

砂の直接せん断に関する研究

RESEARCH ON DIRECT SHEAR TEST OF SAND

井上 広胤*

By Hirofane Inoue

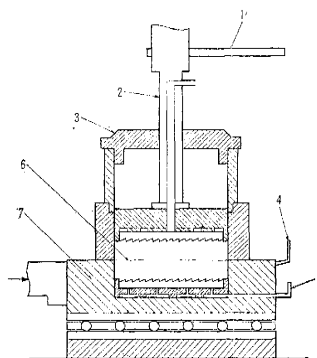
1. ま え が き

砂のせん断試験法として直接せん断試験および三軸試験があり、わが国でも三軸試験が次第に行なわれるようになったが、直接せん断試験もなお広く行なわれている。直接せん断試験は多くの欠点をもっているが、試験機の取り扱いが容易であり、また種々の土質に使用できるため、わが国では今後もしばらくは三軸試験と併用されて行くものと思われる。しかし砂の場合には、直接せん断試験によって得られる値は過大にでる傾向があるとともに、測定値のばらつきが大ききどのような内部摩擦角でも得られるというような極端な声も聞かれる。過大な値が得られるのは大きな側面摩擦が働いたためであり、また広範囲の測定値のばらつきは試料の各層にわたって一様な密度をうる事がむずかしく、そのためせん断時の膨張が一定しないことに主原因があると思われる。筆者は、砂のせん断抵抗の要素を考慮し測定値を分割して考察することによって、これらのことはある程度明らかにすることができ、直接せん断試験として妥当な値を求めることができると考えている。このようにして得られた値が真に妥当であるか否かはきわめてむずかしい問題であるが、三軸試験との比較によって工学的な立場からの妥当性は検討することができると思う。また三軸試験との相互関係が明らかになれば、直接せん断試験による値に信頼性がなくても、この関係によって妥当な値を推定することができる。いずれにしても直接せん断試験は正しい試験法を確立し、三軸試験との比較によってその信頼度を検討したうえで使用すべきで、ここに直接せん断試験の将来の利用の途がひらけるものと考えられる。

2. 直接せん断試験機

直接せん断試験機には一面せん断、二面せん断その他の種類があるが、わが国で最も広く使われているのは一面せん断試験機である。一面せん断のうちにもせん断箱の上半部を動かしてせん断する上部可動型のもとの反対の下部可動型があり、わが国では後者が大部分のようである。外国では上部可動型がよく使われているようで、たとえば Tschebotarioff¹⁾ は“下部可動型は密な砂のせん断時の膨張に際して大きな側面摩擦が働き、結

図一 一面せん断試験機



果として過大なせん断抵抗をうるから推奨できない”と述べている。筆者の使用した試験機も下部可動型であるが、比較のためせん断箱および载荷装置を改造して上部可動でも試験できるようにした。試験機主要部の構造は図一のようなも

ので、せん断箱の内径は 60 mm、試料の厚さ 20 mm で試験するように設計されており、ひずみ制御型である。

上部可動型は可動部の上下方向の移動を拘束しないでおくと、試料とせん断箱内壁との間の摩擦によってせん断時の試料の膨張とともにせん断箱の上半部が押し上げられ、この上昇はせん断力を加える方向に対して初めは箱の手前の部分が大きく後には反対になる。すなわち可動部の移動は水平ではなくて波状運動をする。また、この上昇によってせん断箱上下部のすき間が大きくなればこの部分に試料がはみだしてくる欠点がある。可動部上面に接してガイドをつければ波状運動を封ずることができるが、この場合はガイドとの接触部分に摩擦が働かないようにする必要がある。しかし、このような構造にすれば、測定値におよぼす影響は上部可動型も下部可動型もほとんど同じになるとと思われる。したがって、上部可動型試験機とは、試料の膨張にともなって上半可動部は上方へも動きうる構造のものであるとする。また下部可動型試験機の中でも、せん断箱の上半部が固定されておらず、試料の膨張とともにこれが上昇できるような構造のものは、ここでは機能上上部可動型と同等に考える。

一部の実験には上部可動型を使用した。以下の実験は特にことわらないかぎり下部可動型によって行なったものである。

3. 試料

使用した試料は豊浦標準砂、市販の相模川産の砂および山梨県笛吹川において採取した細組 2 種類の砂である。これらの砂の粒径加積曲線は図二に示され、また

* 正員 都立大学助教授 工学部土木工学科

図-2 粒径加積曲線

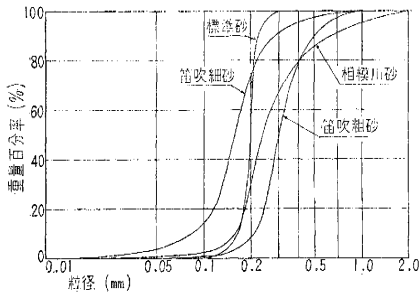


表-1

試料	性状	比重
標準砂	使用した試料の中では粒子は最も丸味がある	2.63
相模川砂	多くの鉱物よりなり、粒子はいくぶん丸味がある	2.76
笛吹粗砂	花崗岩の風化したものが主成分で粒子の表面は粗である	2.71
笛吹細砂	花崗岩の風化したものが主成分で表面は最も粗である	2.71

その性状および平均比重は表-1のようなものである。

砂のせん断強さ、したがって内部摩擦角に關係する要素として、表面組織や硬さなどの砂粒子の特性や間げき比、含水比などがあげられるが、特定の砂についていえば間げき比が支配的要素であろうと考えられる。そこで実験に際しては初期間げき比を変化させてこれに対する $\tan \phi$ の値の変化を調べた。

ここにいう初期間げき比は垂直荷重を載荷する以前の間げき比であって、実際には試料をせん断箱につめたのち軽い載荷板をのせて高さを読むことによって求めたものである。試料はいずれも気乾状態のものを使用し、含水比は 0.5~1.5% 程度である。せん断速度はせん断強さにおよぼす影響が小さい^{2),3)}とされているので、変速機の都合により毎分 1.5mm を採用した。

4. 試験結果および三軸試験との比較

4種類 of 砂のうち、標準砂と相模川砂についての試験結果を 図-3 および 図-4 に示す。これらの図は

図-3 垂直応力とせん断強さの關係 (標準砂)

