

# アーチダムの振動，特にその縦振動に関する研究

## ON THE VIBRATION OF AN ARCH DAM, ESPECIALLY, IT VERTICAL EXTENSIONAL VIBRATION

岡本 舜三\*・伯野 元彦\*\*・加藤 勝行\*\*  
By Shunzo Okamoto, Motohiko Hakuno, Katsuyuki Kato.

### 1. 緒 言

著者らはききに実在するアーチダム（堤高 62.5 m，堤頂長 128.7 m，以下Tダムとよぶ）について起振機を用いて振動実験を行ない約 12 cps の共振振動数をもつ上下方向振動を主とする基準振動が存在することを認めたり。岩盤地帯の地震動には一般にこの程度の振動数をもつ成分が工学上無視できない程度にふくまれているので，上記の上下方向を主とする振動の共振の可能性があ

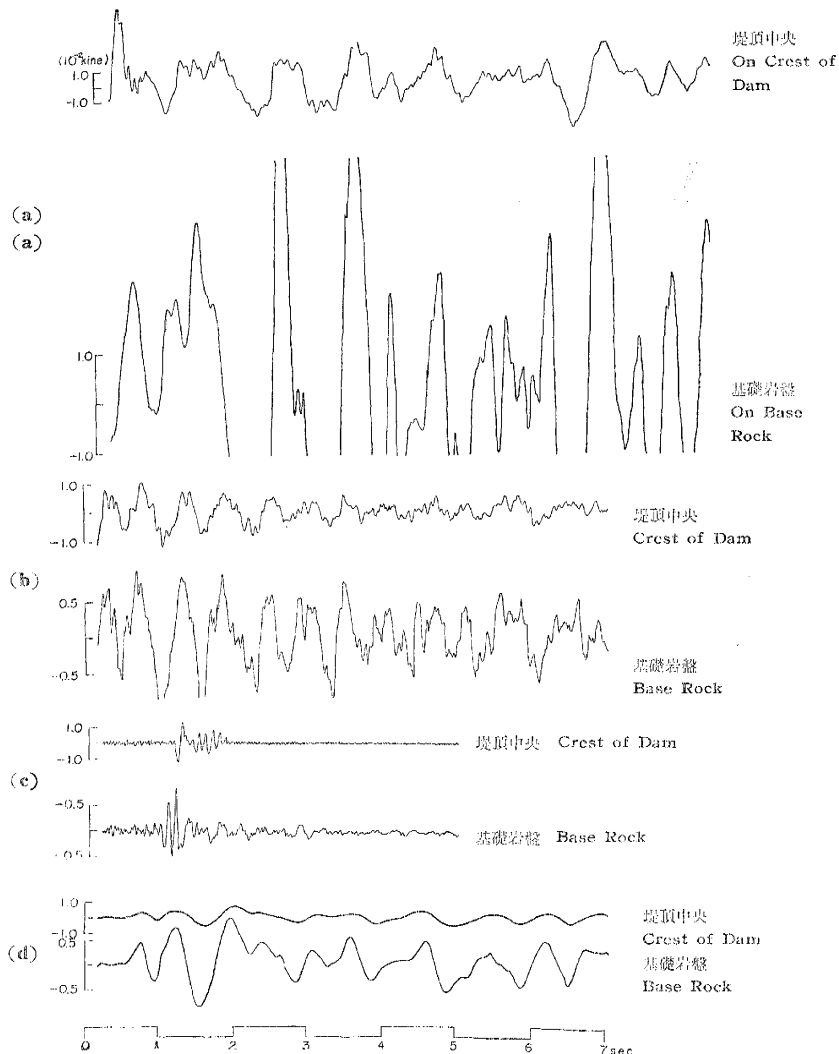
る。本文はアーチダムの上下振動の共振が地震時に実際に発生することを観測し，さらに共振時の応力を求める解析的および実験的方法について述べたものである。

### 2. 実在アーチダムにおける地震観測

著者らは 1959 年以來 T ダム堤頂中央に石本式三成分加速度計を設置して地震観測を行ない，地震時の堤頂の上下方向振動には 9~12 cps の振動が卓越することを認めたり，なお，その詳細を調べるために動線輪理地震計固有周期 1.5 秒，電磁 オッシロ グラフと組合わせて速度を記録する）による観測を堤体および基礎岩盤上において続行した。

1960 年 12 月 26 日 T ダムの北東 75 km に発生した震度 III の地震による右岸岩盤上および堤頂中央における上下方向記録についてはすでに文献<sup>1)</sup> 図-11 に報告したが（本文 図-1 (a)），それによると堤頂記録には約 1 秒の長周期振動に 12.0~14.2 cps の高周波振動がのっているのが認められた。前者については岩盤上記録にもほぼ等しい周期の波があり，これは堤体の固有振動を示しているものではないと判断される。後者については該当する波が岩盤上記録には見られず堤体が上下方向に共振して卓越したものと考えられる。このほかにも微小地震につ

図-1 (a)  
Fig. 1 (a)



\* 正員 工博 東京大学教授 東大生産技術研究所第一部

\*\* 正員 東大生産技術研究所第一部

いて 図-1 のように若干の記録が得られている。

図-1 (b) は (a) とほぼ同様な記録であるが，基礎岩盤上には 0.5~0.7 秒の長周期の波と 0.1 秒以下の短周期の波が認められる。堤体上の記録には明らかに 12 cps 程度の波が 0.5~0.7 秒の波にのっている。この高周波の振動の低周波の振動に対する割合は堤体上のほうが高周波が多く，かつ岩盤では振動数が比較的規則であるのに堤体上では約 12 cps となっている。このことから堤体上では約 12 cps の上下共振が誘起されていると思われるが，あまり判然とはしない。図-1 (c) は衝撃的な地震動による記録であるが，岩盤上の振動は 0.1 秒周期の二波およびそれに続く約 0.3 秒の波，およびそれに重畳された 0.03 秒程度の高振動数の波からなっている。一方堤体上記録の初部には，岩盤上の衝撃波による応答とみられる不規則な波があるが，続いてはっきり 12 cps 強のほぼ正弦波状の振動が認められる。時間的に対応する岩盤上記録にこの種の波がみられないことから，これは上下共振の現象と思われる。図-1 (d) は遠地地震による記録と考えられ，短周期振動の欠如した記録であって，堤体上にも高振動数の波はみられず，このように来襲する地震中に短周期の振動がほとんどない場合には上下共振はその共振振動数が高いため誘起されないことが知られる。

以上の地震観測からみると地震上下動によってアーチダムが上下方向を主とした共振振動を起こすことがあることはほぼ疑いないところと思われる。

### 3. 模型による振動試験

実在するダムにおける地震観測によってその存在を認められたアーチダムの上下方向の共振現象について，さらに詳細な知識を得るために石膏模型による振動試験を行なった。試験方法としては生研式アーチダム模型振動試験装置<sup>2)</sup>を用い，模型は T ダムを形どった。ただ実在ダムに中腹部にオリフィス 6 門があり，模型にはそれが無いが，模型形状を定めるにあたって実物ダムとほぼ相似の剛性をもつように留意した。模型は縮尺を 1/50 とし石膏，珪藻土の混合材料を用いて固定床上に作られ頂部に電磁コイル型加振器 9 個をとりつけ，加振器を通じて正弦波形外力を模型に与え応答を調べ縦振動共振点における振動形を求めた。このとき変位の測定は 図-2 の A, C 両座標軸の支点において行ない，ひずみの測定は A, C' 両座標軸の交点において行なった。図-3 は頂部中央における上下方向ならびに半径方向変位の共振曲線を示す。実線は上下方向変位，破線は半径方向変位であるが，半径方向変位の単位は上下方向変位のそれの 1/3 となっている。頂部中央点における上下方向変位には

図-2 測定位置  
Fig. 2 Measurement Points of Model Dam.

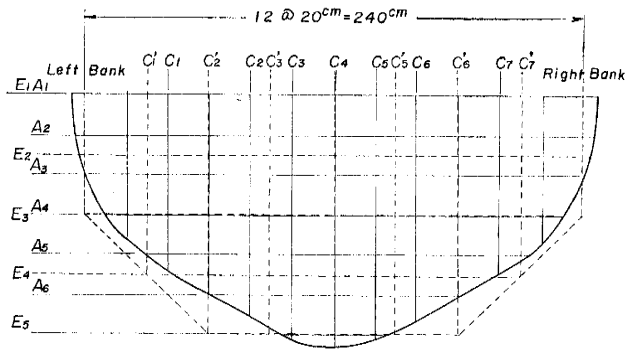
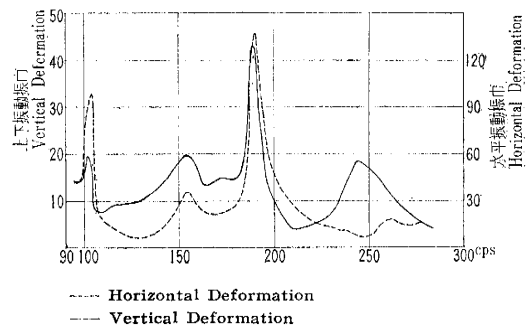


図-3 模型ダム上下振動共振曲線  
Fig. 3 Resonance Curve of Vertical Vibration of Model Dam.



