるに違いない。

土をふくむ基礎構造を考慮したラーメンの解法は，特殊な基礎について二，三の文献[1)~3)]にも見受けられるが，以下これらをふくめたあらゆる基礎構造についての解法を若干の仮定を設けて，たわみ角法によって示し，計算例も合わせ記す。

2. 理論の概要

前記緒言でふれたように，土をふくむ基礎構造をラーメン部材と同様に弾性論的取り扱いが可能であるためには基礎構造の変位と力との間には比例関係が成立するという仮定を設けなければならない。この仮定の諾否についての検討は後述するが，この仮定が満たされれば，基礎に作用する力の三要素と基礎の変位の三要素との関係は次式のような一次式で表わせる。

$$M_i=r_{11}\theta_i+r_{12}\delta_{Hi}+r_{13}\delta_{Vi} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

$$H_i=r_{21}\theta_i+r_{22}\delta_{Hi}+r_{23}\delta_{Vi} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

$$V_i=r_{31}\theta_i+r_{32}\delta_{Hi}+r_{33}\delta_{Vi} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3)$$

ここに，M_i：i 基礎に作用するモーメント
H_i：i 基礎に作用する水平力
V_i：i 基礎に作用する垂直力
θ_i：i 基礎の回転角
δ_{Hi}：i 基礎の水平変位
δ_{Vi}：i 基礎の垂直変位
r_{pq}：係数

この式中の係数 r_{pq} を各基礎構造に応じて求め，基礎構造に応じた (1)~(3) の基本式をまず導く。この基本式が求まれば，この式中の未知量である回転角，水平，垂直変位とこれら基礎の変位を考慮に入れたラーメン部材の基本式中の未知量，節点角および部材角は，普通のたわみ角法と同様に，モーメントのつり合い式，力の平衡式，さらに場合によっては変位の幾何学的条件によって連立方程式を作り，これを解くことにより求められる。

3. ラーメン部材の一般式および符号

たわみ角法によるラーメン部材の一般式および符号は周知のごとくであるが，ここで用いる一般式および符号を示せばつぎのとおりである。

$$M_{AB}=k_{AB}(2\varphi_A+\varphi_B+\psi_{AB})+C_{AB} \cdots\cdots (4)$$

または　$k_{AB}(1.5\varphi_A+0.5\psi_{AB})+H_{AB}$ (B端ヒンジ) $\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4')$

$$S_{AB}=S_{0AB}-\frac{M_{AB}+M_{BA}}{l_{AB}} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (5)$$

ここに，M_{AB}：AB 部材の A 端のモーメント (時計回り正)
S_{AB}：AB 部材の A 端のせん断力
S_{0AB}：AB 部材のA端の単桁としてのせん断力
C_{AB}, H_{AB}：荷重項
k_{AB}：AB 部材の基準部材剛度に対する剛比 $\left(\dfrac{E_{AB}K_{AB}}{E_0K_0}\right)$

* 正員　国鉄大阪幹線工事局

$\varphi_A=2E_0K_0\theta_A,\ \varphi_B=2E_0K_0\theta_B$ ………(6)

$\psi_{AB}=-6E_0K_0R_{AB}$ ……………………(7)

$K_0=\dfrac{I_0}{l_0}$

E ：ヤング率

θ ：節点角（時計回り正）

R ：部材角（時計回り正）

I ：断面二次モーメント

l ：部材の長さ

4. 拡がり基礎

ここでは，つぎの仮定を設ける。

（1） 拡がり基礎は剛体。

（2） 基礎の水平変位なし。滑動は許されないから，水平変位としては地盤のせん断ひずみでこれは一般に無視できる。

（3） 地盤の垂直反力係数（k_v）は一定とする。

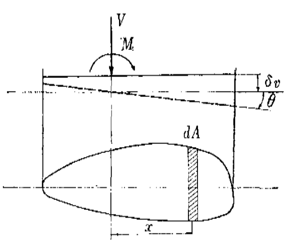
この3つの仮定により，まず基礎の基本式（1）～(3）を求める。ところで，(2）の仮定により，この場合の基本式はつぎの二式を求めることとなる。

$M_{if}=r_{11}\theta_i+r_{13}\delta_{Vi}$ ……………………………(1′)

$V_{if}=r_{31}\theta_i+r_{33}\delta_{Vi}$ ……………………………(3′)

図—1 よりつぎの関係が成立する。

図—1



$dM_{if}=k_v(x\theta_i+\delta_{Vi})xdA_i$ …………(8)

$dV_{if}=k_v(x\theta_i+\delta_{Vi})dA_i$ …………(9)

したがって，

$M_{if}=k_v\int(x\theta_i+\delta_{Vi})xdA_i$ …………………(10)

$\quad=k_v(I_i\theta_i+G_i\delta_{Vi})$ ……………………(10′)

$V_{if}=k_v\int(x\theta_i+\delta_{Vi})dA_i$ …………………(11)

$\quad=k_v(G_i\theta_i+\delta_{Vi})A_i$ ……………………(11′)

ここに，I_i ：i 基礎底面の断面二次モーメント

G_i ：i 基礎底面の断面一次モーメント

A_i ：i 基礎の底面積

式（10′)，(11′）をラーメン部材の表示式に合わすために（6）の関係式によって書き直し，整理すると，

$M_{if}=\dfrac{k_vI_i}{2E_0K_0}\varphi_i+k_vG_i\delta_{Vi}$ …………………(12)

$\quad=k_{if}(2\varphi_i+j_1\psi_{Vi})$ …………………(12′)

$V_{if}=\dfrac{k_vG_i}{2E_0K_0}\varphi_i+k_vA_i\delta_{Vi}$ …………………(13)

$\quad=j_2\varphi_i+\psi_{Vi}$ ……………………………(13′)

ここに，$k_{if}=\dfrac{k_vI_i}{4E_0K_0}$　拡がり基礎の剛比である。 ……………………………(14)

$j_1=\dfrac{G_i}{k_{if}A_i}=\dfrac{4E_0K_0G_i}{k_vA_iI_i}$ ……………(15)

$j_2=\dfrac{k_vG_i}{2E_0K_0}=\dfrac{2G_i}{I_i}k_{if}$ ……………(16)

$\psi_{Vi}=k_vA_i\delta_{Vi}$ ……………………………(17)

基礎が対称な場合には　$G_i=0$ であるから，式（12′)，(13′）の基本式はつぎのように簡単になる。

$M_{if}=2k_{if}\varphi_i$ ……………………………(18)

$V_{if}=\psi_{Vi}$ ……………………………(19)

つぎに，ラーメン部材のモーメント基本式は通常のたわみ角法の方法で求めるわけであるが，この式中に，基礎の変位，回転角と垂直変位を考慮に入れなければならない。すなわち基礎に結合する ij 材の i 端に節点角 θ_i (φ_i) が生じ，水平部材に基礎の垂直変位によって部材角が生じる。

基礎の基本式およびラーメン部材のモーメントの基本式が求まれば，この式中の未知量は，通常のたわみ角法のとおり，各節点のモーメントのつり合い式および力の平衡式，さらに場合によっては変形の幾何学的条件を利用して，連立方程式を作り，これを解くことにより求めることができる。なお，i 基礎節点におけるモーメントのつり合い式および力の平衡式はつぎのようになる。

$\sum_j M_{ij}+M_{if}+M_{i0}=0$ ……………………(20)

$R_i-V_{if}=0$ ……………………………(21)

ここに，M_{i0}：i 基礎に加わる外力モーメント

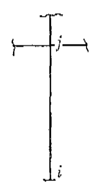
R_i：i 基礎に加わる反力

これまでは，基礎の変位として，回転角のみならず，垂直変位をも考慮に入れたが，この基礎の垂直変位を考慮に入れなければならないのはつぎのような特殊な場合，

（i） 基礎相互の不等沈下によって大きなモーメントが生じる場合：普通基礎相互の不等沈下はきわめて小さくこれのラーメンにおよぼす影響はほとんど無視できるが，場合によっては，例えば，多少の沈下をかくごしてラーメンを設計するような場合には，基礎の垂直変位は無視できない。

（ii） 基礎構造が非対称の場合：式（12）からわかるように，基礎構造が非対称であれば，基礎の垂直変位によってモーメントが生じるのでこれを無視できない場合がある。

図—2



普通には，基礎は対称で，かつ不等沈下の影響はほとんどなく，したがって，基礎の垂直変位は無視できる。この場合には，基礎の基本式は，式（18）だけとなり，したがって，垂直力の平衡式も不要となり計算が楽になる。さらに，**図—2** に示すように i 基礎に集まるラーメン部材が垂直材一本で，かつ，基礎の垂直変位を無視できる場合には，つ

ぎに示すように，未知数 φ_i が簡単に消去できるので，通常のラーメンと同数の未知量となり，計算が非常に楽になる。なお，この特殊な解法については，Magyar[1]がモーメント分配法によって，また Opladen[2]はたわみ角法によって述べている。

ラーメン部材 ij 材のモーメント基本式

$$M_{ij}=k_{ij}(2\varphi_i+\varphi_j+\psi_{ij})+C_{ij} \cdots\cdots(4'')$$

$$M_{ji}=k_{ij}(\varphi_i+2\varphi_j+\psi_{ij})+C_{ji} \cdots\cdots(4''')$$

基礎のモーメント式

$$M_{if}=2k_{if}\varphi_i \cdots\cdots(18)$$

$\Sigma M_i=0$, すなわち，式 (4″)＋式 (18)＝0 より

$$\varphi_i=-\frac{k_{ij}(\varphi_j+\psi_{ij})+C_{ij}}{2(k_{ij}+k_{if})} \cdots\cdots(22)$$