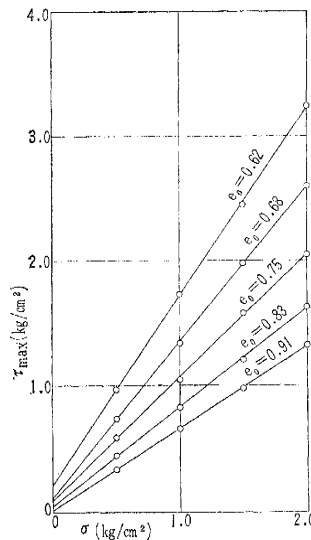


図-5 初期間げき比とせん断強さの關係 (標準砂)

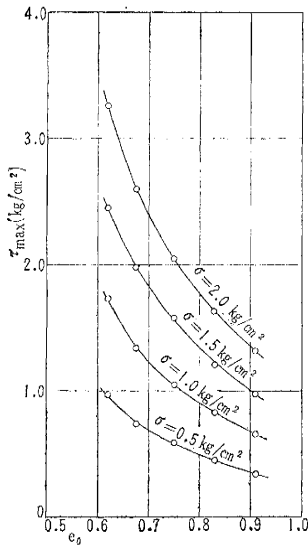


図-6 初期間げき比とせん断強さの關係 (相模川砂)

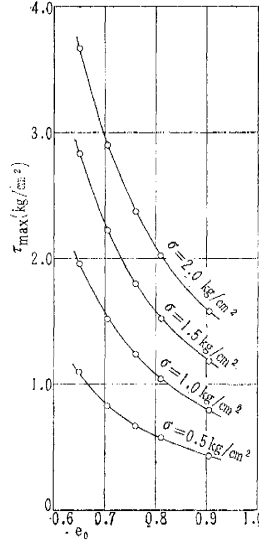


図-4 垂直応力とせん断強さの關係 (相模川砂)

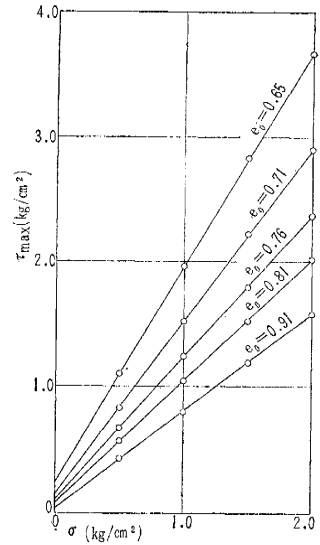
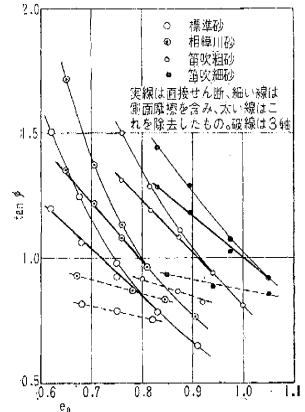


図-7 $\tan \phi$ の比較



Coulomb の法則が成立することを示しているが、垂直応力を一定とした場合、初期間げき比とせん断強さの間にも一定の關係があるはずで、その關係は

図-5 および 図-6 に示される。初期間げき比と強度の間のこのような關係は Coulomb の法則とともに測定値の照査に役立つ。

つぎにこれらの結果から摩擦係数 $\tan \phi$ を求め、これと初期間げき比との關係を三軸試験によるものと比較した。図-7 の細い実線はこれを示し、また波線は三軸試験の結果である。標準砂と相模川砂では、間げき比の小さい場合、直接せん断のほうが大きな値を示し、きわめてゆるい試料のとき逆の傾向が認められる。笛吹粗砂および細砂では、実験の範囲内で直接せん断による値が常に大きい。概していえば直接せん断による値は三軸試験によるものより大きく、その差は間げき比が小さいほど

大きくなる。また三軸試験の結果は $\tan \phi$ と初期間げき比が直線比例の関係にあることを示している。試験法によるこのように大きな差異は、後に明らかにするように直接せん断試験の側面摩擦によるところが大きい（図の太い実線についてはのちに説明する）。

5. 砂のせん断抵抗の要素

砂のせん断抵抗は2つの部分からなるといわれている。一つは砂粒子の回転とすべり摩擦の組み合わさった粒子間の摩擦抵抗であり、他は粒子のかみ合わせによるものである。前者は固体摩擦と同様な現象と考えられるので、砂粒子間に働く圧力に比例するとしてよいであろう。後者は砂のせん断特性に関係する重要な要素で、密な砂がせん断破壊するためにはかみ合わせはゆるめられなければならない、いわゆるダイレイタンスの現象が起こる。以下、直接せん断試験に関してこの2要素を検討してみよう。

(1) 体積変化に対する抵抗

D.W. Taylor⁴⁾ は、かみ合わせによる抵抗はひずみエネルギーを考えることによって説明できるとし、応力-ひずみ曲線の最大応力点において、膨張に必要なエネルギーと供給されるエネルギーを等しいとおくことによって、かみ合わせすなわち膨張に対する抵抗を求めた。図-8の応力-ひずみ曲線のピーク点において、 $d\varepsilon$ のせん断ひずみの変化に対して $d\Delta$ だけ試料の厚さが増加し

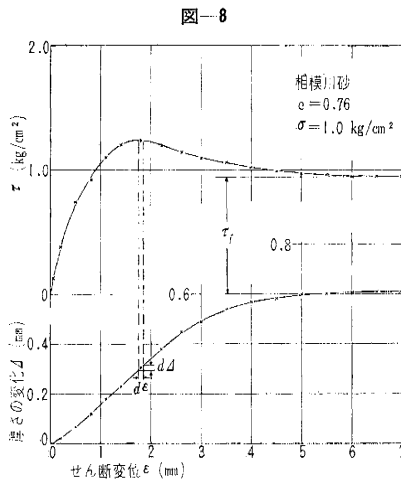


図-8

たとすれば、膨張のエネルギーを供給するためのせん断応力の一部を τ_d であらわすと、供給されるエネルギーはせん断ひずみ $d\varepsilon$ とせん断力 $\tau_d A$ (A はせん断面積) の積であらわされる。膨張のために使われるエネルギーは $\sigma A d\Delta$ であるから両者を等しいおけば次式をうる。

$$\tau_d A d\varepsilon = \sigma A d\Delta$$

$$\therefore \frac{\tau_d}{\sigma} = \frac{d\Delta}{d\varepsilon} \dots\dots\dots(1)$$