104 cps, 189 cps, 245 cps に，半径方向変位には 104 cps, 189 cps にそれぞれピークが認められる。104 cps および 189 cps の共振点においては，振動数は既報<sup>1),4)</sup>の T ダムにおける水平方向たわみを主とする基準振動数に一致し，変位は水平方向のほうが上下方向よりも大である。すなわち，これらの共振点においては水平変位を主とする基準振動が誘起されているのであるが，ダムが下流側にそっていることなどの原因によって上下方向の振動もまた大となっているもので，上下方向振動を主とする基準振動ではないと判断される。245 cps のピークはたわみ振動をほとんどともなわず，これは上下振動を主とする基準振動が誘起されているものと考えられる。図-4 は 245 cps 共振における上下方向変位振動形を示す。アーチ方向に関する振動形をみると底部を除いてアーチ端部では小さく中央で最大値をとるゆるい円弧状の曲線である。図-5 は同じ共振の際の片持ちりひずみの分布を示す。実線は上流面，破線は下流面のそれである。上下流面の平均値を上下振動伸縮ひずみとみなし鎖線によって示してある。この上下振動伸縮ひずみのアーチ方向分布はアーチ中央にて最大となるが，アーチ端部においてもその値をあまり減じていないことが認められる。なお，アーチ方向ひずみは微小のため測定困難であった。本実験においても相似率は既報<sup>2)</sup>の考え方にしたがっ

図 4 (a) 上下縦振動共振振動形 (模型ダム)  
Fig. 4 (a) Extensional Vibration Mode of Model Arch Dam.

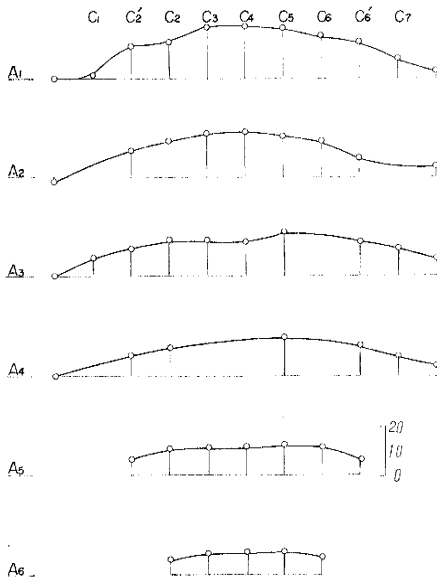
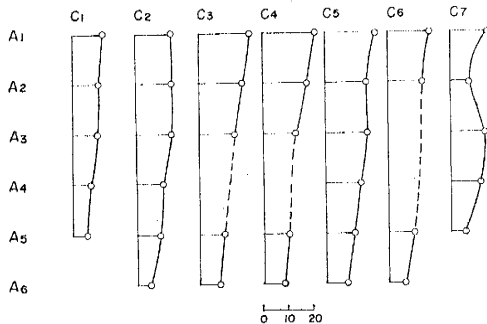


図 4 (b) 上下縦振動共振振動形 (模型ダム)  
Fig. 4 (b) Extensional Vibration Mode of Model Arch Dam.



て、実在ダムと模型との減衰常数が等しい場合には実在ダム単位質量に加わる振動外力と模型ダムに加わるそれとの比が  $\lambda/\tau^2$  であるならば、実在ダムに生ずるひずみと模型ダムに生ずるひずみとは等しいとした。ここに  $\lambda$  は添字  $m$  を模型ダムに対するもの、 $p$  を実在ダムに対するものとし、長さ次元を  $l$  とするとき  $l_m/l_p$  なる比であり、 $\tau$  は  $T$  を時間次元とすると  $T_m/T_p$  である。

図-5 は模型ダムについて上下方向に振動数 245 cps、加速度 37.5 gal を加えた場合に生ずるひずみであって、その最大は中央片持ばり中腹部に生じ、その値は  $24 \times 10^{-6}$  である。この結果を相似率によって実在ダムに換算すれば、実在ダムと模型ダムの振動減衰常数が等しいと仮定して、実在ダムは振動数 12.6 cps において上下方向変位を主とする共振状態に入り、もし地盤が振動数 12.6 cps、加速度 100 gal をもって永続的に正弦振動するならばひずみの最大は中央片持ばり中腹部に生じ、その値は

図 5 (a) 上下縦振動共振ひずみ分布 (模型ダム)  
Fig. 5 (a) Strain Distribution (Model Dam)

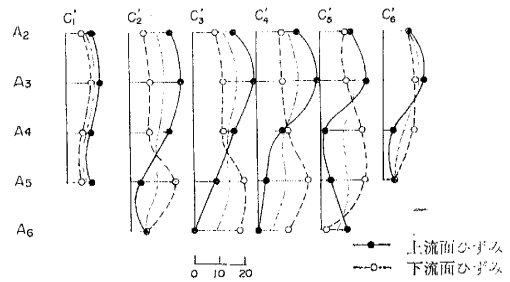
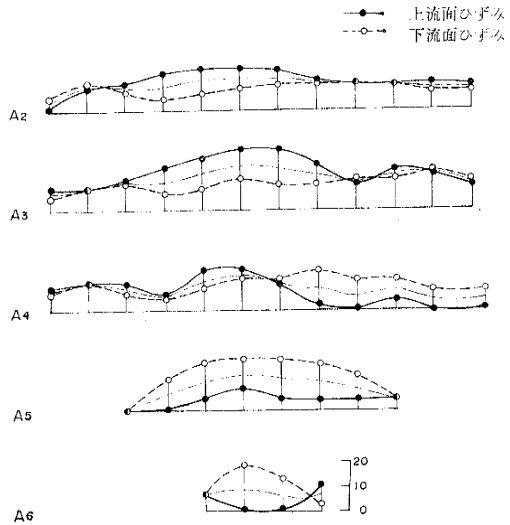


図 5 (b) 上下縦振動共振片持ばりひずみ分布 (模型ダム)  
Fig. 5 (b) Strain Distribution (Model Dam)



$98 \times 10^{-6}$  になることになる。アーチ方向応力を無視しコンクリートのヤング係数を  $2.0 \times 10^8 \text{ kg/cm}^2$  と仮定するならば最大応力は  $19.6 \text{ kg/cm}^2$  となる。

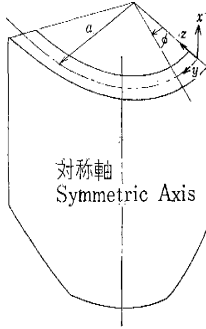
#### 4. 電子計算機による数値的解法

本節ではアーチダムの上下振動の数値的解析を試みた。アーチダムは堤体の材料、形状、構造、支持条件などのいずれについても複雑な性質をもちその振動を解析するためには、まずこれらの事項を正確に把握する必要がある。しかし、それらはいまだことごとく明らかにされていないこと、また一方、それをことごとく数理的にとり入れることも容易でないことを考慮して、ここにはつぎのような仮定の設定と問題の抽象化を行ない、そのうえに上下縦振動の数値的解析を行なうことにした。

1) ダムは弾性的でかつ全堤体が一個の連続体として働らくものとする。前者は振動的外力に対しては一般に是認されており、後者については問題はあるが少なくとも微小振動に対しては是認されるものと思われる。

2) 形状については図-6 に示すような対称形の支持辺をもつ直立した等厚の円筒殻とする。実際のダムの形

図-6 計算時仮定したアーチダム形状  
Fig. 6 Assumed Form of Arch Dam for Computation.



状は一般には複雑であるが，この仮定によっても振動の基本的性質を明らかにすることはできると思われる。

3) 支持条件については正確な状態を把握することが困難なので数個の条件を基礎岩盤に与えて堤体振動を計算し，そのいずれが真に近いかについては今後の研究にまっこととした。ここに設定した基礎の支持条件は岩盤を剛体とした場合(支持条件A)と，岩盤を弾性床すなわち岩盤面に垂直な反力および岩盤面にそう反力はそれぞれその方向の平均変位に比例するものとした場合とであって，後者の場合については岩盤反力係数が堤体支持面全域について一樣な場合(支持条件B)と，場所によって異なる場合(支持条件C)とにわけて論じた。すなわち，岩盤反力係数の値はBの場合には支持面に垂直な方向の反力係数  $K_1$  を  $95 \text{ kg/cm}^2$ ，面に沿う方向の反力係数  $K_2$  を  $240 \text{ kg/cm}^2$  とし，Cの場合には  $K_1$  を数値計算を行なった境界格子点に(図-7)対して表-1に

図-7 計算格子点  
Fig. 7 Difference Net for Computation.

