

故是れを $c(P)$ と置けば

$$c(P) \times (P \text{ の } n \text{ 次式}) = \{P \text{ の } (n-1) \text{ 次式}\} \text{ となる。}$$

即ち
$$c(P)(P^n + \mu_1 P^{n-1} + \dots + \mu_n) = \gamma_0 P^{n-1} + \gamma_1 P^{n-2} + \dots + \gamma_{n-1}$$

次に P に適当な値 $P_1, P_2, P_3, \dots, P_{2n}$ を與へると上式より $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n; \gamma_0, \gamma_1, \dots, \gamma_{n-1}$ を未知數とする聯立一次方程式を $2n$ 個得る。之を解いて μ_k, ν_k を求めたとすれば(33)式の k_1, k_2, \dots, k_n は結局

$$P^n + \mu_1 P^{n-1} + \dots + \mu_n = 0$$

の根である事を知る故是れを解き、之に依つて左邊及右邊の分母は全部既知となりし故、適宜の n 個の P に対する(33)式を作り n 個の聯立方程式を解きて $c(k_i)$ を定める事が出来る。(昭 23. 7. 21 受付)

河口不等流に於ける亂れ粘性係数の 1 例

正 員 濱 田 徳 一

Turbulent Viscosity Coefficients of the Nonuniform Flow at River Mouth.

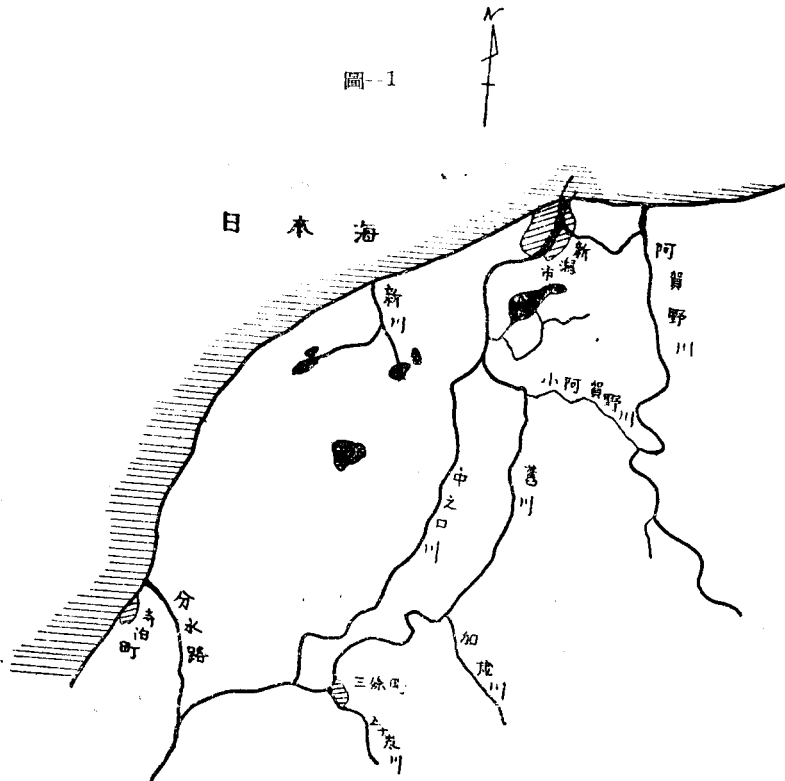
By Tokuichi Hamada, C. E. Member

目 次

- §. 1: 採用せる観測記録について
- §. 2: 等流と假定しての計算
- §. 3: 不等流としての計算

- §. 4: 河水海水の混合層に於ける密度温度の時間的變化

圖-1



§. 1: 採用せる観測記録について

昭和22年4月以降鐵道技術研究所第7部港灣水理研究室は新潟港港内の埋没、港外海岸線の侵蝕の問題を現地調査に依り究明する事となり、筆者等は同年8月、10月の2回同港の現地観測を行った。同港は信濃川舊川の河口部に位置し(圖-1参照)日本海に面せる河口港としては代表的なものと言ひ得る。現地観測の結果河床底質の分布、河水と海水との含泥量、及び河水と海水との混合現象等につき注目すべき結果を得た。他方河水中の浮遊物質と埋没現象との關係を求める手段として、河水の縦混合の問題を取扱つて見た。