したがって Coulomb の法則にもとづく摩擦係数 $\tan \phi$

$= \frac{\tau}{\sigma}$ のうち $\frac{d\Delta}{d\varepsilon}$ は体積変化に対する抵抗によるものであり、残余は真の意味での摩擦係数となる。A.W. Bishop⁵⁾ はこの考えにしたがって次式を導き、直接せん断試験の結果に照らして砂の密度の変化による真の内部摩擦係数の変化は小さいことを指摘した。

$$\frac{\text{Frictional strength}}{\text{Normal stress}} = \left(\frac{\tau}{\sigma} - \frac{d\Delta}{d\varepsilon} \right)_{\max} = \tan \phi_{rf} \dots\dots\dots(2)$$

さらに赤井教授⁶⁾ はこれを三軸試験に適用し、定側圧三軸試験における破壊時の強度をつぎのように表現して、賀茂川砂についての実験によって Taylor の言明の正当性を立証した。

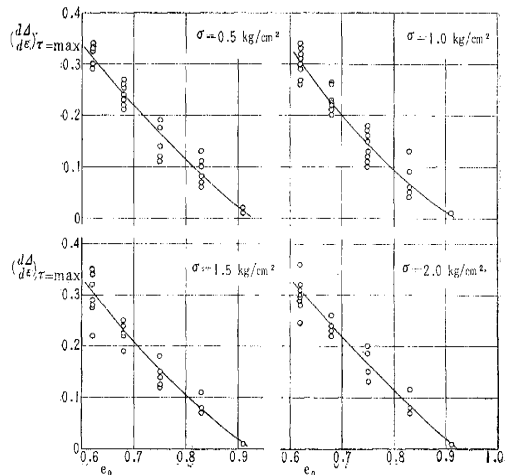
$$\frac{(\sigma_1 - \sigma_3)_f}{\sigma_3} = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)_{rf}}{\sigma_3} + \left(\frac{d\Delta}{d\varepsilon} \right)_{\max} \dots\dots\dots(3)$$

式(2)の ϕ_{rf} は膨張がないとしたときの内部摩擦角で、この表現にしたがえば砂の直接せん断試験に対して Coulomb の法則はつぎのように書きかえられる。

$$\tau_{\max} = \sigma \tan \phi_{rf} + \sigma \left(\frac{d\Delta}{d\varepsilon} \right)_{\tau=\max} \dots\dots\dots(4)$$

標準砂について行なった多くの測定値から $\left(\frac{d\Delta}{d\varepsilon} \right)_{\tau=\max}$ と初期間げき比の関係を調べたものは図-9のようであるが、一定の初期間げき比をもつ砂の $\left(\frac{d\Delta}{d\varepsilon} \right)_{\tau=\max}$ は垂直応力いかにかわらず大体一定の値をとるように思われる。これは密な砂の場合は、せん断破壊するためにはせん断面付近のかみ合わせが初期密度以下のある密度までゆるめられねばならず、そのときの破壊機構が大体一定しているためと解釈されるが、ゆるい砂では説明がむずかしい。ただ Coulomb の法則から大きくはずれるような測定値のばらつきは、原因の一つが $\left(\frac{d\Delta}{d\varepsilon} \right)_{\tau=\max}$ の値の相違にあることは確かであり、初期間げき比によって $\left(\frac{d\Delta}{d\varepsilon} \right)_{\tau=\max}$ の値が大体一定しているという関係は

図-9 $\left(\frac{d\Delta}{d\varepsilon} \right)_{\tau=\max}$ と初期間げき比の関係(標準砂)



測定値の照査に使うことができる。

(2) 摩擦抵抗

図-8の応力-ひずみ曲線のせん断変位が6mmの点のせん断応力は、下の体積変化の曲線から膨張がとまっていることがわかるので、単に摩擦抵抗のみによる値と考えることができる。この点のせん断応力を摩擦強度と仮称する。摩擦強度 τ_f と垂直応力の関係は図-10および図-11に示すようで、両者の間に Coulomb の法則が存在すると考えられ次式が成立する。

$$\tau_f = c_f + \sigma \tan \phi_f \dots\dots\dots(5)$$

ここに c_f はこの場合の粘着力であるが、直接せん断試験による粘着力としてこの値を採用するほうが妥当であると考えられる。これについては後述する。また試料が十分薄くない場合には、膨張が起こっているときのせん断面上の垂直応力は膨張がとまったときの垂直応力よりかなり大きいので、最大せん断応力中にふくまれる摩擦抵抗の値は摩擦強度より大きいと考えられる。したがって、ここにいう摩擦強度はせん断強さの中にふくまれる摩擦抵抗の近似的な値と解釈すべきで、式(2)中の ϕ_{rf} と ϕ_f は多少異なる。

摩擦強度と初期間げき比の関係は図

図-10 $\tau_f - \sigma$ の関係 (標準砂)

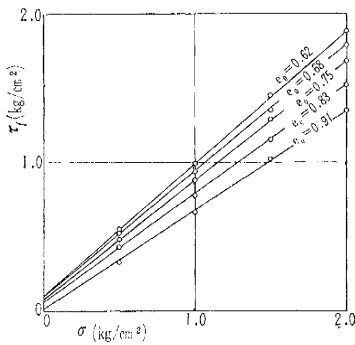
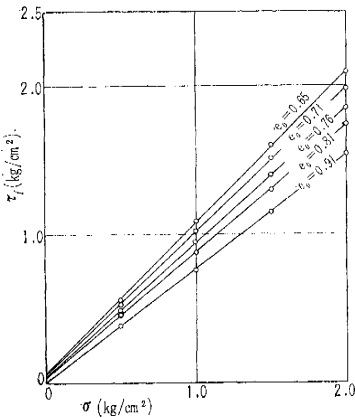


図-11 $\tau_f - \sigma$ の関係 (相模川砂)



—12 および 図-13 に示すようで、砂の種類を問わず両者の間には大体直線比例の関係があることが認められる。さらに 図-14 に示すように $\tan \phi_f$ と初期間げき比との間にもまた直線比例の関係がある。

6. 側面摩擦

(1) 下部可動型

前節で述べたように砂のせん断強さは2つの抵抗の和と考えられるのであるが、下部可動型直接せん断試験機による測定値からは式(2)の関係によって $\tan \phi_{rf}$ を求めることはできない。これは側面摩擦が働いたため、砂が垂直荷重に打ち勝って膨張するとき側方へも大きな圧力が動き、膨張するためにはこの圧力にもとづくせん断箱側面との間の摩擦にも打ち勝たなければならない。膨張が大きいほど側面摩擦は大きくなるので、密な砂ほど余分なせん断力を必要とすることになる。下部可動型試験機による測定値は、ダイレイタンシーが起こるかき