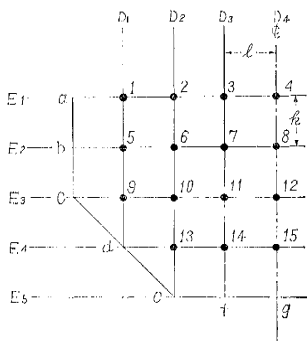


表-1 支持条件(C)の  $K_1$  値

格点	アーチ方向 ( $\text{kg/cm}^2$ )	片持ほう方向 ( $\text{kg/cm}^2$ )
a	121	—
b	178	—
c	415	—
d	1330	376
e	—	178
f	—	178
g	—	126

示す値とし， $K_2$  を一樣に  $240 \text{ kg/cm}^2$  と定めた。

4) ダムの解析には薄肉殻理論が用いられるものとする。アーチダムの場合，河底付近においては薄肉とみなすことは問題であるが数理的取り扱いの便宜上ここには薄肉と仮定した。円筒殻の振動についてはつぎの基本式が Love<sup>3)</sup> によって与えられている。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial T_1}{\partial x} - \frac{1}{a} \frac{\partial S_2}{\partial \phi} - 2\rho h \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= 0 \\ \frac{\partial S_1}{\partial x} + \frac{1}{a} \frac{\partial T_2}{\partial \phi} - \frac{N_2}{a} - 2\rho h \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= 0 \\ \frac{\partial N_1}{\partial x} + \frac{1}{a} \frac{\partial N_2}{\partial \phi} + \frac{T_2}{a} - 2\rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots (1)$$

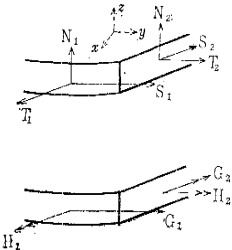
ここに  $S, T, N$  などは断面力であって次式によってひずみ  $\mu_1, \mu_2, \tau, \epsilon_1, \epsilon_2$  および回転  $\omega$  と結びれている。

$$\left. \begin{aligned} T_1 &= D \left[ \frac{3}{h^2} (\epsilon_1 + \sigma \epsilon_2) + \frac{2-2\sigma-3\sigma^2}{2(1-\sigma)} \frac{\mu_1}{a} - \frac{2\sigma+\sigma^2}{2(1-\sigma)} \frac{\mu_2}{a} \right] \\ T_2 &= D \left[ \frac{3}{h^2} (\epsilon_2 + \sigma \epsilon_1) - \frac{\sigma+2\sigma^2}{2(1-\sigma)} \frac{\mu_1}{a} - \frac{2+\sigma}{2(1-\sigma)} \frac{\mu_2}{a} \right] \\ S_1 &= \frac{1}{2} D (1-\sigma) \left[ \frac{3}{h^2} \omega + \frac{\tau}{a} \right] \\ S_2 &= \frac{1}{2} D (1-\sigma) \left[ -\frac{3}{h^2} \omega + \frac{\tau}{a} \right] \\ N_1 &= -D \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \mu_1 + \sigma \mu_2 + \frac{1}{a} (\epsilon_1 + \sigma \epsilon_2) \right\} + \frac{1-\sigma}{a} \frac{\partial \tau}{\partial \phi} \right] \\ N_2 &= -D \left[ (1-\sigma) \left( \frac{\partial \tau}{\partial x} + \frac{1}{2a} \frac{\partial \omega}{\partial x} \right) + \frac{1}{a} \frac{\partial}{\partial \phi} (\mu_2 + \sigma \mu_1) \right] \end{aligned} \right\} \dots (2)$$

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_1 &= \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \epsilon_2 = \frac{1}{a} \left( \frac{\partial v}{\partial \phi} - w \right), \quad \omega = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{a \partial \phi} \\ \mu_1 &= \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad \mu_2 = \frac{1}{a^2} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial \phi^2} + \frac{\partial v}{\partial \phi} \right), \quad \tau = \frac{1}{a} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial w}{\partial \phi} + v \right) \end{aligned} \right\} \dots (3)$$

ここに(図-6, 図-8 参照)

図-8 ダム素片の力のつり合い  
Fig. 8 Balance of Forces on Dam Element.



$a$ : 円筒の半径,  $h$ : 円筒厚の  $1/2$ ,  $\rho$ : 円筒材料の単位体積あたり質量,  $u, v, w$ :  $x, y, z$  方向の変位,  $T, S, N$ : 単位長あたり断面力,  $\sigma$ : ポアソン比

$E$ : ヤング係数,  $D = 2 E h^3 / 3(1-\sigma^2)$

ただし添字 1 は水平断面内, 2 は垂直断面内に対するものを示している。

いま T ダムにおける振動試験または模型実験などからみると，上下振動を主とする振動の共振に際しては半径方向変位  $w$  は他の二方向の変位に比して小さいことを考慮して  $w$  を無視し，式(1)の前二式に式(2), (3)を

代入すれば次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} \frac{D}{h^2} \left[ 3 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{3(1-\sigma)}{2} \frac{\partial^2 u}{a^2 \partial \phi^2} + \frac{1}{2} \left\{ 3(1+\sigma) - \frac{1+2\sigma^2}{(1-\sigma)} \right\} \right. \\ \left. \times \left( \frac{h}{a} \right)^2 \frac{\partial^2 v}{a \partial \phi \partial x} \right] = 2\rho h \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \\ \frac{D}{h^2} \left[ \left\{ \frac{3(1-\sigma)}{2} + 2(1-\sigma) \left( \frac{h}{a} \right)^2 \right\} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \left\{ 3 - \frac{3\sigma}{2(1-\sigma)} \right\} \right. \\ \left. \times \left( \frac{h}{a} \right)^2 \frac{\partial^2 v}{a^2 \partial \phi^2} + \frac{1}{2} (1-\sigma) \left( \frac{h}{a} \right)^2 + 3(1+\sigma) \right\} \\ \left. \times \frac{\partial^2 u}{a \partial \phi \partial x} \right] = 2\rho h \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(4)$$

上式において  $(h/a)^2$  をふくむ項を他の項にくらべて無視するならばつぎのように板の伸縮振動の方程式となる。

$$\frac{3D}{h^2} \left[ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{1}{2} (1-\sigma) \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{1}{2} (1+\sigma) \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} \right] = 2\rho h \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

$$\frac{3D}{h^2} \left[ \frac{1}{2} (1-\sigma) \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{1}{2} (1+\sigma) \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \right] = 2\rho h \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}$$

実際のアーチダムにおいて  $(h/a)^2$  の値は他の係数にくらべ微小であるので式(4)によれば上下振動にはアーチの曲率の影響はほとんどふくまれないことになる。

境界条件として堤頂においては自由であるから、

$$T_1 = 0, S_1 + \frac{H_1}{a} = 0, N_1 - \frac{1}{a} \frac{\partial H_1}{\partial \phi} = 0, G_1 = 0$$

の四式が成立しなければならないが、 $w=0$  と仮定した場合は近似的には前二者のみを考慮すればよく、次式のみとなる。

$$\left. \begin{aligned} 3 \frac{\partial u}{\partial x} + \left\{ 3\sigma - \frac{2\sigma + \sigma^2}{2(1-\sigma)} \left( \frac{h}{a} \right)^2 \right\} \frac{\partial v}{a \partial \phi} = 0 \\ \left\{ 3 + 4 \left( \frac{h}{a} \right)^2 \right\} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{2} \left\{ 3 + \left( \frac{h}{a} \right)^2 \right\} \frac{\partial u}{a \partial \phi} = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots(5)$$

支持面にとっては支持条件(A)の場合は

$$u=0, v=0 \dots\dots\dots(6)$$

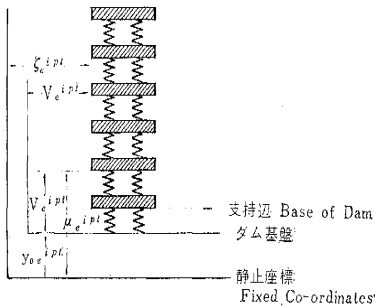
支持条件(B)および(C)の場合は

$$\left. \begin{aligned} K_1 u = T_1' = \frac{E}{3(1-\sigma^2)} \left[ 3 \frac{\partial u}{\partial x} + \left\{ 3\sigma - \frac{2\sigma + \sigma^2}{2(1-\sigma)} \left( \frac{h}{a} \right)^2 \right\} \frac{\partial v}{a \partial \phi} \right] \\ K_2 v = S_1' = \frac{E}{6(1+\sigma)} \left[ \left\{ 3 \left( \frac{h}{a} \right)^2 - 1 \right\} \frac{\partial v}{\partial x} + 3 \frac{\partial u}{a \partial \phi} \right] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(7)$$

となる。

図-9 ダムの模型化

Fig. 9 Simulation of Arch Dam.