以下の計算は22年10月の観測記録について其の大體の値を算出したものである。23年4月には更に浮遊物質の顕微鏡寫眞をとり、運動量の縦交換の係数は浮遊土砂の浮遊、沈殿の傾向をよく説明し得る事を知つた。之については後に發表する豫定である。測流、採水、採泥は繋止せる船上より行ひ、エクマン・メルツ型弱流計、北原式B號中層採水器及び熊田式採泥器類似のものを用いた。

観測地點及び日時は附圖-2に示す。信濃川舊川の概要を述べれば、計畫洪水量約1800 m³/sec、水面勾配(平時)は萬代橋附近1.5,000~1.10,000、新潟港工事々務所附近1.20,000より小にして逆勾配の事もある。河口突堤間では1/10,000~1.30,000、潮差は平日10 cm~20 cm程度の1日2回潮である。観測時の流況及び潮況を表-1、圖-3に示す。

§. 2: 等流と假定しての計算

座標軸は河底に於いて水面に平行にx軸をとり、(其の正の方向を主流方向と一致せしめる。)之に垂直上向きにy軸をとる。河心部についてのみ考へるとすれば、xy面に垂直なz軸方向の變化は無視し得る。水面勾配 $i=1/7,000 \sim 0$ であるから、y軸は鉛直であると考へて宜い。

表-2に示す同時水位観測の結果に依れば、一観測點で測流中(0.5~1時間)の水面勾配の變化は新潟港工事々務所前の緩勾配部を除けば最大30%の時位であるから、計算に際してはiの變化を無視する。x方向の流速を $u = \bar{u} + u'$, $u'=0$, y方向の流速を $v = \bar{v} + v'$, $v'=0$ と置き、分子粘性係数の影響は勿論問題とならず、運動方程式は

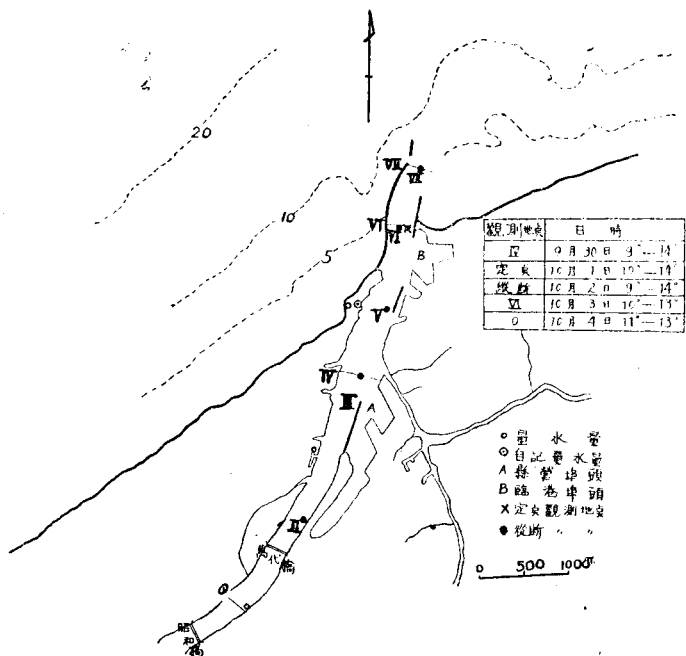
$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \\ = X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} \\ - \left(\frac{\partial x'u'}{\partial x} + \frac{\partial u'v'}{\partial y} \right) \\ X = g \sin i = gi \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(1)$$

密度 ρ は河水中で 1.0000 海水中で .0230 程度であるが、(1)式は海水層には適用しないものとして $\rho = Const.$ とした。等流の假定より $\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial t} = 0$ 故に、