図-12 $\tau_f - e_0$ の関係 (標準砂)

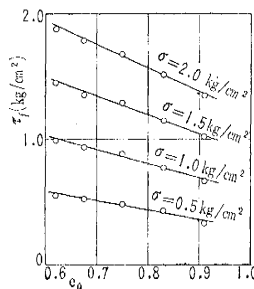


図-13 $\tau_f - e_0$ の関係 (相模川砂)

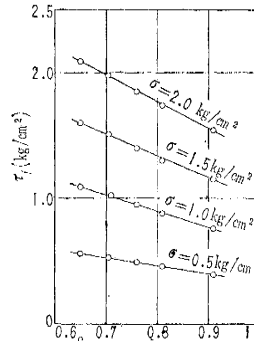
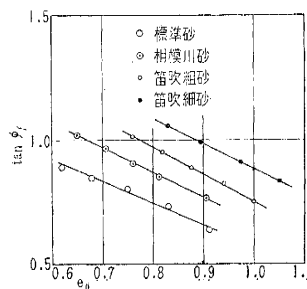


図-14 $\tan \phi_f - e_0$ の関係



り多かれ少なかれ側面摩擦をふくんだものであって、これを除去したものでなければ真の値とはいえない。ききに引用した Bishop⁵⁾ の実験は、上部可動型で可動部の上方への移動を自由にした構造の試験機によるものと思われる、この場合には側面摩擦を無視できるので式(2)によって $\tan \phi_{rf}$ を求めることができる。下部可動型では式(2)は $(\frac{\tau}{\sigma} - \frac{d\Delta}{d\sigma})_{\max} - f_s = \tan \phi_{rf}$ (ただし f_s は側面摩擦係数) と書きかえるべきで、この式の f_s 以外の諸項を求めて f_s の大きさを知ることができる。すなわち応力-ひずみ曲線および体積変化-ひずみ曲線によって摩擦強度 τ_f を知り、一方式(1)によって体積変化に抵抗する部分 τ_d を計算し、最大せん断応力からこれらのものを差し引けば近似的に側面摩擦が得られる。ただし計算に際しては、図-3 および 図-4 に見られるような粘着力 c および前節(2)項で述べた c_f をひいた値を採用する必要がある。

標準砂および相模川砂の測定値について必要な諸値を求め、側面摩擦 F_s を計算したものを表-2 および 表-3 に示す。表において、 $e_0, \sigma, \tau_{\max}, \tau'_{\max}, \tau_f$ および τ'_f などの記号はそれぞれつぎのものを表わす

- e_0 : 初期間げき比
- σ : 垂直応力
- τ_{\max} : せん断強さ(最大せん断応力)

表-2 (標準砂)

e_0	σ (kg/cm ²)	τ_{max} (kg/cm ²)	τ'_{max} (kg/cm ²)	$(\frac{d}{d'})_{\tau_{max}}$	τ_f (kg/cm ²)	τ'_f (kg/cm ²)	$F_s = \tau'_{max} \sigma - (\frac{d}{d'})_{\tau_{max}} \tau'_f$ (kg/cm ²)	F_s/σ
0.62	0.5	0.97	0.76	0.33	0.55	0.45	0.15	0.30
	1.0	1.73	1.52	0.32	0.99	0.89	0.31	0.31
	1.5	2.45	2.24	0.31	1.45	1.35	0.43	0.29
	2.0	3.24	3.03	0.32	1.88	1.78	0.62	0.31
0.68	0.5	0.74	0.63	0.22	0.52	0.42	0.10	0.20
	1.0	1.34	1.23	0.22	0.94	0.84	0.18	0.18
	1.5	1.98	1.87	0.23	1.35	1.25	0.28	0.19
	2.0	2.60	2.49	0.22	1.79	1.69	0.37	0.18
0.75	0.5	0.59	0.50	0.12	0.48	0.40	0.04	0.08
	1.0	1.05	0.96	0.09	0.88	0.80	0.07	0.07
	1.5	1.58	1.49	0.12	1.29	1.21	0.10	0.06
	2.0	2.05	1.96	0.12	1.68	1.60	0.13	0.07
0.83	0.5	0.45	0.40	0.06	0.43	0.37	0	
	1.0	0.83	0.78	0.07	0.78	0.72	-0.01	
	1.5	1.21	1.16	0.07	1.15	1.09	-0.04	
	2.0	1.63	1.58	0.08	1.52	1.46	-0.04	
0.91	0.5	0.34	0.33	0.01	0.33	0.33	0	
	1.0	0.66	0.65	0.02	0.63	0.63	0	
	1.5	0.98	0.97	0.01	0.95	0.95	0	
	2.0	1.32	1.31	0.01	1.28	1.28	0.01	

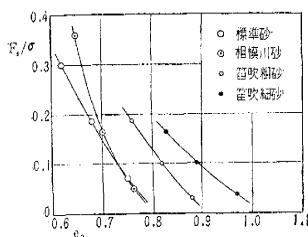
表-3 (相模川砂)

e_0	σ (kg/cm ²)	τ_{max} (kg/cm ²)	τ'_{max} (kg/cm ²)	$(\frac{d}{d'})_{\tau_{max}}$	τ_f (kg/cm ²)	τ'_f (kg/cm ²)	$F_s = \tau'_{max} \sigma - (\frac{d}{d'})_{\tau_{max}} \tau'_f$ (kg/cm ²)	F_s/σ
0.65	0.5	1.10	0.85	0.33	0.56	0.50	0.18	0.36
	1.0	1.96	1.71	0.33	1.09	1.03	0.35	0.35
	1.5	2.83	2.58	0.33	1.60	1.54	0.54	0.36
	2.0	3.67	3.42	0.33	2.09	2.03	0.72	0.36
0.71	0.5	0.83	0.68	0.24	0.53	0.48	0.08	0.16
	1.0	1.52	1.37	0.23	1.02	0.97	0.17	0.17
	1.5	2.22	2.07	0.24	1.51	1.46	0.25	0.17
	2.0	2.90	2.75	0.25	1.98	1.93	0.32	0.16
0.76	0.5	0.67	0.57	0.19	0.49	0.45	0.02	0.04
	1.0	1.24	1.14	0.18	0.95	0.91	0.05	0.05
	1.5	1.80	1.70	0.18	1.40	1.36	0.07	0.05
	2.0	2.37	2.27	0.18	1.85	1.81	0.10	0.05
0.81	0.5	0.58	0.49	0.13	0.46	0.43	-0.01	
	1.0	1.04	0.96	0.12	0.88	0.85	-0.01	
	1.5	1.52	1.44	0.12	1.30	1.27	-0.01	
	2.0	2.02	1.94	0.12	1.74	1.71	-0.01	
0.91	0.5	0.43	0.39	0.02	0.40	0.39	-0.01	
	1.0	0.83	0.76	0.03	0.75	0.74	-0.02	
	1.5	1.19	1.15	0.01	1.16	1.15	-0.01	
	2.0	1.58	1.54	0.01	1.54	1.53	-0.01	