計算を行なうにあたってアーチダムを 図-9 に示すようにその支持辺を前述の支持条件で支えられた構造物とみなし、それらを支えるダム基盤は構造物の振動による影響を受けないものと仮定する。つぎにダム基盤が上下方向に定常正弦振動  $y_0 e^{ipt}$  を行なうときの境界条件を満足する式(4)の解を求める。図-9のように堤体各点の静止座標に対する上下方向変位を  $\eta e^{ipt}$ 、同じくアーチ方向変位を  $\zeta e^{ipt}$ 、堤体各点のダム基盤に対する変位を  $u = U e^{ipt}$ 、同じくアーチ方向変位を  $v = V e^{ipt}$  とすればつぎの関係が成立する。

$$\eta = y_0 + U, \zeta = V$$

式(4)右辺は慣性加速度であるから静止座標系に対するものであり、 $u$  に  $\eta e^{ipt}$  を  $v$  に  $\zeta e^{ipt}$  を代入すれば次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} A = \alpha_1 p^2 U + \alpha_2 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \alpha_3 \frac{\partial^2 U}{a^2 \partial \phi^2} + \alpha_4 \frac{\partial^2 V}{a \partial x \partial \phi} \\ 0 = \alpha_1 p^2 V + \alpha_5 \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \alpha_6 \frac{\partial^2 V}{a^2 \partial \phi^2} + \alpha_7 \frac{\partial^2 U}{a \partial x \partial \phi} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(8)$$

境界条件は支持辺にて支持条件(A)に対しては

$$U=0, V=0 \dots\dots\dots(9)$$

支持条件(B),(C)に対しては

$$\left. \begin{aligned} K_1 U = \frac{E}{3(1-\sigma^2)} \left[ 3 \frac{\partial U}{\partial x} + \left\{ 3\sigma - \frac{2\sigma + \sigma^2}{2(1-\sigma)} \left( \frac{h}{a} \right)^2 \right\} \frac{\partial V}{a \partial \phi} \right] \\ K_2 V = \frac{E}{6(1+\sigma)} \left[ \left\{ 3 \left( \frac{h}{a} \right)^2 - 1 \right\} \frac{\partial V}{\partial x} + 3 \frac{\partial U}{a \partial \phi} \right] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(10)$$

ここに、 $A = -\alpha_1 p^2 y_0$ ,  $\alpha_1 = 4(1-\sigma^2)\rho/3E$

$$\alpha_2 = 3, \alpha_3 = 3(1-\sigma)/2$$

$$\alpha_4 = \frac{3(1+\sigma)}{2} - \frac{(1+2\sigma^2)}{2(1-\sigma)} \left( \frac{h}{a} \right)^2$$

$$\alpha_5 = \frac{3(1-\sigma)}{2} + 2(2-\sigma) \left( \frac{h}{a} \right)^2$$

$$\alpha_6 = 3 - \frac{3\sigma}{2(1-\sigma)} \left( \frac{h}{a} \right)^2$$

$$\alpha_7 = \left( \frac{h}{a} \right)^2 \frac{(1-\sigma)}{2} - \frac{3(1+\sigma)}{2}$$

以上の方程式を純解析的に解くことは非常に困難と思われるので電子計算機 TAC を用いて数値的に解くことを試みた。そのため、これを次式のように差分方程式に改めた。

$$\begin{aligned} B = \beta_1 p^2 U_{i,j} + \beta_2 [U_{i,j+1} - 2U_{i,j} + U_{i,j-1}] \\ + \beta_2 [U_{i-1,j} - 2U_{i,j} + U_{i+1,j}] \\ + \beta_1 [V_{i+1,j+1} - V_{i+1,j-1} + V_{i-1,j-1} - V_{i-1,j+1}] \\ 0 = \beta_1 p^2 V_{i,j} + \beta_3 [V_{i,j+1} - 2V_{i,j} + V_{i,j-1}] \\ + \beta_3 [V_{i-1,j} - 2V_{i,j} + V_{i+1,j}] \\ + \beta_1 [U_{i+1,j+1} - U_{i+1,j-1} - U_{i-1,j+1} + U_{i-1,j-1}] \end{aligned}$$

ここに、 $\beta_1 = \frac{4(1-\sigma^2)\rho k^2}{3E}$ ,  $\beta_2 = 3$ ,  $\beta_3 = \frac{3(1-\sigma)k^2}{2l^2}$

$$\beta_4 = \frac{k}{8l} \left\{ 3(1+\sigma) - \frac{1+2\sigma^2}{(1-\sigma)} \left( \frac{h}{a} \right)^2 \right\}$$

$$\beta_3 = \frac{3(1-\sigma)}{2} + 2(1+\sigma) \left(\frac{h}{a}\right)^2$$

$$\beta_6 = \frac{k^2}{l^2} \left\{ 3 - \frac{3\sigma}{2(1-\sigma)} \left(\frac{h}{a}\right)^2 \right\}$$

$$\beta_7 = \frac{k}{8l} \left\{ \left(\frac{h}{a}\right)^2 (1-\sigma) + 3(1+\sigma) \right\}$$

$$B = -\beta_1 p^2 y_0 k^2, \Delta x = k, a \Delta \phi = l$$

一方，境界条件式 (5), (6), (7) をもつぎのように差分にて表わす。すなわち式 (5) は

$$\beta_8 [3 U_{i,j} - 4 U_{i,j-1} + U_{i,j-2}] + \beta_9 [V_{i+1,j} - V_{i-1,j}] = 0$$

$$\beta_{10} [3 V_{i,j} - 4 V_{i,j-1} + V_{i,j-2}] + \beta_{11} [U_{i+1,j} - U_{i-1,j}] = 0$$

ここに， $\beta_8 = \frac{3}{h^2 k}$ ， $\beta_9 = \frac{h^2}{l} \left\{ 3\sigma - \frac{2\sigma + \sigma^2}{2(1-\sigma)} \left(\frac{h}{a}\right)^2 \right\}$

$$\beta_{10} = \frac{h^2}{2k} \left\{ 3 + 4 \left(\frac{h}{a}\right)^2 \right\}, \beta_{11} = \frac{h^2}{2l} \left\{ 3 + \left(\frac{h}{a}\right)^2 \right\}$$

式 (6) は  $U_{i,j} = 0, V_{i,j} = 0$

式 (7) は

$$\beta_{12} U_{i,j} = \beta_{13} [U_{i,j} - U_{i,j-1}] + \beta_{14} [V_{i,j} - V_{i-1,j}]$$

$$\beta_{15} V_{i,j} = \beta_{16} [V_{i,j} - V_{i,j-1}] + \beta_{17} [U_{i,j} - U_{i-1,j}]$$

ここに， $\beta_{12} = K_1, \beta_{13} = \frac{E}{k(1-\sigma^2)}, \beta_{15} = K_2$

$$\beta_{14} = \frac{E}{3l(1-\sigma^2)} \left\{ 3\sigma - \frac{2\sigma + \sigma^2}{2(1-\sigma)} \left(\frac{h}{a}\right)^2 \right\}$$

$$\beta_{16} = \frac{E}{6k(1+\sigma)} \left\{ 3 \left(\frac{h}{a}\right)^2 - 1 \right\}$$

$$\beta_{17} = \frac{E}{2l(1+\sigma)}$$

このように差分式によって表わされた振動方程式，境界条件式を堤体上各格子点において成立させると変位  $U_{i,j}, V_{i,j}$  を未知数とする非斉次連立一次式が得られる。格子点は 図-7 に示す 15 点でダム全面としては 26 点であるから，したがって，ダム周辺は実在ダムのような曲線ではなく，辺形によって近似されることになる。振動の対称性を利用し，境界条件は振動方程式と別途に解くことにより，方程式の元数は 19 元に減少した。得られた振動変位から次式によって振動応力を計算することができる。

$$\sigma_y = \frac{T_1}{2h} = \frac{E}{(1-\sigma^2)} \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{E}{3(1-\sigma^2)} \times \left\{ 3\sigma - \frac{2\sigma + \sigma^2}{2(1-\sigma)} \left(\frac{h}{a}\right)^2 \right\} \frac{\partial V}{a \partial \phi}$$

$$\sigma_x = \frac{T_2}{2h} = \frac{E\sigma}{(1-\sigma^2)} \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{E}{3(1-\sigma^2)} \times \left\{ 3 - \frac{2+\sigma}{2(1-\sigma)} \left(\frac{h}{a}\right)^2 \right\} \frac{\partial V}{a \partial \phi}$$