を得る。式 (22) を式 (4″)，(4‴) に代入すると，ij 材の一般式として，それぞれ次式を得る。

$$M_{ij}=\frac{k_{if}}{k_{ij}+k_{if}}\{k_{ij}(\varphi_j+\psi_{ij})+C_{ij}\} \cdots\cdots(23)$$

$$=\alpha_i\{k_{ij}(\varphi_j+\psi_{ij})+C_{ij}\} \cdots\cdots(23')$$

$$M_{ji}=k_{ij}\left\{\frac{3k_{ij}+4k_{if}}{2(k_{ij}+k_{if})}\varphi_j+\frac{k_{ij}+2k_{if}}{2(k_{ij}+k_{if})}\psi_{ij}\right\}-\frac{k_{ij}}{2(k_{ij}+k_{if})}C_{ij}+C_{ji} \cdots\cdots(24)$$

$$=k_{ij}\{(1.5\gamma_i+2\alpha_i)\varphi_j+(0.5\gamma_i+\alpha_i)\psi_{ij}\}-0.5\gamma_iC_{ij}+C_{ji} \cdots\cdots(24')$$

ここに，$\alpha_i=\dfrac{k_{if}}{k_{ij}+k_{if}}$，$\gamma_i=\dfrac{k_{ij}}{k_{ij}+k_{if}}$ ………(25)

ij 材に対する一般基本式として式 (23′)，(24′) を用いれば，通常のラーメンの解法と同様にして解くことができる。

5. 杭（またはピヤー）基礎

以下つぎの仮定を設ける。

（1） 基礎の頭部は直接または剛体（フーチングなど）を通して，ラーメン部材と結ばれている。

（2） 杭の横抵抗は，無限長の弾性支承上のはりの理論（Chang の理論）による。地中の細長い支持物についての横抵抗に関する理論は，多少問題はあるが，この Chang の理論が多く用いられている。ここでもこの理論による。

（3） 地盤の横方向反力係数（k_H）は一定とする。

（4） 杭の垂直方向反力係数（f）は一定とする。

この仮定により，まず基礎部の基本式 (1)～(3) を求めるわけであるが，普通杭の頭部はラーメン部材またはフーチングに剛結される場合が多いので，最初にこの場合について述べ，あとで杭頭がヒンジの場合について述べる。

まず m 杭1本についての Chang の理論による横方向変位，回転角，モーメントおよびせん断力の基本式はつぎのようである。

$$y_m(z)=e^{-\beta_m z}(A\sin\beta_m z+B\cos\beta_m z) \cdots\cdots(26)$$

$$\frac{dy_m}{dz}=\beta_m e^{-\beta_m z}\{A(\cos\beta_m z-\sin\beta_m z)-B(\cos\beta_m z+\sin\beta_m z)\} \cdots\cdots(27)$$

$$M_m(z)=2\beta_m{}^2E_mI_me^{-\beta_m z}(-A\cos\beta_m z+B\sin\beta_m z) \cdots\cdots(28)$$

$$S_m(z)=2\beta_m{}^3E_mI_me^{-\beta_m z}\{A(\cos\beta_m z+\sin\beta_m z)+B(\cos\beta_m z-\sin\beta_m z)\} \cdots\cdots(29)$$

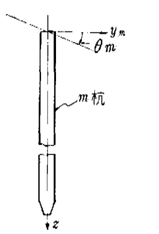
ここに，$\beta_m=\sqrt[4]{\dfrac{k_HD_m}{4E_mI_m}}$ ………(30)

D_m：m 杭の直径

E_m, I_m：m 杭のヤング率，断面二次モーメント

A, B：境界条件により決まる常数

図—3



図—3 に示すように，m 杭の頭部に回転角と，水平変位とが与えられた場合の常数 A, B は，$z=0$ において，$y_m=\delta_{Hm}$，$\dfrac{dy_m}{dz}=-{}^*\theta_m$ の境界条件によりつぎのように決まる（* ラーメンの節点角の正方向と合わすために負号をつけた）。

$$A=\delta_{Hm}-\frac{\theta_m}{\beta_m} \cdots\cdots(31)$$

$$B=\delta_{Hm} \cdots\cdots(32)$$

したがって，m 杭の頭部に回転角および水平変位とが与えられたときの，杭頭におけるモーメントおよびせん断力の一般式はつぎのようになる。

$$M_{m0}=2\beta_mE_mI_m\theta_m-2\beta_m{}^2E_mI_m\delta_{Hm} \cdots\cdots(33)$$

$$=j_{1m}\theta_m+j_{2m}\delta_{Hm} \cdots\cdots(33')$$

$$S_{m0}=-2\beta_m{}^2E_mI_m\theta_m+4\beta_m{}^3E_mI_m\delta_{Hm} \cdots\cdots(34)$$

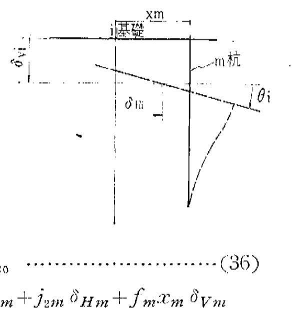
$$=j_{2m}\theta_m+j_{3m}\delta_{Hm} \cdots\cdots(34')$$

ここに，

$$j_{1m}=2\beta_mE_mI_m,\quad j_{2m}=-2\beta_m{}^2E_mI_m,$$

$$j_{3m}=4\beta_m{}^3E_mI_m \cdots\cdots(35)$$

図—4



つぎに，m 杭が基礎原点（節点）から x_m だけ離れていると，節点に関する m 杭のモーメント，水平力および垂直力は，図—4 からわかるように，

$$M_{im}=f_m(\delta_{Vm}+x_m\theta_m)x_m+M_{m0} \cdots\cdots(36)$$

$$=(j_{1m}+f_mx_m{}^2)\theta_m+j_{2m}\delta_{Hm}+f_mx_m\delta_{Vm} \cdots\cdots(36')$$

$$H_{im}=S_{m0}=j_{2m}\theta_m+j_{3m}\delta_{Hm} \cdots\cdots(37)$$

$$V_{im}=f_m(\delta_{Vm}+x_m\theta_m) \cdots\cdots(38)$$

$$=f_mx_m\theta_m+f_m\delta_{Vm} \cdots\cdots(38')$$

ここに，f_m：m 杭の垂直反力係数

したがって，基礎全体としてのモーメント M_{ip}, 水平

力 H_{ip}, 垂直力 V_{ip} は次式で求められる。

$$M_{ip}=\sum_m M_{im},\ H_{ip}=\sum_m H_{im},\ V_{ip}=\sum_m V_{im} \cdots(39)$$

前記 (1) の仮定により, $\theta_m \equiv \theta_i$, $\delta_{Hm} \equiv \delta_{Hi}$, $\delta_{Vm} \equiv \delta_{Vi}$ であり, またラーメン部材の表示式に合わせるために式 (6) の関係式を入れ, 整理すると, 式 (39) はつぎのようになる。

$$M_{ip}=\sum_m \left\{\frac{1}{2E_0K_0}(2\beta_m E_m I_m+f_m x_m^2)\varphi_i - 2\beta_m^2 E_m I_m \delta_{Hi}+f_m x_m \delta_{Vi}\right\} \cdots(40)$$

$$=k_{ip}(2\varphi_i+\psi_{Hi}+\alpha_1\psi_{Vi}) \cdots(40')$$

ここに, $k_{ip}=\dfrac{1}{4E_0K_0}\sum_m(2\beta_m E_m I_m+f_m x_m^2) \cdots(41)$

; 杭基礎部の剛比である。

$$\psi_{Hi}=\frac{-2\sum_m \beta_m^2 E_m I_m}{k_{ip}}\delta_{Hi} \cdots(42)$$

$$\alpha_1=\frac{\sum_m f_m x_m}{k_{ip}\sum_m f_m} \cdots(43)$$

$$\psi_{Vi}=\sum_m f_m \delta_{Vi} \cdots(44)$$

$$H_{ip}=\sum_m\left(-\frac{\beta_m^2 E_m I_m}{E_0K_0}\varphi_i+4\beta_m^3 E_m I_m \delta_{Hi}\right) \cdots(45)$$

$$=\alpha_2\varphi_i+\alpha_3\psi_{Hi} \cdots(45')$$

ここに, $\alpha_2=\dfrac{-\sum_m \beta_m^2 E_m I_m}{E_0K_0} \cdots(46)$

$$\alpha_3=\frac{-2k_{ip}\sum_m \beta_m^3 E_m I_m}{\sum_m \beta_m^2 E_m I_m} \cdots(47)$$

$$V_{ip}=\sum_m\left(\frac{f_m x_m}{2E_0K_0}\varphi_i+f_m\delta_{Vi}\right) \cdots(48)$$

$$=\alpha_4\varphi_i+\psi_{Vi} \cdots(48')$$

ここに, $\alpha_4=\dfrac{\sum_m f_m x_m}{2E_0K_0} \cdots(49)$

基礎が対称な場合には, $\sum_m f_m x_m=0$ であるから式 (40)～(48) の基本式はつぎのように簡単になる。

$$M_{ip}=k_{ip}(2\varphi_i+\psi_{Hi}) \cdots(50)$$

$$H_{ip}=\alpha_2\varphi_i+\alpha_3\psi_{Hi} \cdots(45')$$

$$V_{ip}=\psi_{Vi} \cdots(51)$$

つぎに, ラーメン部材のモーメント基本式は, 前項の拡がり基礎で述べた方法と全く同じようにして求められる。

基礎部の基本式およびラーメン部材の一般式が求まれば, 前項で述べた方法と全く同じようにして解くことができる。なお, i 基礎部におけるモーメントのつり合い式および力の平衡式は前項の式 (20), (21) に, つぎの水平力の平衡式が必要となる。