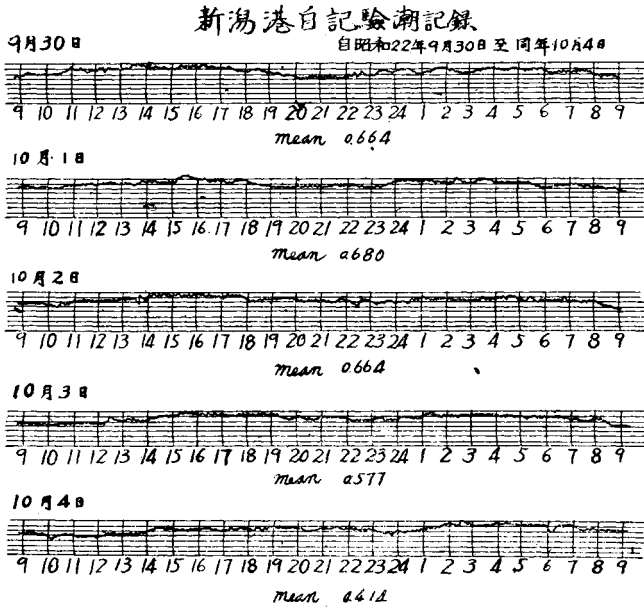
表-1

月日	断面	河口距離	水深	流速	含泥量	平均流速	河床傾斜	河床最大	浮遊土砂	浮遊物	埋没土砂	平均水深
9.01	II	3,600	673	210	4.14	0.34	?	0.50	?	27	400	227
9.01	IV	2,300	937	211	3.67	0.276	?	0.41	?	26	255	186
9.09	IV	0	481	10.3	?	?	3-4	1.30	?	27	265	860
9.09	VI	650	600	4.67	1.93	0.583	3-4	0.92	?	245	255	286
9.11	O	5,375	5805	287	?	0.487	?	0.75	?	77	215	4.30
9.3	IV	2,300	1172	381	3774	0.325	?	0.65	?	179	500	4.30
10.3	VI	600	1269	1365	11174	0.362	?	0.83	?	175	235	290
10.4	O	5,375	5,471	258	?	0.472	?	0.63	?	176	172	4.20

圖-2



圖一3



るから、

$$\lim_{y \rightarrow y_m} \eta = - \frac{\rho g i}{\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}} \dots \dots \dots (6)$$

又 l は

$$l = \sqrt{\frac{\eta}{\rho \frac{\partial u}{\partial y}}} \dots \dots \dots (7)$$

VI断面-3
22年10月3日 12:12-12' $\eta_{mean} = 42.7$
 $i = 1/200,000$ $y_m = 800$ $l_{mean} = 18.1$

y	u	$\frac{\partial u}{\partial y}$	η	l
800	79			
750	78	0.036	681	43.5
700	76	0.074	662	29.9
650	70	0.166	441	16.3
600	55	0.400	245	7.8
550	34	0.480	254	7.3
500	0	0.527	279	7.3

水深 800cm

表一3、圖一4 は計算例であり、圖一4 には η , l , u , w のほかに測温、密度測定、含泥量測定の結果も圖示してある。 y_m が流水中に存しない場合、故野滿博士は上方適當の點に y_m を假定して居られるが此處では此の場合河水表面を y_m とした。又 $\rho = 1.0000$ としてゐる。

表一3、圖一4 に依れば η , l ともに河口部に近づく程減少する傾向を有し、殊に河水が海水層上を流下する VI, VII の兩断面では此の傾向が明白である。次に η , l の垂直分布は砂質河床を流下する 0, II 断面では η は上下兩界面にて小であり、既往の計算値と相似てゐるが、海水層上を流下する其他の觀測では不足流性が強い為か、一定の傾向が見られない。

東仲秀雄氏が揚子江漢口附近の測流記錄に依り算出された η , l は $\eta = 100 \sim 1000$ C. G. S., 平均値 408 C. G. S. であり $l = 50 \sim 350$ cm, 平均値 115 cm である。

η の値が dimension の取り方に依り、又横方向の質量交換を考へる事に依り、(即ち此の場合 $\frac{\partial}{\partial z} = 0$ は嚴密には成立しない。色々と變化する事は海洋學、氣象學等ではよく知られてゐるが、ほぼ同様の現象を同一算式に依り取扱つて得られた一定の傾向は相當信頼して宜いであらう。