ここに， $\sigma_y$ ：片持ばり応力， $\sigma_x$ ：水平アーチ応力  
以上述べた解析方法を T ダムに相当する形状の円筒殻に適用するために定数をつぎのようにおいた。

$$k = 15.0 \text{ m}, l = 15.0 \text{ m}, h = 3.75 \text{ m}, a = 61.0 \text{ m}$$

$$\rho = 2.3 \text{ g/cm}^3, E = 2 \times 10^9 \text{ kg/cm}^2, \sigma = 0.2$$

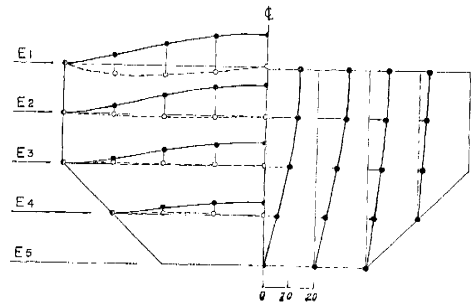
計算の結果，得られた値はつぎのようである。

共振振動数については，支持条件 (A) の場合 14.05 cps，支持条件 (B) の場合 9.8 cps，支持条件 (C) の場合 12.6 cps である。共振振動形状およびその際の振動応力分布は 図-10, 11 に示すとおりである。図の左半分は変位または応力の水平アーチ方向分布を，右半分は上下方向変位または片持ばり応力の上下方向分布を示している。上下方向振動形は各標高とも変曲点をもたず円弧状をなしている。また，上下方向にも頂部から底部に単調に減少する曲線となっている。

応力分布についてみると，片持ばり応力はアーチ中央点にて最大値をとり両岸に向かって減少している。片持ばり方向分布は中央断面にて底部に最大応力を生じ頂部に向かって減少しており，中央断面以外の断面にも同様な傾向が認められる。最大応力値は支持条件 (A) の場合 16 kg/cm<sup>2</sup>，支持条件 (C) の場合 14 kg/cm<sup>2</sup> である。アーチ応力は全体として片持ばり応力より小さいが堤頂

図-10 (a) 上下縦振動共振振動形

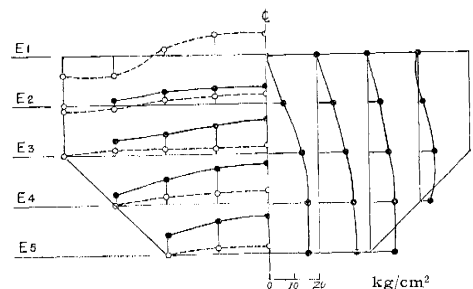
Fig. 10 (a) Computed Vibration Mode at the time of Vertical Extensional Resonance.



--- 〃 --- アーチ方向変位 (V) Horizontal Deformation  
 - - - 〃 - - 上下方向変位 (U) Vertical Deformation  
 堤頂長 = 2  $\frac{\text{Crest Length}}{\text{Dam Height}}$  = 2  
 堤高  
 岩盤剛 Rigid Base

図-10 (b) 上下縦振動共振応力分布

Fig. 10 (b) Computed Stress Distribution at the time of Vertical Extensional Resonance.



--- 〃 --- アーチ応力 Horizontal Stress  
 - - - 〃 - - 片持ばり応力 Vertical Stress  
 堤頂長 = 2  $\frac{\text{Crest Length}}{\text{Dam Height}}$  = 2  
 堤高  
 岩盤剛 Rigid Base  
 地震加速度 100 gal  
 Base Acceleration

図-11 (a) 上下縦振動共振振動形  
Fig. 11 (a) Computed Vibration Mode at the time of Vertical Extensional Resonance.

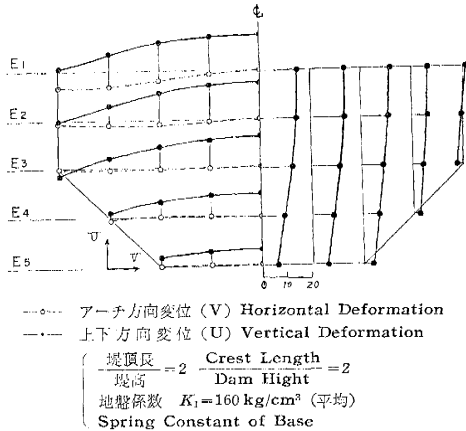
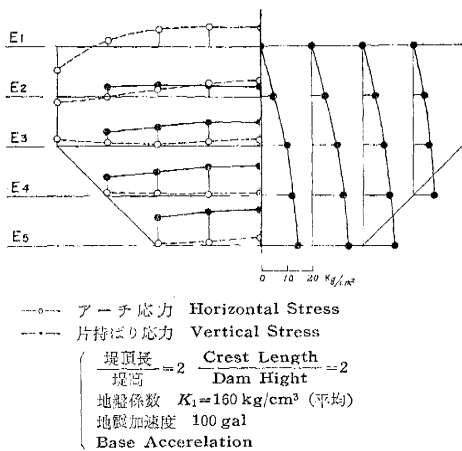


図-11 (b) 上下縦振動共振応力分布  
Fig. 11 (b) Computed Stress Distribution at the time of Vertical Extensional Resonance.



において最大となる。その値は堤頂中央において支持条件(A)の場合  $9 \text{ kg/cm}^2$ 、支持条件(C)の場合  $8 \text{ kg/cm}^2$  である。ただし、これら応力は基礎岩盤が上下方向に永続的に加速度  $100 \text{ gal}$  をもって振動し、ダムに上下方向振動の共振が生じたとし、T ダムのコンクリート ヤング係数を  $2 \times 10^8 \text{ kg/cm}^2$ 、振動減衰常数を  $0.05$  と仮定した場合の値である。

以上の数値解析においてはダムの半径方向変位を無視したためにアーチの曲率による影響が振動方程式中で微小な比重しかもたない結果となったが、この点に関する疑問を寒天模型によって検討した。すなわち、寒天を用いて作った模型の形状は一つは数値計算で採用した円筒殻とし、他の一つはこれを展開した平板とし、それらは数値計算において設定した仮定を満足するよう直立して模型岩盤上に固定した。岩盤は剛の場合を想定して石膏にて作製し、ダム模型との付着部分には模型岩盤上に切

込みを作ってダム模型を接続せしめた。模型は振動台上にのせ上下に定常的正弦振動を与え、共振振動数を測定した。共振振動数は個々の模型の作製月日によって多少のばらつきがあったが、つぎの範囲に入っているのが認められた。

円筒殻 (堤頂長/堤高=2)  $22.0 \sim 24.6 \text{ cps}$

平 板 (堤頂長/堤高=2)  $23.3 \sim 26.6 \text{ cps}$

これによると平板の振動数は円筒殻のそれにくらべて約  $6 \sim 8 \%$  高いが、これは円筒殻の多少の半径方向たわみによって振動数が下がるということを示しているものと思われる。この実験結果にかんがみ  $w$  の影響を近似的に数値的に検討するとつぎのようである。

前述の解析では振動方程式(1)において面内変位にくらべて半径方向変位  $w$  は微小であるとしてこれに関係する第3式を無視した。ここで  $w$  の影響を考えるため第3式を再掲するとつぎのようである。

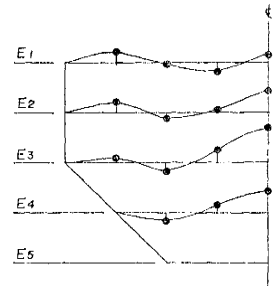
$$\frac{\partial N_1}{\partial x} + \frac{1}{a} \frac{\partial N_2}{\partial \phi} + \frac{T_2}{a} + 2 \rho h p^2 w = 0$$

各断面力を変位で表わすと次式のように変形される。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{2}{a^2} \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial \phi^2} + \frac{1}{a^4} \frac{\partial^4 w}{\partial \phi^4} + \frac{5-\sigma}{2a^2} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2 \partial \phi} + \frac{1}{a} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \\ & + \frac{4\sigma^2 - \sigma}{2a^2(1-\sigma)} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{1}{a^4} \frac{\partial^2 v}{\partial \phi^2} + \frac{1-\sigma}{2a^3} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial \phi^2} \\ & - \frac{1}{a^2} \frac{\partial v}{\partial \phi} \left\{ \frac{3}{h^2} - \frac{2+\sigma}{2a^2(1-\sigma)} \right\} + \frac{3}{a^2 h^2} w - \frac{3\sigma}{ah^2} \frac{\partial u}{\partial x} \\ & + \frac{2+\sigma}{2a^4(1-\sigma)} \frac{\partial^2 w}{\partial \phi^2} - \frac{2\rho h p^2 w}{D} = 0 \dots \dots \dots (12) \end{aligned}$$

式を差分に改め、かつ  $u, v$  としては  $w$  を無視した場合に得られた値を用いれば、 $w$  の第1近似値が求められる。得られた  $w$  値を図-12に示す。堤頂中央にお

図-12 上下共振時における半径方向たわみ (第1近似値)  
Fig. 12 1st Order Approximate Radial Deformation at Vertical Resonance (Computed Results).