$$\sum_j S_{ij}-H_{ip}+S_{i0}=0 \cdots(52)$$

ここに S_{i0} : i 基礎に加わる外力。

さて, この場合にも, 前項の拡がり基礎と同じように杭の配置が非対称であるとか, 基礎の不等沈下を考慮に入れなければならないような場合はむしろ少なく, したがって, 基礎の垂直変位を無視できる場合が多い。この場合はつぎのようになる。

$$M_{ip}=k_{ip}(2\varphi_i+\psi_{Hi}) \cdots(50)$$

$$H_{ip}=\alpha_2\varphi_i+\alpha_3\psi_{Hi} \cdots(45')$$

未知数が一つ減ったから, つり合い式および平衡式は前記式 (20), (52) の二式となる。

つぎに, 比較的多くの例がある, 二, 三の特殊な基礎についての一般式をあげる。

a) 一基礎同一で対称な数本 (n 本) の杭基礎　E_m, I_m, β_m および f_m がすべて m に関係のない一定な常数となるから, 基本式 (50), (45'), (51) 中の係数はつぎのように簡単になる。

$$M_{ip}=k_{ip}(2\varphi_i+\psi_{Hi}) \cdots(50)$$

ここに, $k_{ip}=\dfrac{E_m}{2E_0K_0}\left(n\beta_m I_m+\dfrac{f_m}{2E_m}\sum_m x_m^2\right)$ (53)

$$\psi_{Hi}=-\frac{2n\beta_m^2 E_m I_m}{k_{ip}}\delta_{Hi} \cdots(54)$$

$$H_{ip}=\alpha_2\varphi_i+\alpha_3\psi_{Hi} \cdots(45')$$

ここに, $\alpha_2=\dfrac{-n\beta_m^2 E_m I_m}{E_0K_0} \cdots(55)$

$$\alpha_3=-2\beta_m k_{ip} \cdots(56)$$

$$V_{ip}=\psi_{Vi} \cdots(51)$$

ここに, $\psi_{Vi}=nf_m\delta_{Vi} \cdots(57)$

b) 一基礎1本杭 (ウェルなどもふくむ)　この場合には, つぎのように非常に簡単な一般式となる。なお, この場合の解法については, 国鉄の岡田技師[3] がベノト杭基礎を例として, モーメント分配法によって述べられている。

$$M_{ip}=k_{ip}(2\varphi_i+\psi_{Hi}) \cdots(50)$$

ここに, $k_{ip}=\dfrac{\beta_m E_m I_m}{2E_0K_0}$　; 剛比 $\cdots(58)$

$$\psi_{Hi}=\frac{-2\beta_m^2 E_m I_m}{k_{ip}}\delta_{Hi}=-4\beta_m E_0K_0\delta_{Hi} \cdots(59)$$

$$H_{ip}=\alpha_2\varphi_i+\alpha_3\psi_{Hi} \cdots(45')$$

ここに, $\alpha_2=-\dfrac{\beta_m^2 E_m I_m}{E_0K_0}=\alpha_3 \cdots(60)$

$$V_{ip}=\psi_{Vi} \cdots(51)$$

ここに, $\psi_{Vi}=f_m\delta_{Vi} \cdots(61)$

c) 地中ばり (つなぎばり) のある場合　各基礎部の頭部が地中ばりその他で連結されている場合は, 各基礎の水平変位 δ_{Hi} が等しいから一般に計算が楽になり, 基礎部の水平力の平衡式はつぎの一式となる。

$$\sum_i P-\sum_i H_{ip}=0 \cdots(62)$$

ここに, $\sum_i P$: 基礎より上部に作用する水平外力の総和。

最後に杭頭部がヒンジの場合について簡単に付記する。杭頭部がヒンジの場合, 頭部に δ_{Hm} の変位が与え

られると，式 (26)〜(29) 中の常数 A, B は，$z=0$ において，$y_m=\delta_{Hm}$, $M_m=0$ の境界条件により

$$A=0,\quad B=\delta_{Hm} \quad\cdots\cdots(63)$$

を得る。したがって，杭頭部におけるモーメントおよびせん断力の式はつぎのようになる。

$$M_m=0,\quad S_m=2\beta_m{}^3 E_m I_m \delta_{Hm} \quad\cdots\cdots(64)$$

ゆえに，i 基礎部のモーメント，水平力および垂直力の基本式はつぎのようになる。

$$M_{ip}=\sum_m\left(\frac{f_m x_m{}^2}{2E_0K_0}\varphi_i+f_m x_m\delta_{Vi}\right) \quad\cdots\cdots(65)$$

$$=k'_{ip}(2\varphi_i+\alpha_1\psi_{Vi}) \quad\cdots\cdots(65')$$

ここに，$$k'_{ip}=\frac{\sum_m f_m x_m{}^2}{4E_0K_0} \quad\cdots\cdots(66)$$

$$\alpha_1=\frac{\Sigma f_m x_m}{k_{ip}\sum_m f_m} \quad\cdots\cdots(43)$$

$$\psi_{Vi}=\Sigma f_m\delta_{Vi} \quad\cdots\cdots(44)$$

$$H_{ip}=2\sum_m\beta_m{}^3 E_m I_m \delta_{Hi} \quad\cdots\cdots(67)$$

$$=\psi'_{Hi} \quad\cdots\cdots(67')$$

ここに，$$\psi'_{Hi}=2\sum_m\beta_m{}^3 E_m I_m \delta_{Hi} \quad\cdots\cdots(68)$$

$$V_{ip}=\sum_m\left(\frac{f_m x_m}{2E_0K_0}\varphi_i+f_m\delta_{Vi}\right) \quad\cdots\cdots(48)$$

$$=\alpha_4\varphi_i+\psi_{Vi} \quad\cdots\cdots(48')$$

ここに，$$\alpha_4=\frac{\sum_m f_m x_m}{2E_0K_0} \quad\cdots\cdots(49)$$

この基礎部の基本式が求まれば，以下の計算はこれまでに述べた方法と全く同じである。また，前と同様，特殊な基礎については基本式および条件式が簡単になるが，これも前と同様な手続で求められるので省略する。

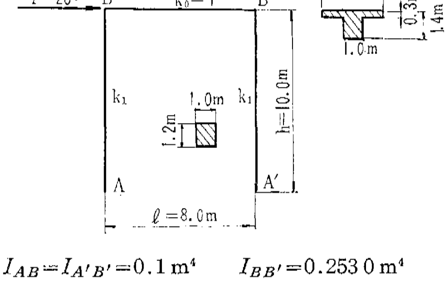
6. 計　算　例

以下，簡単な門型ラーメンを例として，いろいろな基礎状態について，計算例をあげる。

(1) 断面寸法および諸常数

図—5 に示す門型ラーメンに図に示すような水平力が加わった場合を例とする。計算に必要な諸常数はつぎのとおりである。

図—5



$I_{AB}=I_{A'B'}=0.1\,\mathrm{m}^4$　　$I_{BB'}=0.253\,0\,\mathrm{m}^4$

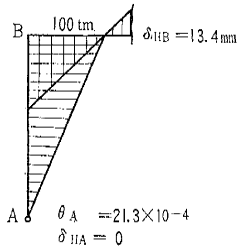
$K_0=K_{BB'}=0.031\,63\,\mathrm{m}^3$,　$k_1=0.316\,2$

$E_0=2.1\times10^6\,\mathrm{t/m^2}$

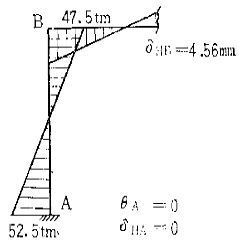
(2) 基礎ヒンジおよび固定の場合

計算は省略するが結果は **図—6, 7** に示す。

図—6

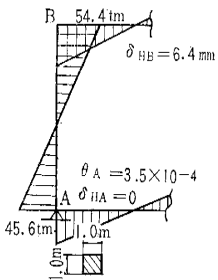


図—7

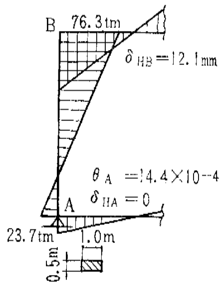


つぎに，ヒンジ基礎の上部につなぎばりを入れると図—**8, 9** のようになる。なお，前者は，1.0m×1.0m のつなぎばりで $I_{AA_1'}=0.083\,33\,\mathrm{m}^4$, $k_{AA_1'}=0.329\,3$, 後者は 1.0m×0.5m (幅×高さ) のつなぎばりで，$I_{AA'_2}=0.010\,47$, $k_{AA'_2}=0.041\,2$ である。

図—8



図—9



(3) 拡がり基礎

まず，基礎の垂直変位を無視した場合について記す。

a) つなぎばりのない例　基礎の大きさを 3m×3m とし，地盤の垂直反力係数(k_v) を $5\,\mathrm{kg/cm^3}=5\times10^3\,\mathrm{t/m^3}$ とする。

この例は，式 (23)〜(25) の公式を用いればよい。まず，基礎の剛比は，式 (14) より求まる。

$$k_{Af}=k_{A'f}=k_f=\frac{k_v ab^3}{48E_0K_0}$$

$$=\frac{5\times10^3\times3^4}{48\times2.1\times10^6\times3.163\times10^{-2}}=0.1270$$

