

# 重力堰堤に作用する地震力の影響 (其の3)

(貯水時に於ける弾性振動)

正員 畑 野 正\*

## SEISMIC FORCE EFFECT ON A GRAVITY DAM (No. 3)

(Elastic Vibration of a Gravity Dam in Full Reservoir)

Tadashi Hatano, C. E. Member

**Synopsis** In the first report (1) of this series, the author dealt with the elastic vibrations of a gravity dam when the reservoir is empty and in the second (2), with the solution of the dynamic water pressure on the assumption that the dam makes rigid vibrations.

By referring to the results of the above-mentioned studies, the author made an attempt to solve the problem of elastic vibrations of a dam when the reservoir is full, of which the details are given in the present paper.

It seems that the periods when resonance occurs at the time of rigid vibrations are stable under elastic vibration and that the resonance occurs at other periods.

At the periods points far apart from there and so far as the period of seismic vibrations is small, the effect of the dynamic water pressure has been found much smaller than that formerly conceived on the assumption that the dam makes rigid vibrations.

**要旨** 先に筆者は同名の論文(其の一)<sup>1)</sup>に於て空虚時の重力堰堤の弾性振動を取扱ひ(其の二)<sup>2)</sup>に於て動水圧の解を堰堤が剛振動するものとして求めた。本文に於ては、これらの結果を用ひて貯水時に於る弾性振動の解を求めたのである。その結果は剛振動の際に共振する点が弾性振動では安定であり他に共振と考へられる点がづれて生ずる様である。又この点の近くを除くと地震動週期小なときは動水圧の影響は剛振動として取扱つてみた來従の考へ方よりも非常に小さいものである事が明になつた。

### 1. 弾性振動の際に於る動水圧

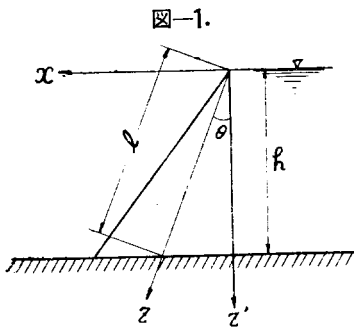


図-1の如く座標をとり、堰堤上流面は沿直なりと仮定する。水平方向の堰堤の振動を次の如くおく。

$$x = -iX_0 e^{i\omega t} \dots\dots\dots (1)$$

速度・ポテンシャルを  $f$  とすれば圧縮性流体の基本式は前論で導いた様に次の如くなる。

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z'^2} - \frac{u_0}{gK} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = 0 \dots\dots\dots (2)$$

ここに  $K$  は水の体積弾性率  $u_0$  は水の単位重量である。

(2) 式を解く境界条件を次の如くとる。

$$1. \quad \left. -\frac{\partial f}{\partial z'} \right|_{z'=h} = 0$$

$$2. \quad \left. -\frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x=0} = X_0 e^{i\omega t}$$

$$3. \quad \left. -\frac{u_0}{g} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} + u_0 \frac{\partial f}{\partial z'} \right|_{z'=0} = 0$$

以上から前論同様に解を導くと次の様になる。

$$f = + \frac{i\omega}{j_0} \frac{4k_0 h}{\sinh 2k_0 h + 2k_0 h} \cosh k_0 (h-z') e^{i(\omega t + j_0 x)} \int_0^h X \cosh k_0 (h-z') dz' \\ + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{i\omega}{j_m} \frac{4k_m' h}{\sin 2k_m' h + 2k_m' h} \cos k_m' (h-z') e^{i(\omega t + j_m x)} \int_0^h X \cos k_m' (h-z') dz' \\ - \sum_{m=\tau+1}^{\infty} \frac{\omega}{j_m'} \frac{4k_m' h}{\sin 2k_m' h + 2k_m' h} \cos k_m' (h-z') e^{i\omega t + j_m' x} \int_0^h X \cos k_m' (h-z') dz' \dots\dots\dots (3)$$

\* 日本発送電 電力技術研究所員  
1) 2) 土木学会 昭和22,23年度論文集

こゝに  $k_0 : k_0 \tanh k_0 h = \frac{u^2}{g}$  の根,  $k_m' : k_m' \tanh k_m' h = -\frac{u^2}{g}$  の根,  $j_0 = \sqrt{c^2 + k_0^2}$   
 $c^2 = \frac{u_0 \omega^2}{gK}$ ,  $j_m = \sqrt{c^2 - k_m'^2}$ ,  $j_m' = \sqrt{k_m'^2 - c^2}$ ,  $r : c^2 > k_m'^2$  を満足するまでの  $m$  の値