τ'_{max} : τ_{max} から粘着力 c をひいた値

τ_f : 摩擦強度

図-15 F_s/σ と e_0 の関係



τ'_f : τ_f から c_f をひいた値

これらの表から、密な砂では側面摩擦が相当に大きく、せん断強さの約 20% を占めていることおよび膨張が小さい場合は

側面摩擦はほとんど表われないことがわかる。

膨張の際の側方への圧力は垂直応力が大きいほど大きくなると考えられるので、これにしたがって側面摩擦も大きくなることが予想され、側面摩擦と垂直応力の間には何らかの関係があると推定される。両者の比は表-2 および表-3 の最右欄に示すように、初期間げき比が一定の試料についてはだいたい一定した値を示している。

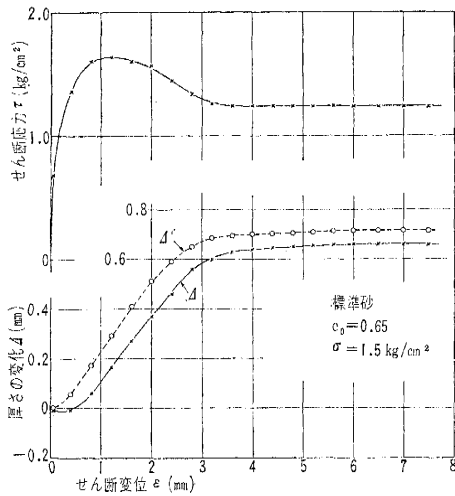
F_s/σ の平均値と初期間げき比との間には図-15 のような関係があり、どの砂でも密な試料では大きな側面摩擦が働くとが示されている。

(2) 上部可動型

つぎに上部可動型について考察する。この場合にも試料とせん断箱側面の間には摩擦力が働き、可動部の上下方向の拘束がなければ試料の膨張とともに上半部が押し上げられる。し

かし、この場合は、摩擦力の合計は可動部の重量に等しくこれをこえることはない。せん断箱上半部を押し上げるために必要なせん断応力の一部は、膨張のエネルギーと同様な考え方によって求めることができる。図-16 は標準砂について上部可動型試験機で行なった実験の応力-ひずみ曲線および体積変化-ひずみ曲線の一例であるが、体積変化の曲線に沿った破線はせん断変位の増加にともなうせん断箱上半部の上昇をプロットしたもので、各点はせん断力を加える方向に対して手前と前方の 2カ所において箱の上昇を測定した平均値を示すものである。注目すべきことはこの破線の勾配が最大応力点付

図-16



近では体積変化—ひずみ曲線の勾配とほとんど一致していること、すなわち箱の上昇の割合が試料の厚さの変化の割合と同じであることである。換言すれば、箱を同じ割合で上昇させるのに必要な摩擦力が働いていることである。したがって単位せん断ひずみの変化に対する可動部上昇の増分 $\frac{d\Delta'}{d\varepsilon}$ の、最大応力点における値は $\left(\frac{d\Delta}{d\varepsilon}\right)_{\tau=\max}$ とほとんど等しいと考えてよい。いま可動部の重量をせん断面積で除した値を σ_b とすれば、最大応力点においては $\sigma_b \left(\frac{d\Delta}{d\varepsilon}\right)_{\tau=\max}$ に等しいせん断応力の一部が箱を上昇させるために働き、これが上部可動型の側面摩擦の大きさを示す。使用した試験機のせん断箱上半部の重量は約 3 kg で、 $\sigma_b = 0.105 \text{ kg/cm}^2$ となり、垂直応力が大きい場合は側面摩擦を無視することができる。したがって上部可動型の場合は、体積変化に対する抵抗と摩擦強度の和が最大せん断応力に大体一致するはずである。表-4 はこのため行なった実験の結果とその

表-4 (標準砂, 上部可動)

e_0	σ (kg/cm ²)	τ_{\max} (kg/cm ²)	τ'_{\max} (kg/cm ²)	$\left(\frac{d\Delta}{d\varepsilon}\right)_{\tau=\max}$	τ_f (kg/cm ²)	τ'_f (kg/cm ²)	$\sigma \left(\frac{d\Delta}{d\varepsilon}\right)_{\tau=\max} + \tau'_f$ (kg/cm ²)
0.65	0.5	0.60	0.51	0.30	0.47	0.38	0.53
	1.0	1.12	1.03	0.30	0.84	0.75	1.05
	1.5	1.64	1.55	0.28	1.24	1.15	1.57
	2.0	2.13	2.04	0.30	1.60	1.51	2.11
0.73	0.5	0.54	0.45	0.21	0.42	0.36	0.46
	1.0	0.99	0.90	0.20	0.78	0.72	0.92
	1.5	1.41	1.32	0.19	1.14	1.08	1.36
	2.0	1.89	1.80	0.20	1.51	1.45	1.85
0.87	0.5	0.38	0.34	0.02	0.37	0.32	0.33
	1.0	0.73	0.69	0.04	0.70	0.65	0.69
	1.5	1.08	1.04	0.06	1.01	0.96	1.05
	2.0	1.41	1.37	0.05	1.34	1.29	1.39
0.94	0.5	0.35	0.31	0			
	1.0	0.58	0.54	0			
	1.5	0.90	0.86	0			
	2.0	1.19	1.15	0			

計算結果を示すものであるが、 τ'_{\max} の値と最右欄の値はだいたい一致しており、上記の推定の正しいことは明らかである。要するに上部可動型試験機においても側面摩擦が働くが、これは無視しうる程度のものである。