したがって，

$$\alpha_A=\alpha_{A'}=\alpha=\frac{k_{Af}}{k_{AB}+k_{Af}}=\frac{0.127\,0}{0.316\,2+0.127\,0}$$
$$=0.286\,6$$

$$\gamma_A=\gamma_{A'}=\gamma=\frac{k_{AB}}{k_{AB}+k_{Af}}=0.713\,4$$

この例は，左右逆対称であるから，計算は片側半分について行なう。

$$M_{AB}=\alpha k_1(\varphi_B+\psi_{AB})$$

$$M_{BA}=k_1\{(1.5\gamma+2\alpha)\varphi_B+(0.5\gamma+\alpha)\psi_{AB}\}$$

$$M_{BB'}=3\varphi_B$$

$M_{BA}+M_{BB'}=0$ より

$$\{3+(1.5\gamma+2\alpha)k_1\}\varphi_B+(0.5\gamma+\alpha)k_1\psi_{AB}=0$$

$M_{AB}+M_{BA}=-\frac{1}{2}Ph$ より

$$(1.5\gamma+2\alpha)k_1\varphi_B+(0.5\gamma+2\alpha)k_1\psi_{AB}=-\frac{1}{2}Ph$$

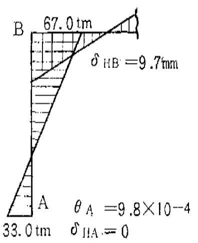
これを解くと，

$$\varphi_B=\frac{0.5(0.5\gamma+\alpha)}{1.5+(4.5+k_1)\alpha}Ph$$

$$\psi_{AB}=-\frac{1.5+0.5(1.5\gamma+2\alpha)k_1}{k_1\{1.5+(4.5+k_1)\alpha\}}Ph$$

以下，計算過程は省略するが，結果を **図—10** に示す。

図—10



b) つなぎばりがある例　基礎の大きさを，4m×4m，つなぎばりを 1m×0.5m，$k_V=20\,\mathrm{kg/cm^3}=2\times10^4\,\mathrm{t/m^3}$ とする。

この例は，式（18）による。

$$k_f=\frac{k_v ab^3}{48E_0K_0}=\frac{2\times10^4\times4^4}{48\times2.1\times10^6\times3.163\times10^{-2}}$$
$$=1.6059$$

$$M_{Af}=2k_f\varphi_A$$
$$M_{AA'}=3k_2\varphi_A$$
$$M_{AB}=k_1(2\varphi_A+\varphi_B+\psi_{AB})$$
$$M_{BA}=k_1(\varphi_A+2\varphi_B+\psi_{AB})$$
$$M_{BB'}=3\varphi_B$$

$\Sigma M_A=0$ より

$$(2k_1+3k_2+k_f)\varphi_A+k_1\varphi_B+k_1\psi_{AB}=0$$

$\Sigma M_B=0$ より　$k_1\varphi_A+(3+2k_1)\varphi_B+k_1\psi_{AB}=0$

$M_{AB}+M_{BA}=-\frac{1}{2}Ph$ より

$$3k_1\varphi_A+3k_1\varphi_B+2k_1\psi_{AB}=-100$$

したがって連立方程式はつぎのようになる。

$$3.9676\varphi_A+0.3162\varphi_B+0.3162\psi_{AB}=0$$
$$0.3162\varphi_A+3.6324\varphi_B+0.3162\psi_{AB}=0$$
$$0.9486\varphi_A+0.9486\varphi_B+0.6324\psi_{AB}=-100$$

これを解くと，

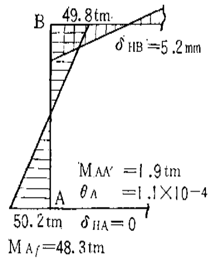
$$\varphi_A=15.0,\ \varphi_B=16.6,\ \psi_{AB}=-205.6$$

を得る。これをモーメントの基本式に入れると，**図—11** に示すモーメントとなる。

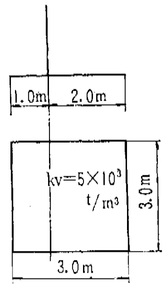
つぎに，**図—12** に示すような，非対称な基礎についての解法例を示す。この例は式（12）～（17）による。左右逆対称であるから片側半分の計算でよい。モーメント基本式は

$$M_{Af}=k_{Af}(2\varphi_A+j_{1A}\psi_{VA})$$

図—11



図—12



$$M_{AB}=k_1(2\varphi_A+\varphi_B+\psi_{AB})$$
$$M_{BA}=k_1(2\varphi_B+\varphi_A+\psi_{AB})$$
$$M_{BB'}=3\varphi_B+\psi_{BB'}$$
$$V_{Af}=j_{2A}\varphi_A+\psi_{VA}$$

また，$\psi_{VA}=k_vA\delta_{VA}$，$\psi_{VA'}=k_vA\delta_{VA'}$，$\delta_{VA}=-\delta_{VA'}$ であるから，

$$\psi_{BB'}=-\frac{6E_0K_0(\delta_{VA'}-\delta_{VA})}{l}=\frac{12E_0K_0}{k_vAl}\psi_{VA}$$
$$=\alpha\psi_{VA}$$

したがって，

$$M_{BB'}=3\varphi_B+\alpha\psi_{VA}$$

となる。

$$I_f=\frac{3^4}{12}+3\times3\times0.5^2=9\,\mathrm{m^4}$$

$$G_A=\frac{3}{2}(2^2-1^2)=4.5\,\mathrm{m^3}$$

$$k_{Af}=\frac{k_vI_f}{4E_0K_0}=\frac{5\times10^3\times9}{4\times2.1\times10^6\times3.163\times10^{-2}}$$
$$=0.1694$$

$$\alpha=\frac{12E_0K_0}{k_vAl}=\frac{12\times2.1\times10^6\times3.163\times10^{-2}}{5\times10^3\times9\times8}$$
$$=2.2142$$

$$j_{1A}=\frac{4E_0K_0G_A}{k_vAI_f}=\frac{4\times2.1\times10^6\times3.163\times10^{-2}\times4.5}{5\times10^3\times9\times9}$$
$$=2.9521$$

$$j_{2A}=\frac{k_vG_A}{2E_0K_0}=\frac{5\times10^3\times4.5}{2\times2.1\times10^6\times3.163\times10^{-2}}$$
$$=0.1694$$

$\Sigma M_A=0$ より

$$2(k_{Af}+k_1)\varphi_A+k_1\varphi_B+k_1\psi_{AB}+k_{Af}j_{1A}\psi_{VA}=0$$

$\Sigma M_B=0$ より

$$k_1\varphi_A+(3+2k_1)\varphi_B+k_1\psi_{AB}+\alpha\psi_{VA}=0$$

$M_{AB}+M_{BA}=-\frac{1}{2}Ph$ より

$$3k_1\varphi_A+3k_1\varphi_B+2k_1\psi_{AB}=-\frac{1}{2}Ph$$

$M_{BB'}+\frac{1}{2}lV_{Af}=0$ より，　$\frac{1}{2}j_{2A}l\varphi_A+3\varphi_B$

$$+\left(\frac{1}{2}l+\alpha\right)\psi_{VA}=0$$

したがって，連立方程式はつぎのようになる。

$$0.971\,2\,\varphi_A+0.316\,2\,\varphi_B+0.316\,2\,\psi_{AB}+0.500\,1\,\psi_{VA}=0$$

$$0.316\,2\,\varphi_A+3.632\,4\,\varphi_B+0.316\,2\,\psi_{AB}+2.214\,2\,\psi_{VA}=0$$

$$0.948\,6\,\varphi_A+0.948\,6\,\varphi_B+0.632\,4\,\psi_{AB}=-100$$

$$0.677\,6\,\varphi_A+3.000\,0\,\varphi_B+6.214\,2\,\psi_{VA}=0$$

これを解くと，

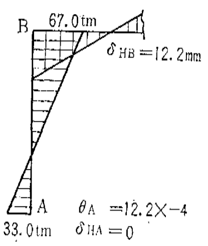
$\varphi_A=162.8,\ \varphi_B=55.1,$

$\psi_{AB}=-484.9,$

$\psi_{VA}=-44.3$

を得る。これをモーメントの基本式に入れると，**図—13** に示すモーメントとなる。

図—13

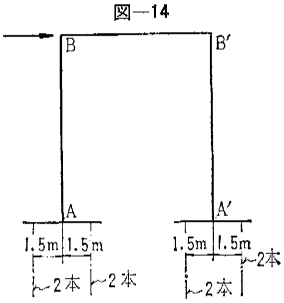


（4） 杭 基 礎

杭基礎についても，まず基礎の垂直変位を無視した場合について述べる。

a) 一基礎同一な4本の杭基礎　まず，**図—14** に示すように，つなぎばりのない例を記す。杭の直径 $D=0.4\,\mathrm{m}$, 杭の厚さ $t=0.07\,\mathrm{m}$ のコンクリート杭とする。また，地盤の水平反力係数 $k_H=1\mathrm{kg/cm^3}=10^3\,\mathrm{t/m^3}$, 杭の垂直反力係数 $f_m=2\times10^4\,\mathrm{t/m}$ とする。この例は，式 (50), (53)～(56), (45′) を利用する。