解(3)に於て第項の示す波の伝播速度は

$$\frac{w}{j_m} = \frac{w}{\sqrt{c^2 - k_m'^2}} > \frac{w}{c} = \sqrt{\frac{gK}{u_0}}$$

となつて水中の音の伝播速度より大となり, 従つてこの項は省略して差支ない事になる。

(註. この点の吟味を前文に於て欠いたのであるが東大本間仁先生より御注意をいただいたのでこゝに附記すると共に同先生に厚く謝意を表するものである。従つて前文の(32)(33)式の第2項表-2及び図-1の点線は省略すべきものである。従つて  $c^2 > k_m'^2$  の場合でも(32)(33)式の第1, 第2項のみで計算すればよいことになる。)

今  $z' = h \frac{z}{l} \rightarrow hz$  及び  $Y(z') \rightarrow X(z)$  とおき堰堤上流面の動水圧  $\sigma(z)$  を求めると次の様になる。

$$\begin{aligned} \sigma(z) &= \left\{ \begin{array}{l} \frac{w_0}{g} \frac{\partial f}{\partial t} \\ -e^{i\omega t} \frac{w^2 u_0 h}{g} \frac{\cosh k_0 h (1-z)}{j_0 h} - \frac{4k_0 h}{\sinh 2k_0 h + 2k_0 h} \int_0^1 X \cosh k_0 h (1-z) dz \\ -e^{i\omega t} \frac{i u^2 u_0 h}{g} \sum_{m=r+1}^{\infty} \frac{\cos k_m' h (1-z)}{j_m' h} - \frac{4k_m' h}{\sin 2k_m' h + 2k_m' h} \int_0^1 X \cos k_m' h (1-z) dz \dots \dots \dots \end{array} \right. \quad (4) \end{aligned}$$

2. 貯水時に於る弾性振動。

貯水時に於る重力堰堤の屈曲振動の方税式は既に前文(34)式に於て次の如く与へられてゐる。

$$\begin{aligned} Az^3 \frac{\partial^4 x}{\partial z^4} + 6Az^2 \frac{\partial^3 x}{\partial z^3} + 6Az \frac{\partial^2 x}{\partial z^2} \\ - Bz^3 \frac{\partial^4 x}{\partial t^2 \partial z^2} - 3Bz^2 \frac{\partial^3 x}{\partial t^2 \partial z} + Cz \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = \sigma(z) \cos^2 \theta \dots \dots \dots (5) \end{aligned}$$

こゝに

$$A = \frac{Em^3}{12l}, \quad B = \frac{\rho m^3 l}{12g} \cos^2 \theta, \quad C = \frac{\rho m l}{g} \cos^2 \theta$$

$x = -iX e^{i\omega t}$  を代入し

$$\frac{A \sec^2 \theta g}{w^2 u_0 h} = A', \quad \frac{B \sec^2 \theta g}{w^2 u_0 h} = B', \quad \frac{C \sec^2 \theta g}{w^2 u_0 h} = C'$$

とおけば(5)式は次の如くなる。

$$\begin{aligned} A' z^3 \frac{d^4 X}{dz^4} + 6A' z^2 \frac{d^3 X}{dz^3} + 6A' z \frac{d^2 X}{dz^2} + B' z^3 \frac{d^2 X}{dz^2} + 3B' z^2 \frac{dX}{dz} - C' z X \\ = -i \frac{\cosh k_0 h (1-z)}{j_0 h} \frac{4k_0 h}{\sinh 2k_0 h + 2k_0 h} \int_0^1 X \cosh k_0 h (1-z) dz \\ + \sum_{m=r+1}^{\infty} \frac{\cos k_m' h (1-z)}{j_m' h} \frac{4k_m' h}{\sin 2k_m' h + 2k_m' h} \int_0^1 X \cos k_m' h (1-z) dz \dots \dots \dots (6) \end{aligned}$$

(6)式を解くにあつての境界条件は次の如くなる。

$$\begin{aligned} X=0 : z^3 \frac{d^2 X}{dz^2} = 0 \quad \left. \begin{array}{l} \frac{d}{dz} \left( z^3 \frac{d^2 X}{dz^2} \right) = 0 \\ z=1 : \frac{dX}{dz} = 0 \quad X = a_0 \end{array} \right) \dots \dots \dots (7) \end{aligned}$$