ける変位は上下変位の  $7.5 \%$  であり、これは模型実験結果約  $30 \%$  よりかなり小さい。このことは模型実験での水平方向たわみはほとんどダムの反りなどの影響によるものと考えられる。振動数が  $w$  を考慮することによっていかに変化するかはエネルギー法によって計算した。すなわち固有振動数  $f$  の比は次式によって与えられる。

$$\frac{f_2^2}{f_1^2} = \frac{T_1 V_2}{T_2 V_1}$$

ここに、 $T$ :ダムの運動エネルギーの最大値を  $f^2$  にて除した値

$V$ :ダムのひずみエネルギーの最大値

添字 1, 2 はそれぞれ  $w$  を考慮した場合、 $w$  を考慮しない場合を示している。計算の結果は  $w$  の第一次近似値を考慮した場合 3.5% の振動数低下が見られた。この低下率は寒天実験の 6~8% と比較してやや小さいが、より近似の程度を高くすれば一致してゆくものと思う。後述するように模型実験値と計算結果とは振動数，振動形状，ひずみ分布などに関してほぼ一致していることが認められたので，模型実験では得られなかった上下伸縮振動の特性についてつぎのような計算を行なった。まずダムの形状変化の影響を知るため，すでに計算例として示した T ダム（堤頂長堤高比 2）とは形状の異なる堤頂長堤高比 1 および 4 の場合につき前述の計算方法により振動数その他の算定を試みた。その際用いる定数としては堤頂長，アーチ半径のみをつぎのように与え，他は T ダムの場合と変えなかった。

$$l = 7.5 \text{ m} \quad a = 30.5 \text{ m}$$

$$l = 30.0 \text{ m} \quad a = 122.0 \text{ m}$$

得られた結果は振動数については 図-13 に，振動形に

図-13 縦振動共振振動数計算結果  
Fig. 13 Computed Natural Frequency of Extensional Vibration of Arch Dam.

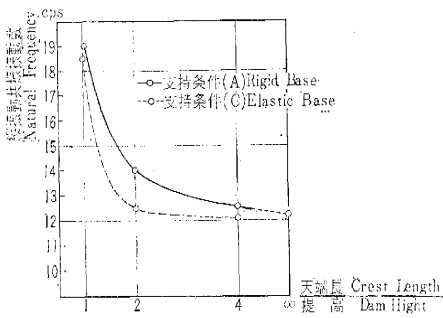
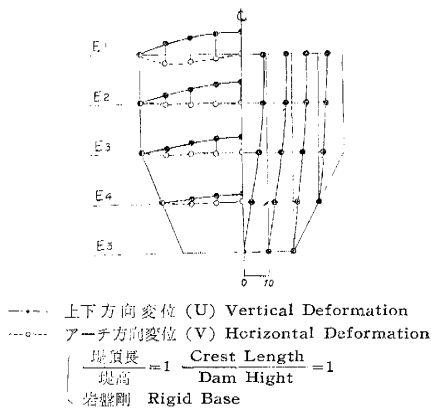


図 14 上下縦振動共振振動形  
Fig. 14 Computed Vibration Mode at the time of Vertical Extensional Resonance.



については 図-14, 15, 16, 17 に，振動応力分布については 図-18, 19, 20, 21 にそれぞれ示す。

振動数についてみると，支持条件 (A) の場合，堤頂長堤高比が 2 より小の形状では振動数が急激に上昇し，また比が 4 のダムでは片持ばりの振動数 (12.16 cps) とほとんど等しくなる。図-13 において堤頂長堤高比  $\infty$  とあるのは片持ばりとして計算した場合の振動数である。これはダム幅が広がるとその振動数に両岸固定の

図-15 上下縦振動共振振動形  
Fig. 15 Computed Vibration Mode at the time of Vertical Extensional Resonance.

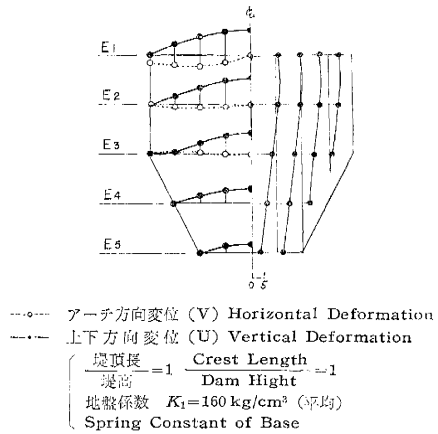


図-16 上下縦振動共振振動形  
Fig. 16 Computed Vibration Mode at the time of Vertical Extensional Resonance.

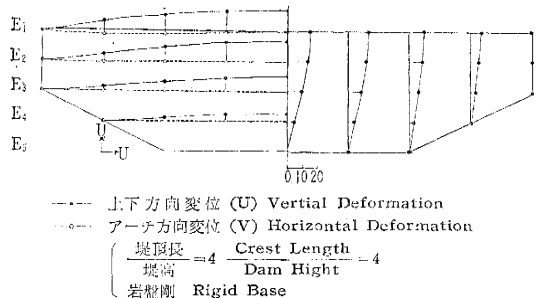
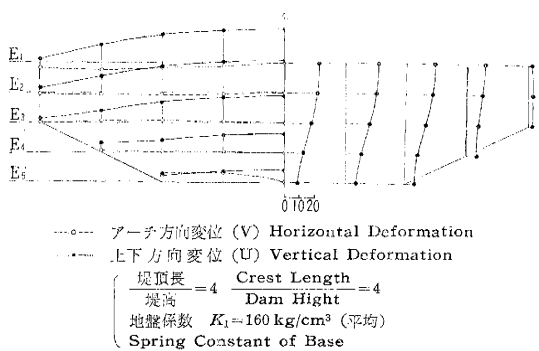


図-17 上下縦振動共振振動形  
Fig. 17 Computed Vibration Mode at the time of Vertical Extensional Resonance.





影響が入ってこないためである。

支持条件(C)の場合、振動数は当然のことながら支持条件(A)の場合より減少しているが、(A)の場合と同様兩岸の影響を大きく受けている。

図-18 上下縦振動共振応力分布  
Fig. 18 Computed Stress Distribution at the time of Vertical Extensional Resonance.

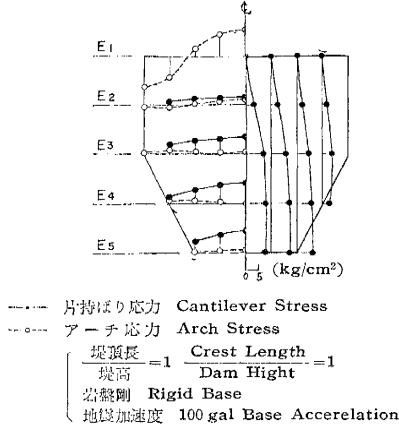


図-19 上下縦振動共振応力分布  
Fig. 19 Computed Stress Distribution at the time of Vertical Extensional Resonance.

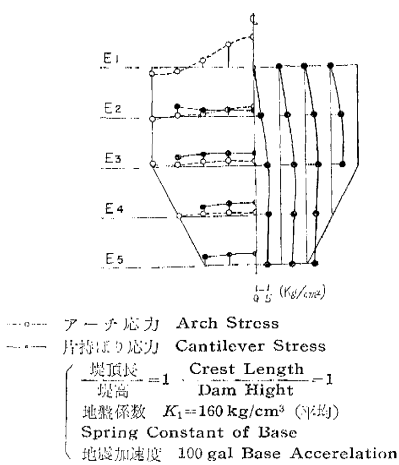


図-20 上下縦振動共振時応力分布  
Fig. 20 Computed Stress Distribution at the time of Vertical Extensional Resonance.

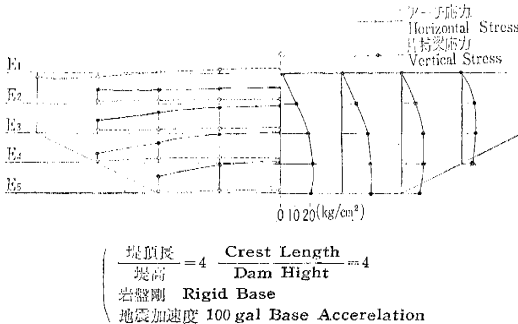
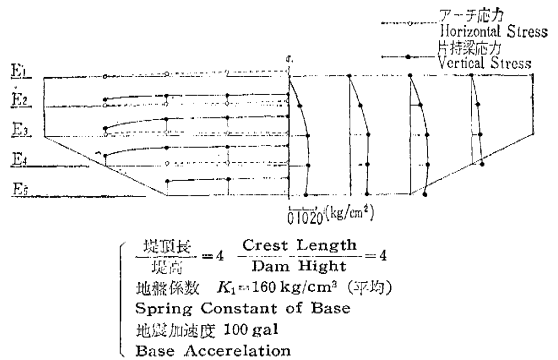


図-21 上下縦振動共振応力分布  
Fig. 21 Computed Stress Distribution at the time of Vertical Extensional Resonance.