図—14



$$I_m=1.032\times10^{-3}\,\mathrm{m^4},\quad E_m=2.1\times10^6\,\mathrm{t/m^2}$$

$$\beta_m=\sqrt[4]{\frac{k_HD}{4E_mI_m}}=\sqrt[4]{\frac{10^3\times0.4}{4\times2.1\times10^6\times1.032\times10^{-3}}}=0.463\,5\,\mathrm{m^{-1}}$$

$$k_p=\frac{E_m}{2E_0K_0}\left(n\,\beta_mI_m+\frac{f_m}{2E_m}\sum_m x_m{}^2\right)$$

$$=\frac{1}{2\times3.163\times10^{-2}}\left(4\times0.463\,5\times1.032\times10^{-3}+\frac{2\times10^4}{2\times2.1\times10^6}\times4\times1.5^2\right)=0.707\,7$$

$$\alpha_2=\frac{-n\,\beta_m{}^2E_mI_m}{E_0K_0}=-\frac{4\times0.463\,5^2\times1.032\times10^{-3}}{3.163\times10^{-2}}=-0.028\,04$$

$$\alpha_3=-2\,\beta_m k_p=-2\times0.463\,5\times0.707\,7=-0.656\,0$$

モーメント基本式はつぎのようになる。

$$M_{Ap}=k_p(2\,\varphi_A+\psi_{HA})$$

$$M_{AB}=k_1(2\,\varphi_A+\varphi_B+\psi_{AB})$$

$$M_{BA}=k_1(2\,\varphi_B+\varphi_A+\psi_{AB})$$

$$M_{BB'}=3\,\varphi_B$$

$$H_{Ap}=\alpha_2\varphi_A+\alpha_3\psi_{HA}$$

$\Sigma M_A=0$ より，

$$2(k_1+k_p)\varphi_A+k_1\,\varphi_B+k_1\,\psi_{AB}+k_p\,\psi_{HA}=0$$

$\Sigma M_B=0$ より，

$$k_1\,\varphi_A+(3+2\,k_1)\varphi_B+k_1\psi_{AB}=0$$

$M_{AB}+M_{BA}=-\frac{1}{2}Ph$ より，

$$3\,k_1\,\varphi_A+3\,k_1\,\varphi_B+2\,k_1\,\psi_{AB}=-\frac{1}{2}Ph$$

$H_{Ap}=\frac{1}{2}P$ より，$\alpha_2\varphi_A\quad+\alpha_3\psi_{HA}=\frac{1}{2}P$

したがって，連立方程式はつぎのようになる。

$$2.047\,8\,\varphi_A+0.316\,2\,\varphi_B+0.316\,2\,\psi_{AB}+0.707\,7\,\psi_{HA}=0$$

$$0.316\,2\,\varphi_A+3.632\,4\,\varphi_B+0.316\,2\,\psi_{AB}=0$$

$$0.948\,6\,\varphi_A+0.948\,6\,\varphi_B+0.632\,4\,\psi_{AB}=-100$$

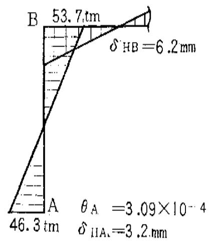
$$0.028\,04\,\varphi_A+0.656\,0\,\psi_{HA}=-10$$

これを解くと，

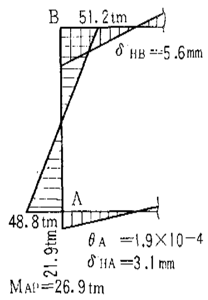
$\varphi_A=41.1,\ \varphi_B=17.9,\ \psi_{AB}=-246.8,\ \psi_{HA}=-17.0$

を得る。これをモーメントの基本式に入れると，**図—15** に示すモーメントを得る。

図—15



図—16



つぎに，この例に，1m×1m のつなぎばりを入れた場合については結果だけを **図—16** に示す。なお，この場合は，

$M_{AA'}=3\,k_2\varphi_A$ が，前例に加わり，したがって，連立方程式の第一式の第一項の係数が，$3\,k_2+2(k_1+k_p)$ となり他は同一となる。

b) 一基礎一本杭の例　まず，**図—17**に示すような，つなぎばりのない例について記す。杭の直径 $D=1.0\,\mathrm{m}$, 杭の断面二次モーメント $I_m=4.908\times10^{-2}\,\mathrm{m^4}$, 地盤の水平反力係数 $k_H=1\,\mathrm{kg/cm^3}=10^3\,\mathrm{t/m^3}$ とする。この例は，式 (45′), (50), (58)～(60) を利用する。

$$\beta_m=\sqrt[4]{\frac{k_HD}{4E_mI_m}}=\sqrt[4]{\frac{10^3\times1.0}{4\times2.1\times10^6\times4.908\times10^{-2}}}=0.221\,9\,\mathrm{m^{-1}}$$

$$k_p=\frac{\beta_mI_m}{2K_0}=\frac{0.221\,9\times4.908\times10^{-2}}{2\times3.163\times10^{-2}}=0.172\,2$$

$$\alpha_2=\frac{-\beta_m{}^2I_m}{K_0}=\frac{0.221\,9^2\times4.908\times10^{-2}}{3.163\times10^{-2}}=-0.076\,42$$

モーメント基本式はつぎのようになる。

$$M_{Ap}=k_p(2\,\varphi_A+\psi_{HA})$$

$$M_{AB}=k_1(2\,\varphi_A+\varphi_B+\psi_{AB})$$

$$M_{BA}=k_1(2\,\varphi_B+\varphi_A+\psi_{AB})$$

$M_{BB'}=3\varphi_B$

$H_{Ap}=\alpha_2(\varphi_A+\psi_{HA})$

連立方程式の形は前例と同一であるから，結果だけを示すとつぎのようになる。

$$0.9768\varphi_A+0.3162\varphi_B+0.3162\psi_{AB}+0.1722\psi_{HA}=0$$
$$0.3162\varphi_A+3.6324\varphi_B+0.3162\psi_{AB}=0$$
$$0.9486\varphi_A+0.9486\varphi_B+0.6324\psi_{AB}=-100$$
$$0.07642\varphi_A+0.07642\psi_{HA}=-10$$

これを解くと，

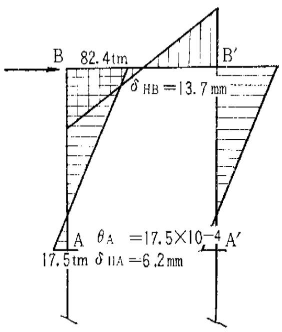
$\varphi_A=232.6,\ \varphi_B=27.5,\ \psi_{AB}=-548.2,$

$\psi_{HA}=-363.5$

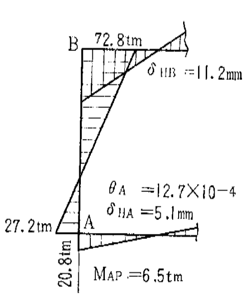
を得る。モーメントは 図—17 に示す。

また，1.0m×0.5m のつなぎばりを入れた場合については 図—18 に結果だけを示す。

図—17



図—18



つぎに，基礎の垂直変位を考慮に入れた解法例をあげる。

a) 前項の a) と同一例を，基礎の垂直変位も考慮した場合　この例では，式 (50)，(53)～(56)，(45′) のほかに，式 (51)，(57) を用いる。モーメントおよび基礎反力の基本式はつぎのようになる。

$M_{Ap}=k_p(2\varphi_A+\psi_{HA})$

$M_{AB}=k_1(2\varphi_A+\varphi_B+\psi_{AB})$

$M_{BA}=k_1(2\varphi_B+\varphi_A+\psi_{AB})$

$M_{BB'}=3\varphi_B+\psi_{BB'}$

$H_{Ap}=\alpha_2\varphi_A+\alpha_3\psi_{HA}$

$V_{Ap}=\psi_{VA}$

ここで，$\psi_{VA}=nf_m\delta_{VA}$，$\delta_{VB}=-\delta_{VA'}$ であるから，

$$\psi_{BB'}=-\frac{6E_0K_0(\delta_{VA'}-\delta_{VA})}{l}=\frac{12E_0K_0}{nlf_m}\psi_{VA}=\alpha'\psi_{VA}$$

したがって，

$M_{BB'}=3\varphi_B+\alpha'\psi_{VA}$

$\Sigma M_A=0$ より，

$$2(k_1+k_p)\varphi_A+k_1\varphi_B+k_1\psi_{AB}+k_p\psi_{HA}=0$$

$\Sigma M_B=0$ より，

$$k_1\varphi_A+(3+2k_1)\varphi_B+k_1\psi_{AB}+\alpha'\psi_{VA}=0$$

$M_{AB}+M_{BA}=-\frac{1}{2}Ph$ より，

$$3k_1\varphi_A+3k_1\varphi_B+2k_1\psi_{AB}=-\frac{1}{2}Ph$$

$H_{Ap}=\frac{1}{2}P$ より，　$\alpha_2\varphi_A+\alpha_3\psi_{HA}=\frac{1}{2}P$

$M_{BB'}+\frac{l}{2}V_{Ap}=0$ より，　$3\varphi_B+\left(\alpha'+\frac{l}{2}\right)\psi_{VA}=0$

$$\alpha'=\frac{12E_0K_0}{nlf_m}=\frac{12\times2.1\times10^6\times3.163\times10^{-2}}{4\times8\times2\times10^4}=1.2454$$

したがって，連立方程式はつぎのようになる。

$$2.0478\varphi_A+0.3162\varphi_B+0.3162\psi_{AB}+0.7077\psi_{HA}=0$$
$$0.3162\varphi_A+3.6324\varphi_B+0.3162\psi_{AB}+1.2454\psi_{VA}=0$$
$$0.9486\varphi_A+0.9486\varphi_B+0.6324\psi_{AB}=-100$$
$$0.02804\varphi_A+0.6560\psi_{HA}=-10$$
$$3.0000\varphi_B+5.2454\psi_{VA}=0$$

これを解くと，

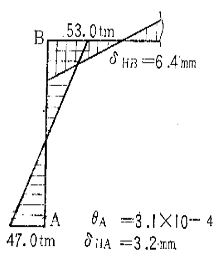
$\varphi_A=41.7,\ \varphi_B=23.1,\ \psi_{AB}=-255.4,$