こゝに  $a_0$  は地震動の半振幅である。

さて(6)式を解く方法は種々考へられるが先づ第一に Galerkin 法によるものを述べよう。

簡単な為(6)式の左辺の微分式を  $L(X)$  で表わし,

又

$$\begin{aligned} F_0 = - \left. \begin{array}{l} \frac{i}{j_0 h} \frac{4k_0 h}{\sinh 2k_0 h + 2k_0 h} \\ F_m = + \frac{1}{j_m' h} \frac{4k_m' h}{\sin 2k_m' h + 2k_m' h} \end{array} \right) \dots \dots \dots (8) \end{aligned}$$

とおく。

求める解  $X$  を

$$X = \sum_{n=0}^{\infty} C_n z^n \dots\dots\dots (9)$$

とおくと、境界条件(7)の  $z=0$  に於るものは自ら満足され、 $z=1$  に於るものを満足させる為に2個の方程式が得られる。

(9)を(6)の左辺に代入すれば

$$\begin{aligned} L(X) = & c_0(-C'z) + c_1(-C'z^2 + 3B'z^2) + c_2(-C'z^3 + 8B'z^3 + 12A'z) \\ & + c_3(-C'z^4 + 15B'z^4 + 72A'z^2) + c_4(-C'z^5 + 24B'z^5 + 240A'z^3) \\ & + c_5(-C'z^6 + 35B'z^6 + 600A'z^4) + \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

次に

$$\begin{aligned} \int_0^1 \cosh k_0 h (1-z) dz &= \frac{1}{k_0 h} \sinh k_0 h = k_{00} \\ \int_0^1 z \cosh k_0 h (1-z) dz &= \frac{-1}{(k_0 h)^2} (1 - \cosh k_0 h) = k_{01} \\ \int_0^1 z^n \cosh k_0 h (1-z) dz &= \frac{-n}{(k_0 h)^2} (1 - \overline{1} k_{0, n-2}) = k_{0, n} \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_0^1 \cos k_m' h (1-z) dz &= \frac{1}{k_m' h} \sin k_m' h = k_{m,0} \\ \int_0^1 z \cos k_m' h (1-z) dz &= \frac{1}{(k_m' h)^2} (1 - \cos k_m' h) = k_{m,1} \\ \int_0^1 z^n \cos k_m' h (1-z) dz &= \frac{n}{(k_m' h)^2} (1 - \overline{1} k_{m, n-2}) = k_{m, n} \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

とおき(9)を(6)の右辺に代入すれば

$$\begin{aligned} \text{右辺} = & F_0 \cosh k_0 h (1-z) (c_0 k_{00} + c_1 k_{01} + c_2 k_{02} + \dots\dots\dots) \\ & + \sum_{m=r+1}^{\infty} F_m \cos k_m' h (1-z) (c_0 k_{m0} + c_1 k_{m1} + c_2 k_{m2} + \dots\dots\dots) \dots\dots\dots (13) \end{aligned}$$

かくして(6)の解として(9)を仮定した時に生ずる微積分方程式の誤差  $\varepsilon(z)$  は(10)と(13)の差から次の如く与えられる。

$$\begin{aligned} \varepsilon(z) = & c_0 \{ -C'z - F_0 k_{00} \cosh k_0 h (1-z) - \sum F_m k_{m0} \cos k_m' h (1-z) \} \\ & + c_1 \{ -C'z^2 + 3B'z^2 - F_0 k_{01} \cosh k_0 h (1-z) - \sum F_m k_{m1} \cos k_m' h (1-z) \} \\ & + c_2 \{ -C'z^3 + 8B'z^3 + 12A'z - F_0 k_{02} \cosh k_0 h (1-z) - \sum F_m k_{m2} \cos k_m' h (1-z) \} \\ & + \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