7. 試料の厚さがせん断におよぼす影響

試料の厚さは径 60 mm に対して 20 mm が普通であると考え、以上の実験はすべてこの厚さについて行ってきた。しかし直接せん断試験は試料の厚さやせん断面の大きさによって異なったせん断強さを与える²⁾といわれ、径と厚さの比 D/H を変化させた研究⁷⁾によれば、同じ径に対して試料が薄いほど大きな内部摩擦角が得られている。この原因は試料の厚さや径が異なると、せん断面に働く垂直応力や側面摩擦が変わってくることにあると思われる。以下、標準砂による実験にもとづいてこの点を検討する。

(1) 試料厚とせん断強さ

応力条件がはっきりしないことは直接せん断試験の欠点の一つにあげられているが²⁾、試料が厚くなればせん断面に所定の垂直応力が作用するかどうかはきわめて疑問である。まず問題を簡単にするため、体積変化の影響を考えなくてよいゆるい試料について考察する。この場合はせん断抵抗は摩擦抵抗のみによって生じ、もし試料厚いにかかわらず所定の垂直応力が作用するならば、同一間げき比の試料に対して試料厚の差によるせん断強さの差はほとんどないはずである。

図-17 試料厚とせん断強さの関係

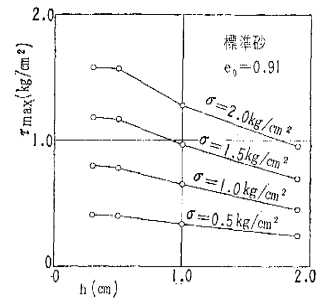


図-17 は試料のせん断面より上の部分の厚さ h とせん断強さの関係を示したものである。これによれば h が 3 mm と 5 mm ではせん断強さの差はほとんど認められないが、5 mm 以上では厚さの増加につれてせん断強さが減少している。この結果は体積変化のない場合は試料が厚くなれば所定の垂直応力が作用しなくなることを示すと考えてよいであろう。

(2) 試料厚と $\tan \phi_f$ および $\tan \phi$

密な試料の場合にも、体積変化がとまって摩擦抵抗のみが働く状態では、ゆるい試料と事情は同様と考えられ

る。前項の結果から $h=5\text{ mm}$ が限界と考えられるので、この厚さの試料について摩擦強度を測定し、これにもとづいて計算した $\tan \phi_f$ と初期間げき比の関係を $h=10\text{ mm}$ の場合とともに 図-18 に示す。同図によれば間げき比いかににかかわらず厚い試料のほうが $\tan \phi_f$ の値は小さく、その差は間げき比が大きいほど大きくなる傾向がみられる。この結果は 図-17 と同様、厚い試料では垂直応力が小さくなることを示すもので、その原因として上向きの側面摩擦が考えられる。ゆるい試料ほど差が大きいのは、粒子間のかみ合わせが不十分で応力の伝達が不完全になるためであろう。 $h=5\text{ mm}$ の場合に働く垂直応力を 1 とすれば、 $h=10\text{ mm}$ の場合は 表-5 のような割合でせん断面に働く垂直応力が減少する。

表-6 (標準砂 $h=5\text{ mm}$)

e_0	σ (kg/cm^2)	τ_{max} (kg/cm^2)	τ'_{max} (kg/cm^2)	$\left(\frac{d}{d'}\right)_{\tau=\text{max}}$	τ_f (kg/cm^2)	τ'_f (kg/cm^2)	$F_s = \tau'_{\text{max}} - \sigma \left(\frac{d}{d'}\right)_{\tau=\text{max}} - \tau'_f$ (kg/cm^2)	F_s/σ
0.62	0.5	0.94	0.77	0.34	0.53	0.45	0.15	0.30
	1.0	1.72	1.55	0.32	1.00	0.92	0.31	0.31
	1.5	2.43	2.26	0.30	1.46	1.36	0.45	0.30
	2.0	3.26	3.09	0.31	1.91	1.83	0.64	0.32
0.68	0.5	0.77	0.65	0.24	0.50	0.45	0.08	0.16
	1.0	1.49	1.37	0.27	0.95	0.90	0.20	0.20
	1.5	2.09	1.97	0.24	1.37	1.32	0.29	0.19
	2.0	2.78	2.66	0.23	1.84	1.79	0.40	0.20
0.75	0.5	0.60	0.55	0.15	0.48	0.43	0.04	0.08
	1.0	1.11	1.06	0.13	0.92	0.86	0.07	0.07
	1.5	1.60	1.55	0.12	1.33	1.28	0.09	0.06
	2.0	2.22	2.17	0.16	1.77	1.72	0.13	0.07
0.83	0.5	0.52	0.48	0.12	0.45	0.44	-0.02	
	1.0	0.88	0.85	0.09	0.81	0.80	-0.04	
	1.5	1.41	1.37	0.09	1.26	1.25	-0.01	
	2.0	1.84	1.80	0.08	1.68	1.67	-0.03	
0.91	0.5	0.40	0.40	0.02	0.38	0.38	0.01	
	1.0	0.78	0.78	0.02	0.75	0.75	0.01	
	1.5	1.17	1.17	0.03	1.15	1.15	-0.02	
	2.0	1.57	1.57	0.01	1.54	1.54	0.01	

図-18 初期間げき比と $\tan \phi$ および $\tan \phi_f$ の関係 (標準砂)

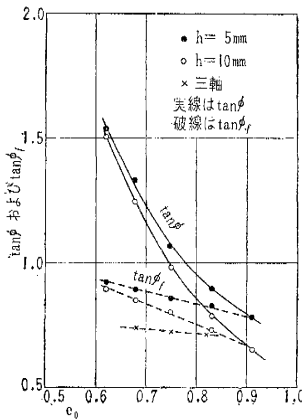


表-5

h \ e_0	0.62	0.68	0.75	0.83	0.91
5 mm	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
10	0.97	0.95	0.93	0.88	0.82

また $\tan \phi$ の値は 図-18 の実線で示され、この値の試料厚による差異は $\tan \phi_f$ と全く同様な傾向がみられる。

(3) 試料厚と膨張を妨げる側面摩擦

摩擦強度と同様、せん断時の膨張を妨げる側面摩擦もまた試料厚に関係があると思われるが、この関係を検討するに先だって試料が厚い場合の垂直応力の変化について考察する必要がある。

せん断面に働く垂直応力はたとえば $h=10\text{ mm}$ の場合には、せん断力を加える前には側面摩擦のため 表-5

に示すような割合で所定の値より減少していると考えられる。せん断力を加え試料が膨張すると、膨張が続く間は垂直荷重によって与えられる所定の垂直応力以上のある垂直応力が働き、体積変化がとまると初めの状態にもどる。このため最大せん断応力が測定されるときに垂直応力と体積変化がとまった状態での垂直応力の差は、試料が厚い場合のほうが薄い場合に比べて大きくなると考えられる。したがって 6. に述べた側面摩擦の近似計算法は、試料が厚いほど誤差が大きくなり、計算値は大きくなることになる。