$\psi_{HA}=-17.0,\ \psi_{VA}=-13.2$

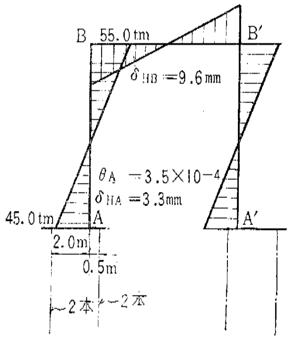
を得る。モーメント，その他を 図—19 に示す。

b) 非対称な杭基礎　図—20 に示すような，非対称な杭基礎についての解法例を示す。この例では，式(40)～(49) を用いる。

図—19



図—20



$k_H,\ D,\ E_m,\ I_m,\ f_m,\ \beta_m$ は前例と同一とする。

モーメントおよび基礎反力の基本式はつぎのとおりである。

$M_{Ap}=k_p(2\varphi_A+\psi_{HA}+\alpha_1\psi_{VA})$

$M_{AB}=k_1(2\varphi_A+\varphi_B+\psi_{AB})$

$M_{BA}=k_1(\varphi_A+2\varphi_B+\psi_{AB})$

$M_{BB'}=3\varphi_B+\psi_{BB'}=3\varphi_B+\alpha'\psi_{VA}$

$H_{Ap}=\alpha_2\varphi_A+\alpha_3\psi_{HA}$

$V_{Ap}=\alpha_4\varphi_A+\psi_{VA}$

$\Sigma M_A=0$ より，　$2(k_1+k_p)\varphi_A+k_1\varphi_B+k_1\psi_{AB}+k_p\psi_{HA}+\alpha_1k_p\psi_{VA}=0$

$\Sigma M_B=0$ より，　$k_1\varphi_A+(3+2k_1)\varphi_B+k_1\psi_{AB}+\alpha'\psi_{VA}=0$

$M_{BA}+M_{AB}=-\frac{1}{2}Ph$ より，　$3k_1\varphi_A+3k_1\varphi_B$
$+2k_1\psi_{AB}=-\frac{1}{2}Ph$

$H_{Ap}=\frac{1}{2}P$ より，　$\alpha_2\varphi_A+\alpha_3\psi_{HA}=\frac{1}{2}P$

$M_{BB'}+\frac{1}{2}lV_{Ap}=0$ より，　$\frac{1}{2}l\alpha_4\varphi_A+3\varphi_B$
$+\left(\alpha'+\frac{1}{2}l\right)\psi_{VA}=0$

$$k_p=\frac{1}{4K_0}\left(2n\beta_m I_m+\frac{f_m}{E_m}\Sigma x_m^2\right)$$
$$=\frac{1}{4\times3.163\times10^{-2}}\left\{2\times4\times0.4635\times1.032\times10^{-3}+\frac{2\times10^4}{2.1\times10^6}(0.5^2+2^2)\times2\right\}=0.6701$$

$$\alpha_1=\frac{\sum_m x_m}{nk_p}=\frac{2(0.5-2.0)}{4\times0.6701}=-1.1192$$

$$\alpha_2=\frac{-\sum_m \beta_m^2 I_m}{K_0}=\frac{-4\times0.4635^2\times1.032\times10^{-3}}{3.163\times10^{-2}}=-0.02804$$

$$\alpha_3=-2k_p\beta_m=-2\times0.6701\times0.4635=-0.6212$$

$$\alpha_4=\frac{\Sigma f_m x_m}{2E_0K_0}=\frac{2\times10^4(0.5-2.0)\times2}{2\times2.1\times10^6\times3.163\times10^{-2}}=-0.4517$$

$$\alpha'=\frac{12E_0K_0}{nlf_m}=\frac{12\times2.1\times10^6\times3.163\times10^{-2}}{4\times8\times2\times10^4}=1.2454$$

したがって，連立方程式はつぎのようになる。

$$1.9726\varphi_A+0.3162\varphi_B+0.3162\psi_{AB}+0.6701\psi_{HA}-0.7500\psi_{VA}=0$$
$$0.3162\varphi_A+3.6324\varphi_B+0.3162\psi_{AB}+1.2454\psi_{VA}=0$$
$$0.9486\varphi_A+0.9486\varphi_B+0.6324\psi_{AB}=-100$$
$$0.02804\varphi_A+0.6212\psi_{HA}=-10$$
$$-1.8068\varphi_A+3.0000\varphi_B+5.2454\psi_{VA}=0$$

これを解くと，

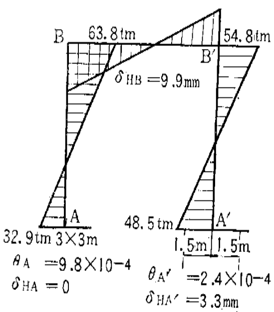
$\varphi_A=46.9$, $\varphi_B=15.3$, $\psi_{AB}=-251.3$,
$\psi_{HA}=-18.3$, $\psi_{VA}=7.4$

を得る。モーメント，その他を **図—20** に示す。

（5） 混合基礎

図—21に示すような，一方の基礎が地盤に直接載り，他方の基礎が杭基礎となっている場合も，つぎに示すように解くことができる。基礎はそれぞれ，すでにあげた例と同一である。

図—21



モーメントおよび基礎反力の基本式はつぎのようになる。

$$M_{Af}=2k_f\varphi_A$$
$$M_{AB}=k_1(2\varphi_A+\varphi_B+\psi_{AB})$$
$$M_{BA}=k_1(\varphi_A+2\varphi_B+\psi_{AB})$$
$$M_{BB'}=2\varphi_B+\varphi_{B'}+\psi_{BB'}$$
$$M_{B'B}=2\varphi_{B'}+\varphi_B+\psi_{BB'}$$
$$M_{B'A'}=k_1(2\varphi_{B'}+\varphi_{A'}+\psi_{A'B'})$$
$$M_{A'B'}=k_1(2\varphi_{A'}+\varphi_{B'}+\psi_{A'B'})$$
$$M_{A'p}=k_p(2\varphi_{A'}+\psi_{HA'})$$
$$H_{A'p}=\alpha_{2A'}\varphi_{A'}+\alpha_{3A'}\psi_{HA'}$$
$$V_{Af}=\psi_{VA}$$
$$V_{A'p}=\psi_{VA'}$$

ここで，$\psi_{VA}=k_vA\delta_{VA}$，$\psi_{VA'}=nf_m\delta_{VA'}$ であるから，

$$\psi_{BB'}=-6E_0K_0\frac{\delta_{VA'}-\delta_{VA}}{l}=\frac{6E_0K_0}{k_vAl}\psi_{VA}-\frac{6E_0K_0}{nf_ml}\psi_{VA'}=\alpha_{BB'1}\psi_{VA}+\alpha_{BB'2}\psi_{VA'}$$

また，　$\psi_{HA'}=\frac{-2n\beta_m^2E_mI_m}{k_p}\delta_{HA'}$

$\psi_{AB}=-6E_0K_0\frac{\delta_{HB}}{h}$　であるから，

$$\psi_{A'B'}=-6E_0K_0\frac{\delta_{HB}-\delta_{HA'}}{h}=\psi_{AB}-\frac{3k_pK_0}{n\beta_m^2I_mh}\psi_{HA'}=\psi_{AB}+\alpha_{A'B'}\psi_{HA'}$$

したがって，

$$M_{BB'}=2\varphi_B+\varphi_{B'}+\alpha_{BB'1}\psi_{VA}+\alpha_{BB'2}\psi_{VA'}$$
$$M_{B'B}=2\varphi_{B'}+\varphi_B+\alpha_{BB'1}\psi_{VA}+\alpha_{BB'2}\psi_{VA'}$$
$$M_{B'A'}=k_1(2\varphi_{B'}+\varphi_{A'}+\psi_{AB}+\alpha_{A'B'}\psi_{HA'})$$
$$M_{A'B'}=k_1(2\varphi_{B'}+\varphi_{B'}+\psi_{AB}+\alpha_{A'B'}\psi_{HA'})$$

モーメントのつり合い式およびせん断力の平衡式から次表に示す連立方程式を得る。

なお，式 (1)〜(4)は　$\Sigma M_A=0$, $\Sigma M_B=0$, $\Sigma M_{B'}=0$, $\Sigma M_{A'}=0$

式（5）は，$M_{AB}+M_{BA}+M_{B'A'}+M_{A'B'}=-Ph$

式（6）は，$M_{A'B'}+M_{B'A'}+kH_{A'p}=0$

式（7）は，$M_{BB'}+M_{B'B}+lV_{Af}=0$

式（8）は，$M_{BB'}+M_{B'B}-lV_{A'p}=0$

$$\alpha_{BB'1}=\frac{6E_0K_0}{k_vAl}=\frac{6\times2.1\times10^6\times3.163\times10^{-2}}{5\times10^3\times9\times8}=1.1071$$

$$\alpha_{BB'2}=\frac{-6E_0K_0}{nf_ml}=\frac{-6\times2.1\times10^6\times3.163\times10^{-2}}{4\times2\times10^4\times8}=-0.6227$$

$$\alpha_{A'B'}=\frac{-3k_pK_0}{n\beta_m^2I_mh}=\frac{-3\times0.7077\times3.163\times10^{-2}}{4\times0.4635^2\times1.032\times10^{-3}\times10}=-7.5724$$

$$\alpha_{2A'}=\frac{-n\beta_m^2I_m}{K_0}=\frac{-4\times0.4635^2\times1.032\times10^{-2}}{3.163\times10^{-2}}=-0.02804$$