常数  $c_n$  を決定するに当つて、前述の如く  $z=1$  に於る境界条件を満足させる為に既に2個の方程式が得られるのであるから。Galerkin法を適用するに当つて最初の2個の常数  $c_0$  及び  $c_1$  を既知なりとして取扱ふ。従つて  $c_n$  を定める条件式は次の如くなる。

$$\left. \begin{aligned} c_0 + c_1 + c_2 + c_3 + \dots\dots\dots &= a_0 \\ c_1 + 2c_2 + 3c_3 + \dots\dots\dots &= 0 \\ \int_0^1 \varepsilon(z) z^2 dz &= 0 \\ \int_0^1 \varepsilon(z) z^3 dz &= 0 \\ \vdots & \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (15)$$

以上によつて(6)の解は求められるのである。然るに上述の解法に於て  $j_m' h = 0$  即ち  $F_m = \infty$  の場合は(14)式から  $\varepsilon(z) = \infty$  となつて解く事が出来ない。これは(9)の如き冪級数を選んだ為であつて、この代りに前項

動水圧の式に用いた固有函数を以て

$$X = c_0 \cosh k_0 h(1-z) + \sum_{m=r+1}^{\infty} c_m \cos k_m' h(1-z) \dots\dots\dots (16)$$

の如き形に表わせば、この困難は除かれる。然しこの式を採用すれば数値計算が著しく煩雑となつて実用に適さないので次の如き別の解法を採用する事にした。

即ち(6)式の左右函辺に夫々

$$\cosh k_0 h(1-z), \cos k_m' h(1-z) (m=r+1 \sim \infty)$$

を掛けて0~1の区間に積分する。然るときは固有函数の性質から(6)式は次の如き無限個の聯立方程式となる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\int_0^1 L(X) \cosh k_0 h(1-z) dz}{\int_0^1 X \cosh k_0 h(1-z) dz} &= G_0 \\ \frac{\int_0^1 L(X) \cos k_m' h(1-z) dz}{\int_0^1 X \cos k_m' h(1-z) dz} &= G_m \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (17)$$

(m=r+1 ~ ∞)

こゝに

$$\left. \begin{aligned} G_0 &= -\frac{i}{j_0 h} \\ G_m &= +\frac{1}{j_m' h} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (18)$$

この解として(9)式を採用し、これを(17)式に代入する。(9)式が境界条件(7)を満足する為には前と同様2個の方程式を満足しなければならぬ。従つて常数  $c_n$  を定める条件式は次の如くなる。

$$\left. \begin{aligned} c_0 + c_1 + c_2 + c_3 + \dots\dots\dots &= a_0 \\ c_1 + 2c_2 + 3c_3 + \dots\dots\dots &= 0 \\ \frac{c_0(-C'k_{01}) + c_1(-C'k_{02} + 3B'k_{02}) + \dots\dots}{c_0k_{00} + c_1k_{01} + c_2k_{02} + \dots\dots\dots} &= G_0 \\ \frac{c_0(-C'k_{r+1,1}) + c_1(-C'k_{r+1,2} + 3B'k_{r+1,2}) + \dots\dots}{c_0k_{r+1,0} + c_1k_{r+1,1} + c_2k_{r+1,2} + \dots\dots\dots} &= G_{r+1} \\ \vdots & \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (19)$$

(19)式に於て  $j_m' h = 0$  即ち  $G_m = \infty$  なる場合は、これに相当する分数の分母を0とおけばよい。

即ち

$$c_0 k_{m,0} + c_1 k_{m,1} + c_2 k_{m,2} + \dots\dots\dots = 0$$

として解を求める事が出来るのである。

(15)(19)式より常数  $c_n$  を求めるには  $n$  を任意の有限個に定めて、有限個の聯立方程式を解く訳であるが、Galerkin 法による方が精度や、良好の様である。

尙上述の Galerkin 法による解法と  $\cos$  積分による解法との両者に於て置換数を解として採用する代りに(16)式の固有函数を用ゑると、両者の解法は全く一致したものとなる。こゝでは美談の数値計算が甚だ煩雑となるので採用しなかつた。

以上の如く(15)(19)式を解くことによつて解  $X$  を求める事が出来る。堰堤内部に生ずる振動部分即ち地震荷重及動水圧によるモーメント  $M$  及び剪断力  $S$  は之を用ひて次の如く求められる。

$$M = \frac{Em^3 h \sec \theta}{12} z^3 \frac{d^2 X}{dz^2} = \frac{dg}{w^2} \frac{Em^3 h \sec \theta}{12} \frac{1}{a_0} z^3 \frac{d^2 X}{dz^2} \dots\dots\dots (20)$$