又圖一4 に依るも海水層上を流下する河水の流速分布は一種特有の傾向を示し、界面摩擦の減少と、 x 方向の密度差とのため、宛も流れの方向に壓力上昇ある場合の流速分布の如き分布面線を示すものも現はれて居る。

$$g_i = \frac{\partial u'v'}{\partial y} \dots \dots \dots (2)$$

$\frac{\partial u}{\partial x} = 0$, 又 $w, w' = 0$ と考へて居

るから、 u', v' は $\frac{\partial u}{\partial y}$ のみに關係す

る。Prandtl の方法を用ひ

$$\tau_{yx} = -\rho u'v'$$

$$= -\rho l^2 \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 = \eta_p \frac{du}{dy} \dots \dots \dots (3)$$

以下 $\eta_p = \eta$ で表はし、(2), (3)より

$$g_i = - \frac{\partial}{\partial y} \left(\eta \frac{\partial u}{\partial y} \right) \dots \dots \dots (4)$$

之を積分して、

$$\eta = -\rho g_i \frac{y - y_m}{\frac{\partial u}{\partial y}} \dots \dots \dots (5)$$

gr. cm. sec.

但し y_m は $\frac{\partial u}{\partial y} = 0$ なる點の y の値である。

又 $\frac{\partial u}{\partial y} = 0$ の場合 (5) 式は不定形とな

圖4-2 縦-II S.22.10.2

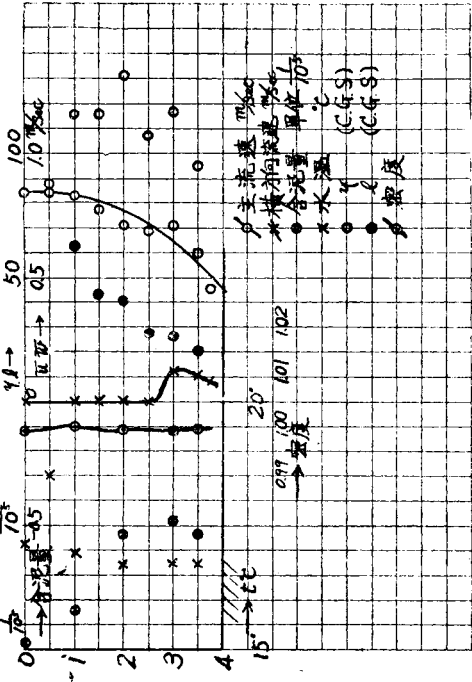


圖4-4 定点観測 S.22.10.1 10°30-11°30'