φ_A	φ_B	$\varphi_{B'}$	$\varphi_{A'}$	ψ_{AB}	$\psi_{HA'}$	ψ_{VA}	$\psi_{VA'}$	右　辺
$2(k_1+k_f)$	k_1			k_1				
k_1	$2(1+k_1)$	1		k_1		$\alpha_{BB'1}$	$\alpha_{BB'2}$	
	1	$2(1+k_1)$	k_1	k_1	$k_1\alpha_{A'B'}$	$\alpha_{BB'1}$	$\alpha_{BB'2}$	
		k_1	$2(k_1+k_p)$	k_1	$k_p+k_1\alpha_{A'B'}$			$-Ph$
$3k_1$	$3k_1$	$3k_1$	$3k_1$	$4k_1$	$2k_1\alpha_{A'B'}$			
		$3k_1$	$3k_1+\alpha_{2A'}h$	$2k_1$	$\alpha_{3A'}h+2k_1\alpha_{A'B'}$			
	3	3				$l+2\alpha_{BB'1}$	$2\alpha_{BB'2}$	
	3	3				$2\alpha_{BB'1}$	$-l+2\alpha_{BB'2}$	

$$\alpha_{3A'}=-2k_p\beta_m=-2\times0.7077\times0.4635=-0.6560$$

したがって，連立方程式は，つぎのようになる。

$$0.8864\varphi_A+0.3162\varphi_B+0.3162\psi_{AB}=0$$

$$0.3162\varphi_A+2.6324\varphi_B+\varphi_{B'}+0.3162\psi_{AB}+1.1071\psi_{VA}-0.6227\psi_{VA'}=0$$

$$\varphi_B+2.6324\varphi_{B'}+0.3162\varphi_{A'}+0.3162\psi_{AB}-2.3944\psi_{HA'}+1.1071\psi_{VA}-0.6227\psi_{VA'}=0$$

$$0.3162\varphi_{B'}+2.0478\varphi_{A'}+0.3162\psi_{AB}-1.6867\psi_{HA'}=0$$

$$0.9486\varphi_A+0.9486\varphi_B+0.9486\varphi_{B'}+0.9486\varphi_{A'}+1.2648\psi_{AB}-4.7888\psi_{HA'}=-200$$

$$0.9486\varphi_{B'}+0.6682\varphi_{A'}+0.6324\psi_{AB}-11.3492\psi_{HA'}=0$$

$$3\varphi_B+3\varphi_{B'}+10.2142\psi_{VA}-2.2142\psi_{VA'}=0$$

$$3\varphi_B+3\varphi_{B'}+2.2142\psi_{VA}-10.2142\psi_{VA'}=0$$

これを解くと，

$\varphi_A=129.6,\ \varphi_B=31.9,\ \varphi_{B'}=22.9,\ \varphi_{A'}=43.0,$
$\psi_{AB}=-395.3,\ \psi_{HA'}=-17.6,\ \psi_{VA}=-13.2,$
$\psi_{VA'}=13.2$

を得る。モーメント，その他を **図—21** に示す。

7. 地盤の弾性諸常数その他について

以上，基礎構造を考慮したラーメン構造の一解法をたわみ角法によって示し，若干の計算例をあげたが，緒言でも述べたように土をふくむ基礎構造の取り扱いを簡便にするために，種々の仮定を設けたので，これらの仮定が結果におよぼす影響について，以下若干の検討を加える。

理論を実際に適用するにあたっては，常に，理論の前提となっているいろいろな仮定をまず十分検討しなければならないことはいうまでもない。特に，ここで述べた場合のように，弾性的取り扱いが是認されている構造物と，これとくらべると，弾性的性質に乏しい地盤をふくむ基礎構造とを同一次元で，弾性論的に取り扱うことについては，つぎの点についての吟味はぜひ必要である。すなわち土を弾性論的に取り扱うには，主として，

（1） 土の弾性諸常数が不明確でばらつきが大きい。

（2） 土の弾性諸常数の線形性，比例性は必ずしも成立しない。

の二点が問題となる。

さて，これらの点について検討するために，基礎構造の固定度（剛比）と，ラーメンのモーメントとの関係[4]を **図—22** に示すような簡単なラーメンを例として考えてみたい（この計算は簡単なので省略する）。**図—22** は基礎の固定度（基礎の剛比 k_f または k_p, $k_{p'}$）と各節点モーメントとの関係を示したもので，

（a）; 一層一径間ラーメンの頭部に水平力 P が作用

（b）; 一層無限多径間ラーメンの頭部に水平力が作用

（c）; 一層一径間ラーメンに対称垂直荷重が作用

の場合である。

これらのグラフから，つぎのことがいえる。

一般に基礎の剛比の変化に対して，モーメントの値の変化は非常に少ない。特にこの傾向は，k_1 の小さいほど，また k_f, k_p, $k_{p'}$ の大きいほど，さらに，水平荷重より垂直荷重のほうが強い。例えば，$k_v=k_{v\,\min}\sim2k_{v\,\min}$ の範囲と判断される場合，k_f は k_v に比例するから $k_{f\,\max}$ は $k_{f\,\min}$ の2倍となる。いま，$k_{f\,\min}=2.0$, $k_{f\max}=4.0$, $k_1=1.0$ と仮定すれば，水平力によるモーメントは，$M_{AB}\fallingdotseq0.24\,Ph\sim0.23\,Ph$ となり，モーメントのばらつきは非常に小さい。

さて，基礎構造の弾性諸常数の不明確さ，および非線形性などの難点は，設計にあたって，これら諸常数の値の決定に多少の余裕を持たせ，ある範囲を持った値を採用し，その上下限値のいずれにも安全な設計を行なうことで補うことができる。

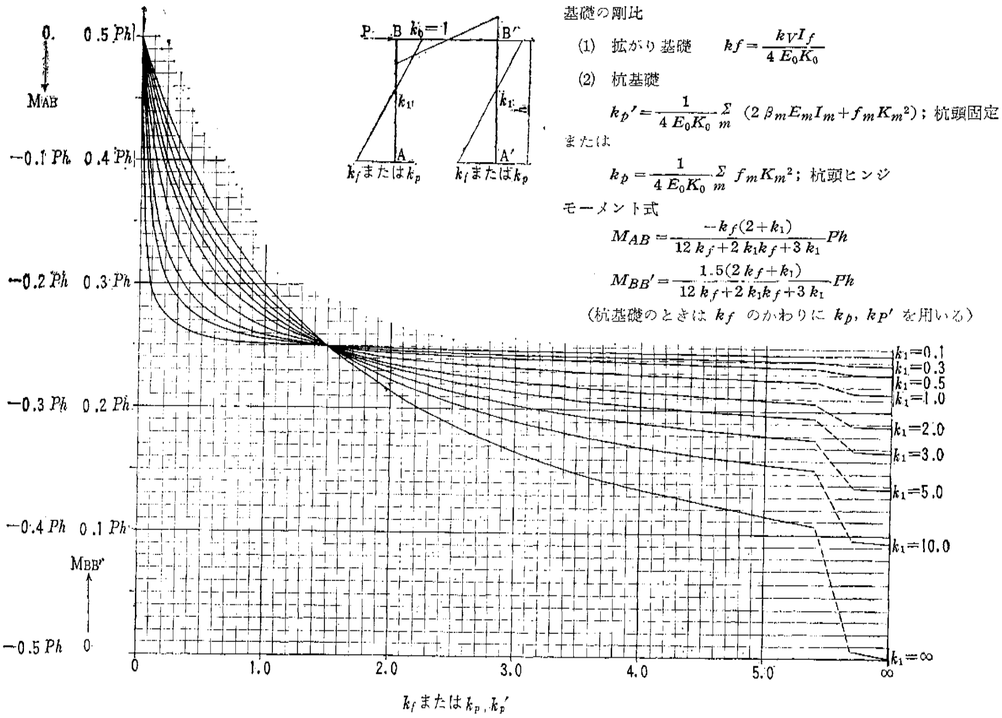
ところで，幸いにも **図—22** からわかった前記特性によって，弾性諸常数にある幅を持たせても，結果としての節点モーメントには，ほとんど一定な，もしくは範囲の非常に少ない値が得られることがわかる。

したがって，一般にここで示した解法の難点は弾性諸常数にある範囲を持たせることで解決され，この解法により，従来の方法にくらべて，誤差の少ない安全な設計が可能となると思う。