表-6 は $h=5\text{ mm}$ の場合の測定値と側面摩擦の計算値を示すもので、これを $h=10\text{ mm}$ (表-2) の場合と比較すると F_s/σ の値にはほとんど差がみられないが、上述のことを考慮すれば薄い試料のほうが膨張時の側面摩擦は大きいことになる。同じ間げき比に対して $\left(\frac{d}{d'}\right)_{\tau=\text{max}}$ の値は試料が薄いほうが大きいことはこれを裏づけている。この結果はやや意外のように思われるが、せん断時の体積変化は大部分がせん断面付近の領域において生じ、試料が厚くなるとこれがある程度、試料中に吸収され、膨張によって側面に加えられる圧力が小さくなるためではないかと考えられる。

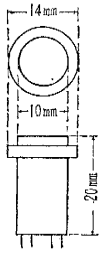
8. 垂直応力の測定

前節で考察したようにせん断面に働く垂直応力はせん断試験中一定していないし、また膨張が起こっている間の垂直応力は求めることができない。ここではせん断箱内部の静止時の垂直応力が試料厚によってどのように変わるかを調べ、前節に述べた事項の妥当性を検討する。

(1) 半導体小型圧力変換器

最近、開発された半導体小型圧力変換器は元來流体の

図-19 半導体圧力変換器



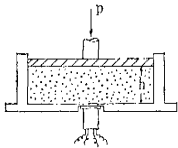
圧力を測定するものであるが、その圧力測定の原理から考えて、粒体内の絶対的な圧力は求められないにしても相対的な値は測定できると思われる。これは 図-19 に示すように径 10 mm のフランジ付き円筒形のきわめて小さな圧力測定器で、小さな容器の内部に設置して圧力を測定するのに適している。円筒上面のダイヤフラムに加わる圧力が本体内部の受感部に変形を与

えると、これに接着してある半導体ゲージがその表面ひずみを受感して抵抗変化を生ずる。受感部は環状の弾性曲りょうで、半導体ゲージはその内側および外側の4カ所に接着されており、それぞれのゲージはホイーストンブリッジの各辺にそう入されている。したがってダイヤフラムに圧力が加わると弾性曲りょうは変形してその外側と内側に符号の異なるひずみを生じ、これを半導体ゲージが受感するとホイーストンブリッジの出力側に圧力に比例する電圧を発生させることができる。

(2) 垂直応力の測定

この圧力変換器は小型ではあるが高さが 20 mm あり、これを直接試験機の試料内に設置することはできない。そこで 図-20 のようなせん断箱と同径の容器をつくり、その底面中央に圧力変換器を設置しておき、試料の厚さ h を変化させて底面に働く垂直応力を測定した。

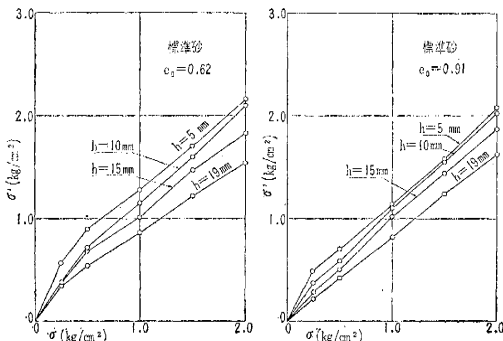
図-20



このためあらかじめ圧力変換器のダイヤフラムに薄い砂層をおき、これを通じて伝えられる圧力とリード線によって変換器下端の端子に連結した抵抗線ひずみ測定器の読みとの関係を求めておいた。この関係を基準として、標準砂について試料厚と圧力との関係を求めると 図-21 のようになる。図上の点はすべて数個の測定値の平均値であるが、個々の測定値は相当にばらつきを示していた。図に示す値は底部中央の値

図-21 試料内の垂直応力

(a) (b)

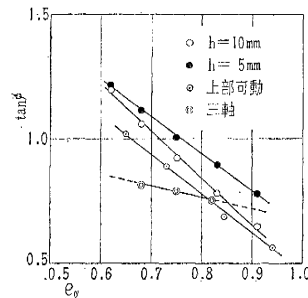


のみであり、その測定値が試料内のある深さにおける真の垂直応力を示すものとは考えられないにしても、厚さが増加するにつれて垂直応力が減少してゆく傾向は明らかに認められる。この結果は前節に述べたことがらを裏書きするものである。

9. 側面摩擦を除去した値と三軸試験との比較

図-7 に細い実線で示した $\tan \phi$ の値は側面摩擦をふくんだせん断強さをもとにして求めたものであり、側面摩擦による分だけ過大な値を示している。したがって、この部分を取り除いた値に対して三軸試験との比較をしなければならない。表-2 および表-3 に示された側面摩擦の値をひいた値を使って $\tan \phi$ を求めると 図-7 の太い実線のようになり、初期間げき比と $\tan \phi$ の間にはどの砂でもだいたい直線比例の関係があることが認められる。ほとんど同じ鉱物からなると思われる笛吹川の2種類の砂では、同じ間げき比に対して細砂のほうが大きな $\tan \phi$ を示している。このことは $\tan \phi_f$ を比較してみても同様であって、同一容積内の粒子間の接触面積の多少が関係しているものと思われる。また先に述べたように標準砂と相模川砂では、間げき比の大きい場合、三軸試験による値より小さな $\tan \phi$ を示す傾向が認められた

図-22 $\tan \phi$ の比較 (標準砂)



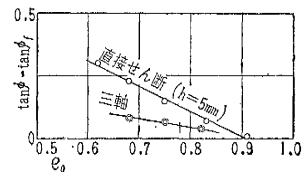
が、これは 20 mm の試料厚ではせん断面に所定の垂直応力が作用しないため、薄い試料によらなければ正しい比較はできない。図-22 は標準砂の試料厚 15 mm のものと三軸試験との比較で、参考のため試料厚 20 mm の上部可動の場合もあわせてプロットしておいた。所定の垂直応力が作用していると考えられる薄い試料の場合には、直接せん断試験の値が常に大きく、通常得られる最小の密度に対して約 8%、最大の密度に対して約 43% 三軸試験による値より大きい。