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{h} \frac{dM}{dz} + \frac{\rho}{g} \frac{m^3}{12} w^2 h^2 \sec \theta z^3 \frac{dX}{dz} \\ &= \frac{dg}{w^2} \frac{Em^3 \sec \theta}{12} \frac{1}{a_0} \frac{d}{dz} \left( z^3 \frac{d^2 X}{dz^2} \right) + \alpha \frac{\rho m^3 h^2 \sec \theta}{12} \frac{1}{a_0} z^3 \frac{dX}{dz} \dots\dots\dots (21) \end{aligned}$$

ここに

$$\alpha = \frac{a_0 u^2}{g} \quad \text{即ち震度を表わす。}$$

従来の取扱ひによる  $z$  点のモーメント  $M_{0z}$  及び剪断力  $S_{0z}$  は動水圧を Westergaard の公式

$$\frac{7}{8} w_0 \alpha \sqrt{hy}$$

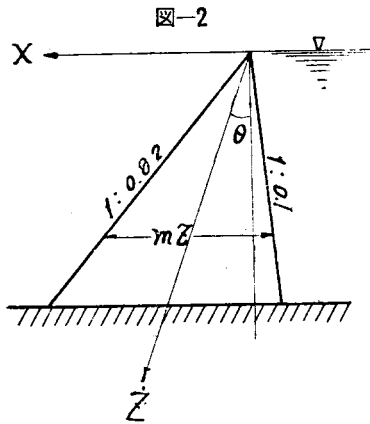
によつて計算すると次の様になる。

$$M_{0z} = \frac{\alpha pm \sec \theta}{6} h^3 z^3 + \alpha \frac{7}{30} w_0 h^3 z^{\frac{5}{2}} \dots\dots\dots (22)$$

$$S_{0z} = \frac{\alpha pm \sec \theta}{2} h^2 z^2 + \alpha \frac{7}{12} w_0 h^2 z^{\frac{3}{2}} \dots\dots\dots (23)$$

この両式の内、右辺の第1項は堤体の重量に震度をかけた水平力によるモーメント及び剪断力を示し、第2項は動水圧によるものである。(20)と(22)、(21)と(23)を比較することによつて弾性振動としての取扱ひによるものと従来の取扱ひによるものとの比を知る事が出来る。

3. 数値計算。



以上の結果を用ひて前文に於けると同様の例に就き類値計算を行つて見よう。即ち堰堤の高さを 100m とし下流面勾配を 0.82 上流面勾配を 0.1 とする。

但し動水圧を考慮するにあつて上流面は鉛直に近いものとして取扱ふ事にする。

(6) 式に於て右辺の荷重項を考へるに第1項の表面波の項は第2項に比して小さく通常の堰堤の高さに於ては常に第1項は第2項に比し省略出来る程度である。従つて以下の計算はすべてこれを省略して行ふものとする。

計算に必要な常数値を次の如くとする。

$$K = 2.11 \times 10^5 \text{ton/m}^2, \quad \rho = 2.3 \text{ton/m}^3, \quad v_0 = 1 \text{ton/m}^3$$

$$g = 9.8 \text{m/s}^2, \quad m = 0.865, \quad \cos \theta = 0.9409$$

$$E = 2 \times 10^6 \text{ton/m}^2, \quad h = 100 \text{m}$$

これらの数値を用ひて(3)及び(6)式の常數項を計算すると表-1の如くなる。同表に於て  $T$  は地震動

表-1

$T$	0.5s	0.3s	0.278s	0.1s
$c^2$	$0.7637 \times 10^{-4}$	$2.1213 \times 10^{-4}$	$2.4674 \times 10^{-4}$	$19.0919 \times 10^{-4}$
$j_1 h$	/	/	/	4.0773
$j_2 h$	/	/	/	/
:				
$j_1' h$	1.3066	0.5883	0	/
$j_2' h$	4.6337	4.4817	4.4429	1.7648
$j_3' h$	7.8102	7.7178	7.6953	6.5264
$j_4' h$	10.9677	10.8987	10.8828	10.0905
$j_5' h$	14.1189	14.0620	14.0497	13.4456
:				
:				
$A'$	0.7115	0.2561	0.2120	0.0285
$B'$	0.1318	"	"	"
$C'$	2.1145	"	"	"