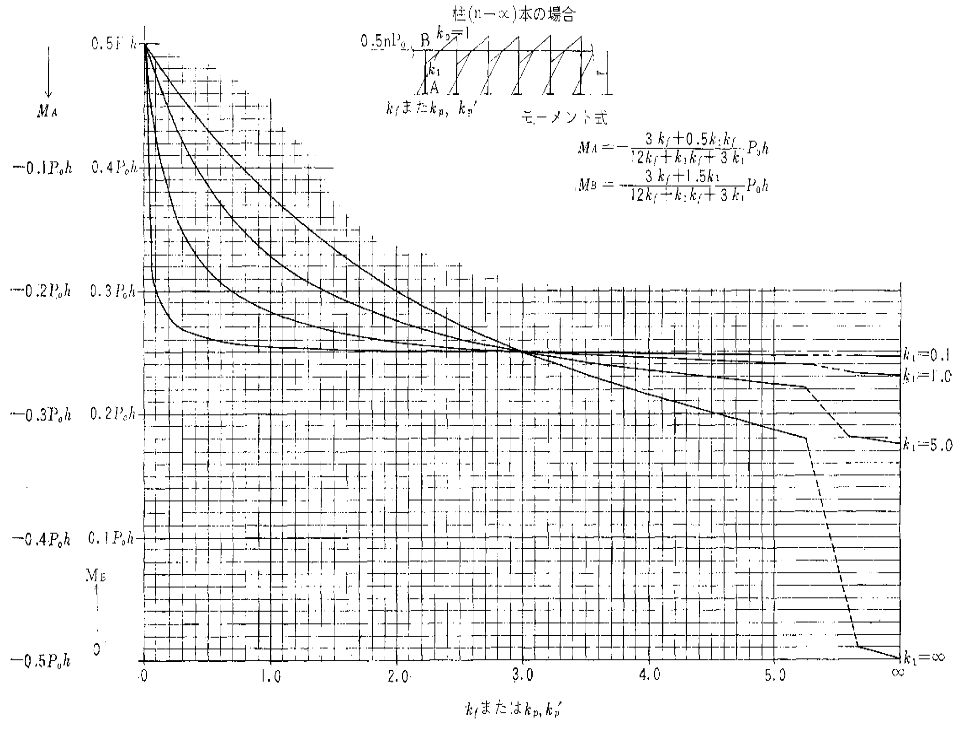
なお，この **図—22** から，その他いろいろな特性がわかるが，中でも，一層ラーメンの頭部に水平力が作用した場合，柱の上下節点の分担モーメントは，ラーメン部材間の剛比に関係なく，一径間ラーメンでは基礎の剛比が 1.5，無限多径間ラーメンでは 3.0 のとき等しいことは重要である。

柱の設計にあたって，同一柱の上下節点のモーメント

図—22 (a)


基礎の剛比
(1) 拡がり基礎 $k_f=\frac{k_V I_f}{4E_0K_0}$
(2) 杭基礎
$k_p'=\frac{1}{4E_0K_0}\sum_m(2\beta_m E_m I_m+f_m K_m^2)$; 杭頭固定
または
$k_p=\frac{1}{4E_0K_0}\sum_m f_m K_m^2$; 杭頭ヒンジ
モーメント式
$M_{AB}=\frac{-k_f(2+k_1)}{12k_f+2k_1k_f+3k_1}Ph$
$M_{BB'}=\frac{1.5(2k_f+k_1)}{12k_f+2k_1k_f+3k_1}Ph$
(杭基礎のときは k_f のかわりに k_p, k_P' を用いる)
$k_1=0.1$
$k_1=0.3$
$k_1=0.5$
$k_1=1.0$
$k_1=2.0$
$k_1=3.0$
$k_1=5.0$
$k_1=10.0$
$k_1=\infty$
k_f または k_p, k_p'

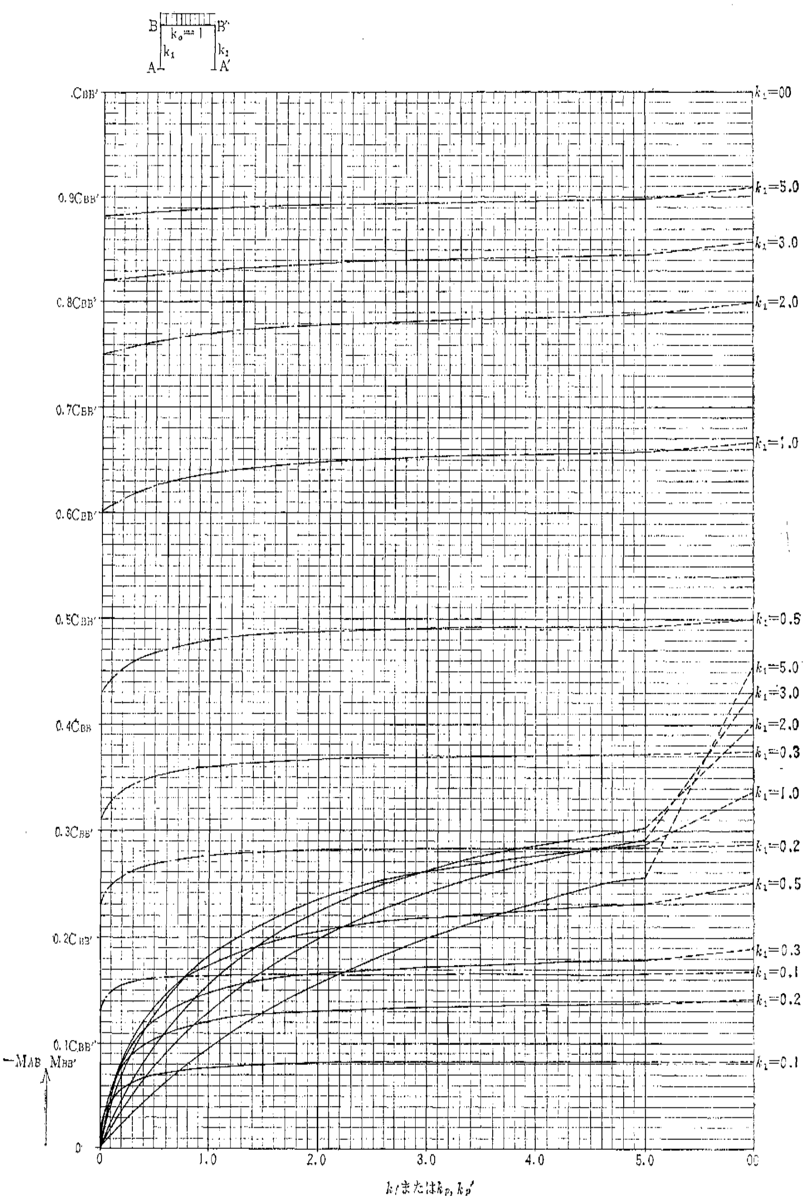
図—22 (b)


柱(n−∞)本の場合
モーメント式
$M_A=-\frac{3k_f+0.5k_1k_f}{12k_f+k_1k_f+3k_1}P_0h$
$M_B=\frac{3k_f+1.5k_1}{12k_f+k_1k_f+3k_1}P_0h$
$k_1=0.1$
$k_1=1.0$
$k_1=5.0$
$k_1=\infty$
k_f または k_p, k_p'

図—22 (c)

左右対称荷重の場合 $M_{AB}=\dfrac{-k_1k_f}{(2k_1+1)k_f+(15k_1+1)k_1}C_{BB'}$

$$M_{BB'}=\frac{2k_1k_f+1.5k_1^2}{(2k_1+1)k_f+(1.5k_1+1)k_1}C_{BB'}$$



の大きさ（絶対値）が等しいことはバランスのとれた設計を行なうために，多くの場合望ましい，したがって，水平荷重によって柱の設計が定まる一層ラーメンにおいては径間数に応じてビームの剛度を基礎の剛度の 1/1.5 ～1/3 に選ぶことによって，バランスのとれた設計が可能な場合がある。

なお，これは基礎の水平，垂直変位の影響が無視できる場合である。

8. あとがき

ある種の特殊基礎状態の解法については，すでに二，三の文献により明らかにされているが，ここではこれらをふくめたあらゆる基礎構造を考慮に入れたラーメンの一解法をたわみ角法により示し，計算例も合わせ記し，二，三の問題点について検討を加えた。

この解法によると，一般に未知数が多くなり計算が煩雑となるが，これをさけるために計算過程を分割して一回の未知数を減らしたり，また概算により結果に大きな影響を与えない未知数をひとまず消去し，あとから補正するなどの工夫があるが，ここではふれない。しかし最近のように，電子計算機の利用が普及してくると，案外この問題は苦でなくなるであろう。

最後に本稿のために，貴重な助言を頂いた国鉄新幹線局の松本技師ほか多くの方々に心からお礼申し上げる次第である。

参考文献

1) Magyar,A. : Rahmenberechnung mit elastisch gelagerten Fundamenten, Die Bautech nik, Dec. 1959
2) Opladen, K. : Über den Einskangrad einer Stütze im Fundament, Beton und Stahlbetonbau, 55-2.
3) 大阪工事局技術研究会 : 大阪環状線の「またぎ高架」の設計について（第一部）研究資料，第79号，37年6月。
4) 長 尚：基礎の固定度とラーメン，第18回土木学会年次学術講演会概要。

（原稿受付：1963.8.1）

昭和38年度土木学会論文集編集委員

委員長	奥村敏忠	副委員長	吉川秀夫	委員	土肥正彦	委員	三木五三郎
委員	安芸周一	委員	小池力	〃	中川博次	〃	村上良丸
〃	赤井浩一	〃	小寺重郎	〃	中瀬明男	〃	村田二郎
〃	伊藤学	〃	後藤圭司	〃	伯野元彦	〃	八木田功
〃	池田睦治	〃	佐武正雄	〃	林正夫	〃	山根孟
〃	池守昌幸	〃	佐藤昭二	〃	久武啓祐	〃	箭内寛治
〃	大沼徹	〃	杉木昭典	〃	藤田嘉夫	〃	山崎徳也
〃	岡内功	〃	鈴木雄太	〃	堀井健一郎	〃	吉田巌
〃	岡田宏	〃	多田宏行	〃	堀川清司		
〃	神山光男	〃	建部恒彦	〃	西尾元充		
〃	栗林栄一	〃	玉野治光	〃	増田重臣	幹事	西脇威夫

昭和 39 年 3 月 15 日印刷
昭和 39 年 3 月 20 日発行

土木学会論文集 第103号 定価 150 円 (〒 20 円)

編集兼発行者 東京都新宿区四谷一丁目 社団法人 土木学会 羽田 巌
印刷者 東京都港区赤坂溜池5 株式会社 技報堂 大沼正吉

発行所 社団法人 土木学会 振替東京 16828 番
東京都新宿郵便局区内 新宿区四谷一丁目 電話 (351) 代表 5138 番