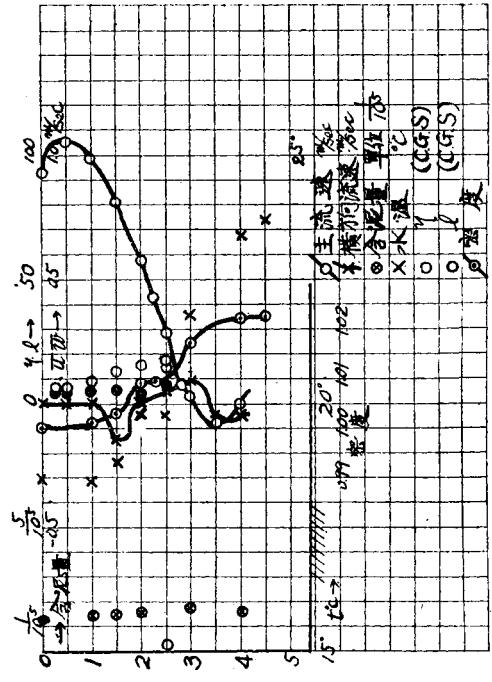


圖4-1 S.22.10.4 0-6

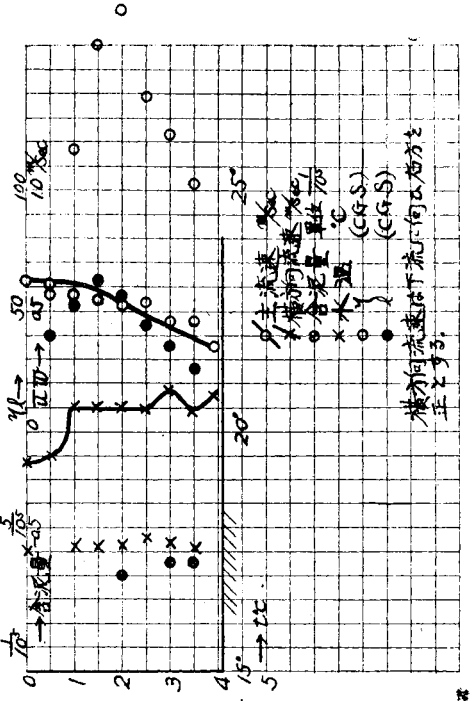


圖4-3 縦-V S.22.10.2

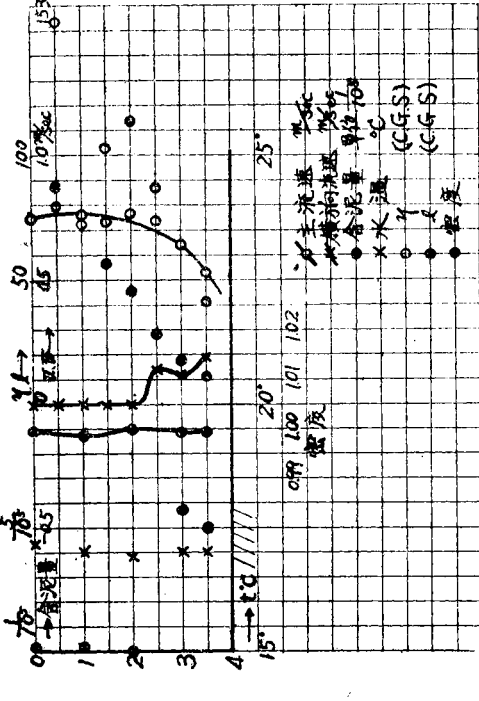


圖 4-5 反東觀測 S.22.10.1 13°10'~14°15'