つぎにダム幾何学的形状が相似で堤高の変化した場合には、まず水平たわみ  $w$  を無視した式 (11) をみると係数  $\beta_6 \sim \beta_{11}$  は不変で  $\beta_5$  は  $h^2$  に比例する。また  $\beta_5$  と振動数の二乗との積は  $\beta_6 \sim \beta_{11}$  が不変のため一定値をとるから振動数は  $h$  すなわち長さの次元に逆比例することとなる。水平たわみ  $w$  は振動数を減少させる働きがあるが、その影響の程度はすでに述べたようにさしたるものではないので、前述の結論に大きな変化はないものと思われる。

またダム幅の変化と振動形状の関係には顕著な相関は認められず、ほとんど一定した形状となっている。またいずれの場合にもアーチ周方向変位は上下方向変位に比し小さくなっているが、特に堤頂以外は微量となっている。つぎに応力分布についてはダム基盤が 100 gal の定常正弦振動を行なったと仮定した場合の値を図示しているが、支持条件(A)の場合も(C)の場合もその分布はほとんど変わらず、片持ばり応力はアーチ中央点において最大で兩岸にかけて減少し、片持ばり方向には中腹部から底部にかけて最大値を示す。アーチ応力は堤頂が最大であって内部ではいちじるしく小さい。ダム幅が広い場合にはアーチ応力は片持ばり応力に比して小さいが、ダム幅がせまくなるとアーチ応力が増し堤頂での最大値は片持ばり応力の最大値よりも大となる。Tダムの形状をもつダムが支持辺で 100 gal の加速度をもつ正弦振動に共振した場合、その片持ばり応力の最大値は支持条件(A)の場合 16 kg/cm<sup>2</sup>、(C)の場合 14 kg/cm<sup>2</sup> である。応力の最大値をダムの形状について比較的するとダム幅が広がるにしたがって大となる。

5. 考察 (数値解と実測値との比較)

本節では前節において述べた数値的解析結果と実在ダムにおける実測値ならびに模型実験結果とを比較検討する。

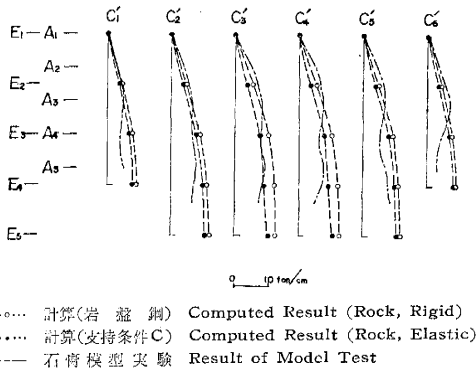
まず共振振動数についてみれば 既報<sup>(1),(4)</sup>の現地実測値

(12 cps 強) と最も近い値を与える岩盤支持条件は条件 (C) (12.6 cps) の場合である。当然ながら岩盤を剛体と仮定した場合 (A) の計算結果 (14.05 cps) は実測値より高い値を与えている。このように岩盤反力係数をいかに選ぶかによって得られた振動数にかなりの差があるが，特定のダムサイトについていかなる反力係数を採用すべきかを論ずるにはさらに多くの資料の集積を待たなければならない。つぎに共振時振動形については模型実験によればその上下方向変位のアーチ方向形状は中央断面において最大値をとる円弧状をなしており，符号の反転は認められない。計算結果を模型実験と比較すれば岩盤剛の場合はアバットメント付近の変位が過小のきらいはあるが，大要において一致しており，さらに岩盤変位を考慮した結果はよい一致を示している。

つぎにひずみ分布については，まず共振時に面内ひずみにともなって誘起される曲げひずみを分離して論ずることとする。図-22 は T ダムのコンクリート ヤング係

図-22 上下動共振時の断面力 (100 gal 定常)

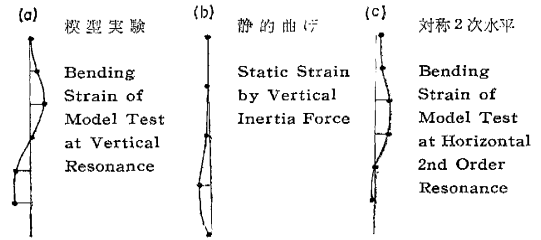
Fig. 22 Vertical Inertia Force at Vertical Resonance.



数を  $2 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$  と仮定し，地盤の 100 gal 定常正弦振動に上下振動共振を起した時の発生する応力を，模型実験結果 (図-5) の曲げの影響を除いたひずみ分布より求め，さらに数値解析においてダムを等厚と仮定した影響を補正する意味から，各標高における単位長あたり断面積を応力に乗じて断面力を求めたものである。模型実験結果は鎖線にて計算結果は破線にて示してある。全体としてみると，両者はほぼ一致しているといえよう。

つぎに，さきに除外した曲げひずみについてみると，この曲げひずみを生ぜしめる原因としてはつぎの2つが考えられる。すなわち一つは実在ダムの下流側への反りのため，地震上下動によってもダムの水平方向への振動外力を生じ，その加わる成分の振動数に応じた曲げを主とするたわみ振動を生ずる。他の一つは寒天模型実験ならびに近似計算により，確かめられたように，円筒殻が面内伸縮振動を行なう場合には前者の影響にくらべ非常に小さいながら，必然的に多少の曲げ振動が誘起され

図-23 上下共振時曲げひずみの検討  
Fig. 23 Bending Strain at Vertical Resonance.



る。石膏模型実験結果では以上述べた影響により軸方向ひずみのみではなく，曲げひずみを生じている。ただ後者に原因する曲げひずみは無視できる程度のものである。図-23 はこの関係を説明するもので (a) は堤体中央片持ばりにおける模型実験結果から得られた曲げひずみ分布であり，(b) はその片持ばりにおいて 図-22 に示されている計算断面力を静的に加えた場合生ずる曲げひずみ分布である。また (c) はダムに反りがあるため誘起されるたわみ振動による曲げひずみ分布に相当し，この分布は共振周期の接近しているという関係から二次対称水平振動ひずみ分布<sup>2)</sup>を採用した。この場合，寒天実験などにより認めた面内伸縮運動ともなって必然的に生ずる曲げひずみは値が非常に小さいため無視した。すでに述べた理由により上下動が (b) と (c) のひずみ分布を同時に生ぜしめることは十分考えられ (b) と (c) を加え合わせて (a) のひずみ分布となることも定性的に肯定される。したがって，一般に反りを持ったアーチダムでは地震上下動によって 図-10 に示すような軸方向応力と同時に曲げ応力を生ずることが予想される。模型実験結果では T ダムに対して上流面において曲げ振動をもふくめて  $20 \text{ kg/cm}^2$  の値が得られている。上下伸縮振動のみによる値は  $14 \text{ kg/cm}^2$  であり曲げによる応力も無視することはできない。

## 6. アーチダムの上下振動に関する総合的考察

第2~5節では，地震観測，現地振動実験，模型実験，数値計算を行なってきたが，それらによって得られた成果を総括してつぎのようにいうことができる。

### (1) アーチダムの上下振動の共振現象の存在について

T ダムの地震観測によれば 12 cps 強の上下振動の卓越が認められるが，これは振動試験の結果と照合してみると，面内伸縮振動を主とする基準振動が誘起されていると判断される。このことからアーチダムは地震に際し，水平動のみならず上下動方向にも共振を起しうることが確認された。そして，この共振現象について，模型振動実験ならびに数値解析が行なわれた結果，これらの方法はいずれも互いにほぼ一致した値を与え，現地における実測値と照合の結果，いずれの方法もアーチダムの

上下動共振現象を解くうえで有効な方法であることが知られた。

(2) 共振振動数について

上下面内伸縮振動に関し、形状を変えた場合および堤高の変化した場合につき数理的方法による検討を加えた結果、アーチダムにおける上下共振振動数につきのような性質があるがこと認められた。すなわち、振動数は、ダム幅が広くなると両岸の影響が小さくなり、減少して樁の縦振動数に近づく。またアーチ半径、厚さなどに影響される度は少なく、堤頂長と堤高の比が一定で、アバウトメントの幾何学的形状が相似であるならば堤高にほぼ逆比例する。