週期を表わし振動率  $w$  との間には次の関係がある。

$$T = \frac{2\pi}{w}$$

次に(12)式に与へられた  $k_{m,n}$  の値を計算して表-2とする。これらの値は地震動週期  $T$  によつて変化するものであるが、高堰堤に於てはこの差が僅小であるので、すべて  $T=0.1s$  の値を適用することにした。

表-1及び2の値を(15)式(19)式に適用して地震動週期 0.5, 0.3, 0.278, 0.1s の各々の場合に就き計算する。この内 0.278s は  $j_1/h=0$  の場合であつて、即ち剛振動の場合の所謂共振状態を示し動水圧無限大となる場合である。

Galerkin 法による解

表-2

$m$	$k_{m0}$	$k_{m1}$	$k_{m2}$	$k_{m3}$	$k_{m4}$	$k_{m5}$
1	+0.6366	+0.4053	+0.2945	+0.2303	+0.1889	+0.1598
2	-0.2122	+0.0450	+0.1052	+0.1229	+0.1211	+0.1145
3	+0.1273	+0.0162	+0.0283	+0.0471	+0.0593	+0.0657
4	-0.0909	+0.0083	+0.0180	+0.0244	+0.0309	+0.0373
5	+0.0707	+0.0050	+0.0093	+0.0148	+0.0194	+0.0235

未知数の数を  $c_0 \sim c_5$  の6個にとるものとする、 $T=0.5s$  の場合の(15)式は次の如くなる。

$$\begin{cases} c_0 + c_1 + c_2 + c_3 + c_4 + c_5 = a_0 \\ c_1 + 2c_2 + 3c_3 + 4c_4 + 5c_5 = 0 \\ -0.8062c_0 - 0.5287c_1 + 1.8205c_2 + 10.1159c_3 + 28.4997c_4 + 61.1854c_5 = 0 \\ -0.6372c_0 - 0.4321c_1 + 1.4461c_2 + 8.4324c_3 + 24.4370c_4 + 52.9012c_5 = 0 \\ -0.5270c_0 - 0.3656c_1 + 1.1991c_2 + 7.2304c_3 + 21.3877c_4 + 47.6070c_5 = 0 \\ -0.4490c_0 - 0.3166c_1 + 1.0240c_2 + 6.3262c_3 + 19.0152c_4 + 42.8519c_5 = 0 \end{cases}$$

之等を解いて表-3の結果を得る。 $T=0.3s, 0.1s$  の解も同時に得られる。

表-3

	$c_0$	$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_4$	$c_5$
$T=0.5s$	+1.5356 $a_0$	-1.1314 $a_0$	+0.6608 $a_0$	-0.0689 $a_0$	+0.0034 $a_0$	+0.0006 $a_0$
0.3s	+3.2333 $a_0$	-5.5687 $a_0$	+4.8936 $a_0$	-1.9372 $a_0$	+0.3019 $a_0$	+0.0771 $a_0$
0.1s	-2.3375 $a_0$	-10.1370 $a_0$	+63.0318 $a_0$	-96.9745 $a_0$	+62.0848 $a_0$	-14.6676 $a_0$

cos 積分による解

$T=0.228s$  の時の解は上の方法では得られないので、この場合は(19)式によつて解く事とする。尚 Galerkin 法による解との比較の為  $T=0.5s$  の場合をも本法によつて解いて見る。

$T=0.5s$  の場合の(19)式の如くなる。

$$\begin{cases} c_0 + c_1 + c_2 + c_3 + c_4 + c_5 = a_0 \\ c_1 + 2c_2 + 3c_3 + 4c_4 + 5c_5 = 0 \\ -1.3442c_0 - 0.8165c_1 + 2.9910c_2 + 14.8847c_3 + 39.3490c_4 + 80.8564c_5 = 0 \\ -0.0494c_0 - 0.1974c_1 + 0.2303c_2 + 5.5509c_3 + 21.0804c_4 + 51.9390c_5 = 0 \\ -0.0506c_0 - 0.0507c_1 + 0.0848c_2 + 1.4356c_3 + 8.1041c_4 + 25.4777c_5 = 0 \\ -0.0093c_0 - 0.0385c_1 + 0.0434c_2 + 0.9157c_3 + 4.1928c_4 + 13.2930c_5 = 0 \end{cases}$$