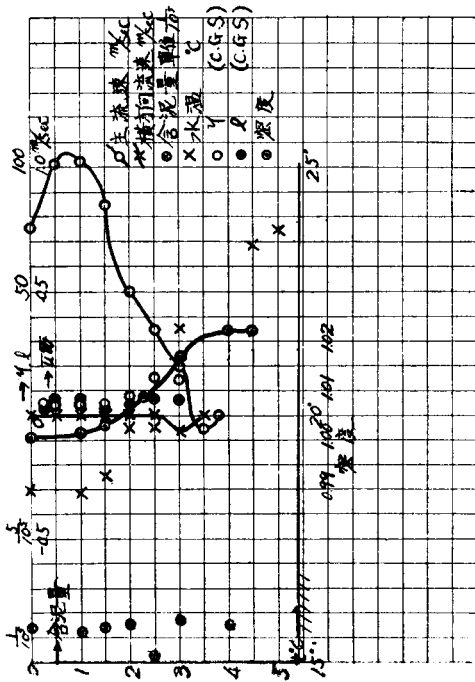


圖 4-6 縦-VI S.22.10.2

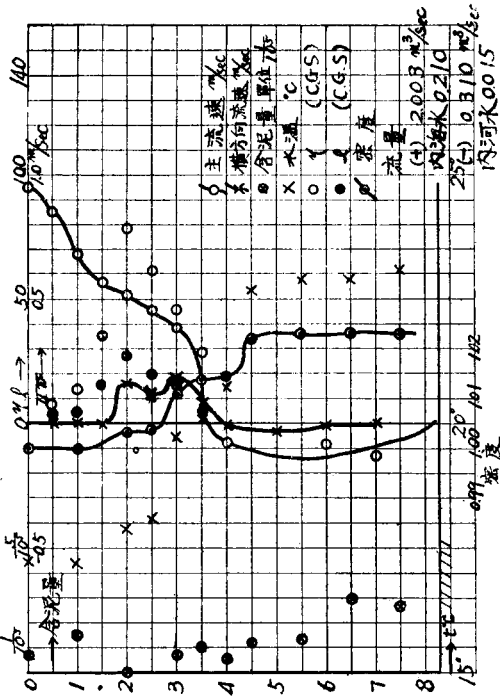


圖 4-8 VI-2 S.22.10.3

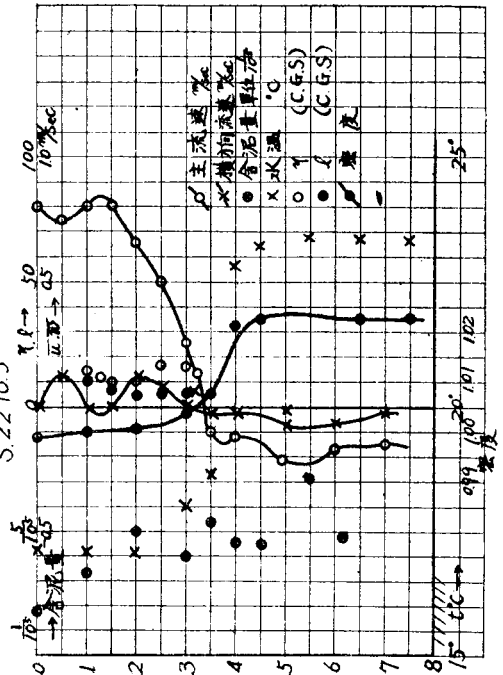
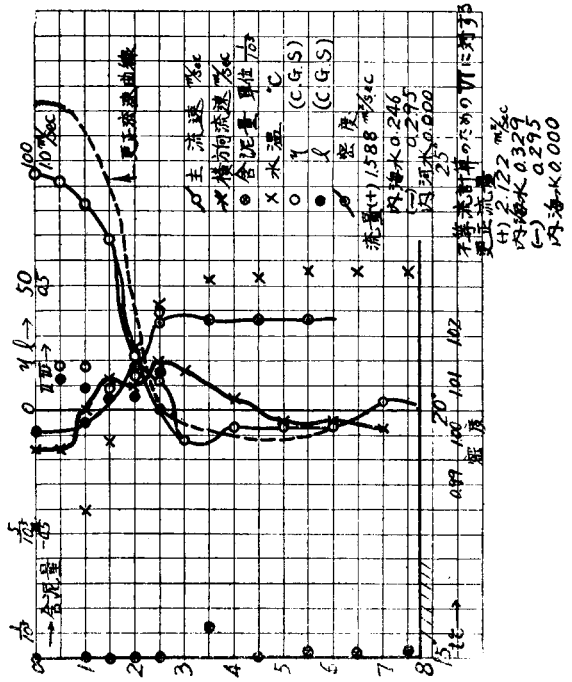
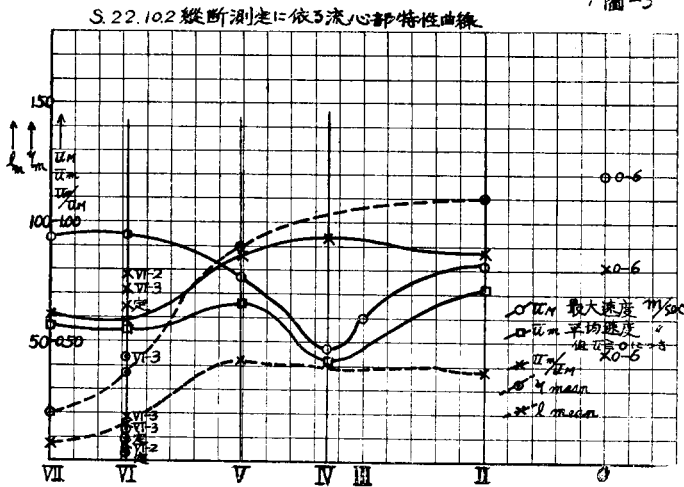
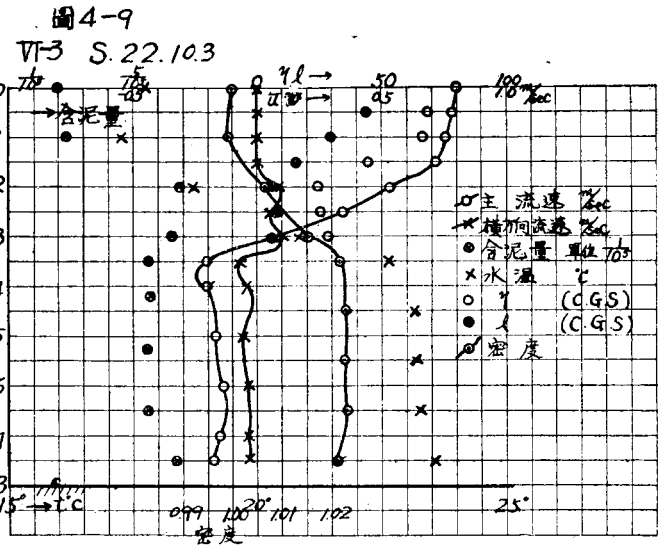