つきに $h=5$ mm の場合の $\tan \phi_f$ と 5. 式 (3) により

求められる $\frac{(\sigma_1 - \sigma_3)_{rf}}{\sigma_3}$

図-23 ($\tan \phi - \tan \phi_f$) の比較

から計算された $\tan \phi_f$ との比較は前出の 図-18 のようになりこの値の三軸試験に対する過大の割合は 12~23% の範囲内にある。



また $\tan \phi$ のうち体積変化に対する抵抗の部分すなわち

* 三軸試験の場合には正しくは $\tan \phi_{rf}$ である。

($\tan \phi - \tan \phi_f$) の比較は 図-23 に示すようで、直接せん断による値は三軸試験の値の 2.5 倍程度になっている。このように粒子間の摩擦抵抗も体積変化に対する抵抗も直接せん断のほうが大きく、結果として大きな $\tan \phi$ が得られるが、これは直接せん断試験では中間主応力の影響があるためと考えられる。

10. 砂の直接せん断試験についての提案

以上の結果にもとづき砂の直接せん断試験について、つぎのような提案を行なう。

(1) 試料の厚さ

試料の厚さは径 60 mm に対し、せん断面上の厚さが 5 mm 以上にならないようにすべきである。試料が厚くなればせん断面に所定の垂直応力を期待することができない。

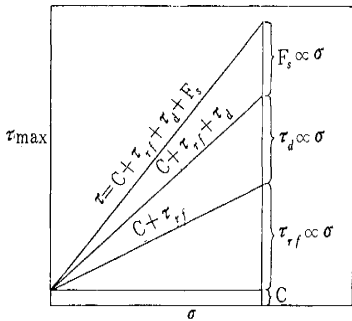
(2) 測定値の照査

直接せん断試験の結果は Coulomb の法則にしたがって整理される。しかし、この法則のみでは測定値の信頼性を確かめるには不十分である。たとえば垂直応力に比例した誤差は見いだすことができない。照査他の方法は間げき比とせん断強さの関係を利用することで、この関係は 図-5 および 図-6 に示した。この意味で一種類の間げき比の試料のみについて行なった砂の直接せん断試験は信頼性に乏しい。さらに、せん断強さのうち膨張に対する抵抗の部分および膨張がとまったときのせん断応力についてもおのおの間げき比と一定の関係があるので、これらの関係もまた測定値の照査に使うことができる。

(3) 側面摩擦の除去

前述のように下部可動型直接せん断試験機によって得

図-24



られる砂のせん断強さは相当に大きな側面摩擦をふくんでいる。したがって Coulomb の法則にしたがう測定結果が得られたとすれば、測定されたせん断強さは 図-24

に示すように 4 つの部分からなると解釈すべきで、次式のような関係がある。

$$\tau = c + \sigma \tan \phi = c + \tau_d + \tau_{rf} + F_s$$

ここに c: 粘着力

τ_d : 体積変化に対する抵抗, $\sigma \left(\frac{dA}{d\varepsilon} \right)_{\tau=\max}$ に等しい

τ_{rf} : 粒子間の摩擦抵抗, σ に比例し摩擦強度

τ_f で近似できる

F_s : 側面摩擦, σ に比例する

側面摩擦はせん断強さと無関係のものであるから、これを除いた値をもってせん断強さとすべきである。そのためには必ず応力-ひずみ曲線および体積変化-ひずみ曲線をえがき、応力-ひずみ曲線のピーク点における $\left(\frac{dA}{d\varepsilon} \right)$ および摩擦強度 τ_f を求め、次式によって求められる値をもってせん断強さとし、これにもとづいて内部摩擦角を計算することを提案する。

$$s = \sigma \left(\frac{dA}{d\varepsilon} \right)_{\tau=\max} + \tau_f$$

(4) 粘着力

直接せん断試験の結果からは 図-3 および 図-4 に見られるように異常に大きな粘着力が得られることが多い。これは体積変化に対する抵抗、摩擦抵抗および側面摩擦などの各要素にふくまれる誤差が結果的に大きな値を示すためであると考えられる。したがって砂の粘着力は問題にならないものではあるが、このような誤差による分を少しでも除去するため、摩擦強度によって求められる c_f (5. 式 (5) 参照) をもって粘着力としたほうがよいと考える。

11. むすび

直接せん断試験および三軸試験によって砂の内部摩擦角を求める場合、両試験法によって得られる値の大きな差異は多くの人が経験していることと思われる。筆者は、直接せん断試験は密な砂の場合、異常に大きな測定値が得られる反面、ゆるい砂では三軸試験によるより小さな内部摩擦角が得られることに疑問をもち、この試験法によって得られる値についていろいろ検討を加えた。また不十分ではあるが小型圧力計によって垂直応力の測定を行ない、試料厚が変われば異なった摩擦係数を与えることとあわせて検討し、その結果にもとづいて径 60 mm の場合の合理的な厚さを求めた。さらに直接せん断試験の大きな欠点である側面摩擦についても、その近似的な値を求めた。これらの結果にもとづき前節のような提案を行なったわけであるが、これがせん断試験法確立の一助ともなれば幸いである。

筆者はせん断試験法として直接せん断試験は必ずしも適当なものとは考えていないが、これが今後もわが国において使用されてゆくためには、どのような土質に対して適当であるかを研究すべきであると思う。その際にはわが国では最近ほとんどかえりみられていない上部可動型試験機についても研究の余地があると思われる。

終りに、この研究の一部は昭和 36 年度文部省科学研究費によるものであることを付記し、多くの実験に勞をいとわなかった都立大学助手 森 満雄君に感謝の意を表す。

参考文献

- 1) Tschebotarioff: Soil Mechanics, Foundations, and Earth Structures, 1953, p. 128.
- 2) 土質工学会: 土質試験法解説 (第2集), p. 30, p. 63.
- 3) 真井・北郷・土岐: 各種せん断試験の比較, 土と基礎, Vol. 7, No. 3, 1959.
- 4) Taylor, D.W.: Fundamentals of Soil Mechanics, 1948, p. 346.
- 5) Bishop, A.W.: Discussion on, Measurement of Shear Strength of Soil, Géotechnique, Vol. 2, 1950, pp. 113~116.
- 6) 赤井浩一: 砂のせん断におけるダイレイタンス効果, 土木学会論文集 第58号, 1958.
- 7) 真井・北郷・四方: 各種せん断試験の比較 (第2報), 土と基礎, Vol. 10, No. 2, 1962.

(原稿受付: 1963.7.9)