之等を解いて表-4の結果が得られる。 $T=0.278s$  の場合も同様に得られる。

表-4

	$c_0$	$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_4$	$c_5$
$T=0.5s$	+1.5470 $a_0$	-1.1340 $a_0$	+0.5855 $a_0$	+0.0652 $a_0$	-0.0865 $a_0$	+0.0227 $a_0$
0.278s	-4.9850 $a_0$	+14.0253 $a_0$	-10.6335 $a_0$	+3.2253 $a_0$	-0.7278 $a_0$	+0.0957 $a_0$

今回解法によつて得られた  $T=0.5s$  の時の  $c_n$  の値を(9)式に代入して振動型  $X$  を比較して見ると表-5の様になる。

表-5

$z$	0	0.25	0.50	0.75	1.00
Galerkin 法による $X$ の値	1.5356 $a_0$	1.2929 $a_0$	1.1267 $a_0$	1.0308 $a_0$	$a_0$
cos 積分による $X$ の値	1.5470 $a_0$	1.3008 $a_0$	1.1298 $a_0$	1.0587 $a_0$	$a_0$

即ち両者の差は殆ど1%程度に過ぎない。又 Galerkin 法による方が小さい値を示してゐるが、未知数  $c_n$  の数を増加するにつれて  $X$  の値が少しづつ小になつて行く事から、同じ数の未知数の場合には Galerkin 法による方が精度のよい事が察せられる。

以上得られた  $c_n$  の値を用ひ  $z=0, 0.25, 0.50, 0.75, 1.00$  の5点に於ける振動型  $X$  を(9)式に従つて求めると表-6となる。

次に動水圧  $\sigma(z)$  を(6)式の右辺に従つて求め表-7を得る。この際  $\sigma(z) = \frac{1}{\alpha \omega_0 h}$  の形で表わすものとする尚  $T=0.278s$  即ち  $j_1/h=0$  の場合は(6)式の左辺によつて計算する。

又振動部分のモーメント  $M$  及び剪断力  $S$  を従来の取扱ひによる値と比較する為(20)乃至(23)式に従つて  $M/M_{01}$  及び  $S/S_{01}$  を求めると表-8, 表-9となる。こゝに  $M_{01}, S_{01}$  は(22), (23)式に於る  $Z$  を1とおいた値である。即ちこれらの値は震度  $\alpha$  を同一とした場合の各週期に於るモーメント及び剪断力と従来の取扱ひ方による値との比を表すものである。

表-6  $X$

$T \backslash z$	0	0.25	0.50	0.75	1.00
0.5s	+1.5356 $a_0$	+1.2929 $a_0$	+1.1267 $a_0$	+1.0308 $a_0$	+ $a_0$
0.3	+3.2333 $a_0$	+2.1179 $a_0$	+1.4516 $a_0$	+1.1060 $a_0$	+ $a_0$
0.278	-4.9850 $a_0$	-2.0956 $a_0$	-0.2700 $a_0$	+0.7058 $a_0$	+ $a_0$
0.1	-2.3375 $a_0$	-2.2193 $a_0$	-0.3479 $a_0$	+0.7673 $a_0$	+ $a_0$

表-7  $\sigma(z) \times \frac{1}{\alpha \omega_0 h}$

$T \backslash z$	0	0.25	0.50	0.75	1.00
0.5s	0	+0.5950	+0.8095	+0.9265	+0.9737
0.3	0	+1.4729	+2.1881	+2.5968	+2.7595
0.278	0	-2.9152	-4.4822	-5.5470	-5.9432
0.1	0	-1.0414	-0.5459	+0.4069	+0.8172

表-8  $M/M_{01}$

$T \backslash z$	0	0.25	0.50	0.75	1.00
0.5s	0	+0.0232	+0.1711	+0.5327	+1.1673
0.3	0	+0.0487	+0.2773	+0.6933	+1.4557
0.278	0	-0.0994	-0.6354	-1.7015	-3.2803
0.1	0	+0.0171	-0.0928	-0.3076	-0.2001

表-9  $S/S_{01}$

$T \backslash z$	0	0.25	0.50	0.75	1.00
0.5s	0	+0.0956	+0.4515	+0.6996	+1.1654
0.3	0	+0.1811	+0.4407	+0.7244	+1.5977
0.278	0	-0.3822	-1.0237	-1.7916	-2.4908
0.1	0	+0.0114	-0.2555	+0.2552	+0.2741