(3) 共振応力について

岩盤変形を考えた上下動共振時における応力分布はつぎのようである。片持ばり応力はアーチ方向にはアーチ中央において最大で両岸にかけて減少し片持ばり方向には中腹部において最大値を示す。アーチ応力は堤頂が最大であって内部では小さい。ダム幅が広い場合にはアーチ応力は片持ばり応力に比して非常に小さいが、ダム幅がせまくなると急激に増す。Tダムの形状をもつダムが

表-2 計算最大片持ばり応力(上下伸縮振動共振応力のみ)

堤頂長 堤高	最大片持ばり応力(kg/cm <sup>2</sup> )		
	100 gal 定常正弦振動	100 gal 地震動	300 gal 地震動
1	8.0	2.5	6.0
2	14.0	3.5	10.5
3	19.0	4.7	14.2

100 gal の加速度をもつ正弦波振動に共振した場合、その応力の最大値は 14 kg/cm<sup>2</sup> である。その値をダムの形状について比較してみると表-2 のように幅が広くなるにしたがい応力も大となる。実際の地震動は正弦波定常振動ではないと考えられるが、地震動波形の一般特性がいまだ確立されていないので、仮りにつぎの公式

$$\frac{[\text{地震動による応力}]}{[\text{定常正弦振動による共振応力}]} = (2h)^{0.6}$$

を用いて地震応力を計算すると表-2 に示された値となる。この値は引張応力としてダムに作用することを考えると、決して無視できる値でできる値ではない。

おわりに、電子計算機使用に関し便宜を与えられた東京大学工学部 三山静助教授、清水留三郎講師ならびに製図、計算その他に助力を借しなかつた東京大学生産技術研究所 大多和道子、横井 勇両氏に厚く感謝の意を表するものである。なお本文の主要部は著者の一人伯野元彦の学位請求論文の内容と同一である。

参考文献

- 岡本・加藤・伯野・宮越：アーチダムの地震観測，土木学会論文集，第76号，1961。
- 岡本・加藤・伯野：生研式アーチダム振動試験装置，土木学会論文集，第75号，1961。
- Love：The Mathematical Theory of Elasticity.
- Okamoto, S. and Takahashi, T. : On Behaviors of an Arch Dam During Earthquakes, pp 1401~1412, Proc. 2nd World Conference of Earthquake Engineering, 1960.

(原稿受付：1963.7.18)

昭和38年度土木学会論文集編集委員

委員長	奥村敏恵	副委員長	古川秀夫	委員	土肥正彦	委員	三木五三郎
委員	安芸周	委員	小池重力	委員	中川博次	委員	村上良丸
委員	赤井浩一	委員	小寺重郎	委員	中瀬明男	委員	村田二郎
委員	伊藤学	委員	後藤圭司	委員	伯野元彦	委員	八木田功
委員	池田睦治	委員	佐武正雄	委員	林正夫	委員	山根孟治
委員	池守昌幸	委員	佐藤昭二	委員	久武啓祐	委員	箭内寛治
委員	大沼徹	委員	杉木昭典	委員	藤田嘉夫	委員	山崎徳也
委員	岡内功	委員	鈴木雄太	委員	堀井健一郎	委員	吉田巖
委員	岡田宏	委員	多田宏行	委員	堀川清司	幹事	西脇威夫
委員	神山光男	委員	建部恒彦	委員	西尾元光		
委員	栗林栄一	委員	玉野治光	委員	増田重臣		

昭和38年12月15日印刷  
昭和38年12月20日発行

土木学会論文集 第100号

定価 150円(千20円)

編集兼発行者 東京都新宿区四谷一丁目 社団法人 土木学会 羽田 巖  
印刷者 東京都港区赤坂溜池5 株式会社 技報堂 大沼 正吉

発行所 社団法人 土木学会 振替東京 16828 番  
東京都新宿郵便局区内 新宿区四谷一丁目 電話(351)代表 5138 番

# MARUI

短時間 厚さ及び構造物の弾性係数が判定 できる

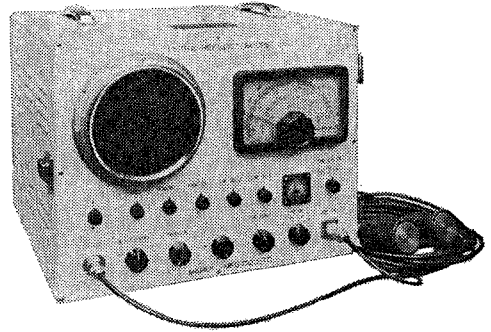
- ① 時間の節約になります (時代に即応)
- ② 正確な判断の参考資料となります
- ③ 無破壊で常に測定出来ます

### 用 途

- 型枠取除き判定 (経済助力となる)
- グム・コンクリート等の品質管理
- 道路隧道の厚さ及ボイドの判定
- コンクリートの経年変化・強度の推定等

### 営業品目

セメント・コンクリート・土質・アスファルト  
水理各試験機・無破壊試験器・計量器・各種材料試験機



超音波反射測定器

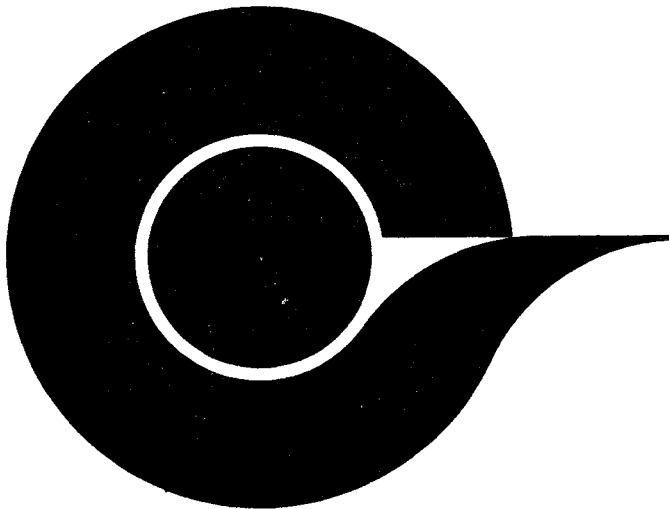


株式会社

丸井製作所

本 社 大阪市城東区蒲生町4ノ10番地  
電話 大阪(931) 3541番(代表)  
東京出張所 東京都港区芝田村町5ノ4番地(吉田ビル)  
電話 東京(431) 7563番

## 学会・協会誌一手取扱



日本機械学会誌  
化学と工業  
精密機械  
土木学会論文集  
燃料協会誌  
日本水産学会誌  
月刊建設  
埋立と浚渫  
機械学会論文集  
工業化学雑誌  
産業機械  
電気協会雑誌  
日本工学会々報  
大ダム・石灰石  
選炭・港湾  
コンクリートジャーナル  
機械学会英文論文集  
日本化学雑誌  
建設の機械化  
電気化学  
同位体と放射線  
塩業時報  
日本時計学会誌  
日本鉱業会誌  
日本鋳物協会誌  
土木学会誌  
早稲田電気工学会報  
港湾荷役  
東北鉱山  
月刊JICST 情報管理  
其他学術技術専門誌  
取扱



学・協会専門広告代理店

株式会社共栄通信社

本社 東京都中央区銀座西8の8(新田ビル内) 電話(572) 3381 代表~5

長い線でも  
同じ細さに

かき始めも 先端がくずれない  
途中でかき減りが少ない

6H→6B14硬度 1ダース ¥600



uni



三菱鉛筆 (株)

## ウノサワポンプ・ブロワ

### ウノサワ空気力輸送機

各種粉粒体の輸送・真空圧送型および併用型

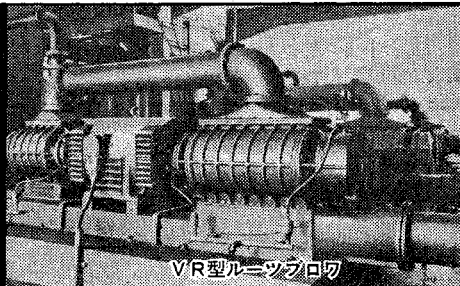
### ウノサワ・ルーツブロワ

小型から大型まで生産・各種工業の空気源  
真空ポンプおよび密閉軸封装置付特殊ガス用



#### 製作品目

ルーツブロワ  
真空ポンプ  
給水ポンプ  
暖房真空ポンプ  
空気力輸送機



VR型ルーツブロワ

空気力輸送機

株式会社 宇野沢組鉄工所

本社/渋谷工場 東京都渋谷区山下町6-2 電話東京(44)2211(代)  
玉川工場 東京都大田区矢口町9-4-5 電話東京(738)4191(代)  
大阪出張所 大阪府北区曾根崎新地3の12(不動ビル内) 電話大阪(361)0684