之等を図に表すと図-3乃至 図-6 となる。

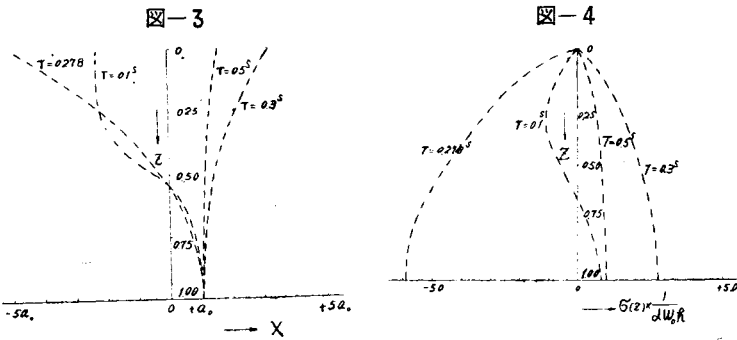


図-5

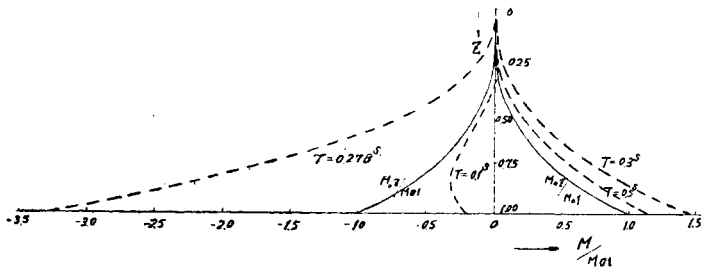
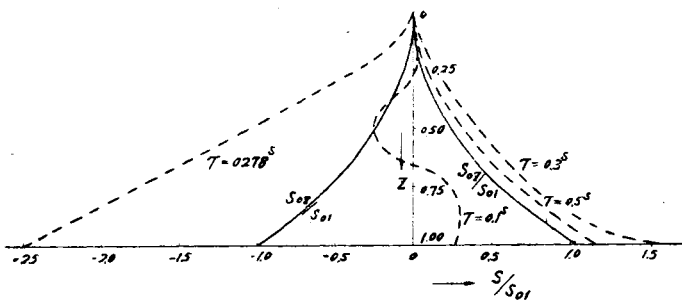


図-6



震力の影響も剛振動の場合よりやゝ大きくなるのは当然であるが、本計算例に於ては、0.5s 以上になると剛振動としての取扱ひと大して違はない様になる。

さて筆者は今回まで3回にわたつて重力堰堤の定常的な弾性振動を論じて来たのであるが、貯水時空水時ともに地震動周期の小なるときは従来の取扱ひと非常に異なるべきものである事が明になつたのである。

実際の堰堤地点に於る地震動周期は筆者等の観測(別の機会に発表の豫定)によつても従来考へられてゐたものより小さいから、高堰堤に関する限り筆者の議論が実察の状況を基礎としたものであると云ふ事が出来る。

然しながら、周期が小さいと振動論的には所謂共振の機会が多くなつて来る点及び実際の地震動の様複雑な振動に対して如何なる取扱ひをすべきかと云ふ点が、現実の構造物を工学的に取扱ひて行く上に解決されねばならぬ主要な点となる。これらの問題に関しては今迄のべた様な簡単な数学的取扱ひでは解決困難であつて、何等か別箇の考へを要するであらう。これらに関しては将来の研究にゆづり、弾性振動的取扱ひの内極めて簡易な数学的取扱ひとしての考察を本文を以て一応終ることとする。

以上の如き貯水時に於る重力堰堤の弾性振動としての計算の結果から次の諸点が指摘される。

- (i) 震度を一定にとると地震動周期が小さいときは従来の取扱ひに比し堤体に作用する地震力及び動水圧の影響は非常に小さくなる。
- (ii) 剛振動として取扱つた場合に池の深さによつて共振を生ずると考へられる弾性振動に於ては安定である。所謂共振点は少しくずれて生ずる様である。前述の解は数値計算によるものであるから共振を生ずる条件を指摘する事は困難であるが本計算例に於ては0.278sが剛振動に於ける第一次の共振点であり、弾性振動の際には振動型 X から推論して0.278sと0.3sとの間にある様である。
- (iii) 地震動周期が大きいときは、堰堤の撓みを考慮に入れてゐるのであるから、動水圧も堤体に作用する地