圖 4-7 縦-VII S.22.10.2



これ等より判断して、河口部に於いて河水が河床を離れ海水層上を流動する様になると、今迄河床より與へられてゐた水平軸を持つ運動は急激に減衰し、縦混合を生ずべき亂れ粘性係数は急激に減少し、其後は河水海水の混交層中に發生する微弱な渦動に依つて亂れを與へられるだけとなるのではあるまいか。圖-5 は各断面の流心に於ける流況特性を圖示したものであるが、最大流速、平均流速($\bar{u} \cong 0$ について)、其の比等には一定の傾向はなく、断面の急擴大した IV 断面附近で最小となり、再び増大してゐるが、 η, l は明白に海に近づく程減少すると言ふ傾向を示してゐる。



しかし注意すべきは、10月3日の VI-2, 同-3 の η, l を比較すると相當の差異がある。此の2観測點は横斷方向に 10m を隔てるにすぎず、兩者ともほぼ流心と稱して宜い。之は正確に流心を追跡して縦斷觀測をなす事が如何に困難であるかと言ふ事を示すとともに、同一断面内に於いても亂れ粘性係数は相當大きく變化してゐるのではないかと思はせる。

§. 3: 不等流としての計算

本節に於いても流れは二次元の問題として取扱ひ得るものとする。觀測結果は流心部に於いても混交層及び海水層内では水平横斷方向の流れ w が無視し得ない事を示して居り、特に混交

層中心部では上より見て時計廻りに流れは反轉し、 \bar{u} よりむしろ \bar{w} が大である層が明かに存在すると思はれる。従つて xy 面内に問題を限る事は流れが反轉せんとする薄層内では明かに誤つて居り、當然横方向の質量交換即ち横混合の項を入れて運動方程式をたてるべきであり、しかもそれは x, y, z の三方向に關するものでなければならぬ。更に變動速度 w' は \bar{u} のみを認めて、 $\bar{v}, \bar{w} = 0$ とする場合も其の存在を認めねばならず所謂抵抗抗乃至は二次流の問題として、今後展開さるべきものである。今迄河川の實測では水平方向の混合は垂直方向の混合に比し比較的發達しにくいものとされ、主流に關する(即ち此處で x 方向の)運動方程式でも此の項は無視されて來たが、流心部は海水層上を流れ、兩岸寄りには沈泥質河床上を流れる新潟港港口附近の河水の運動では此の問題は今後考慮さるべきものと信ずる。しかし此の様な未解決の難問を筆者等の行つた精度の程度で觀測中に持ち込む事は解決を難澁ならしめるのみであり、且浮遊土砂の沈降は縦混合に主として關係するから、以下筆者は二次元流に於いて、 ρ, u, v の x, y, t に對する變化を考慮した場合の方程式をもつて計算を進めて行く。

河床に於いて水平に x 軸を主流方向にとり、鉛直上向きに y 軸をとる。密度 ρ 、速度 u, v の時間的平均値を

$\bar{\rho}, \bar{u}, \bar{v}$ とし、ある瞬間のそれよりの變動量を ρ', u', v' とすれば、

$$\left. \begin{aligned} \rho &= \bar{\rho} + \rho', & u &= \bar{u} + u', & v &= \bar{v} + v' \\ \rho' &= 0, & u' &= 0, & v' &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

之を用ひて Reynolds stress を導出する場合と同様の計算をすれば運動方程式は

$$\left. \begin{aligned} \rho \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho}'u'}{\partial t} + \rho \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \rho \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} &= \bar{\rho} \bar{X} - \frac{\partial \bar{P}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} (-\bar{\rho} \bar{u}'u' - \bar{u}'\rho'u') \\ &\quad - \bar{\rho} \bar{u}'\bar{u}') - \rho'u' \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} (-\rho'u'v' - \bar{v}'\rho'u' - \rho'u'\bar{v}') - \rho'v' \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \\ + \rho \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho}'v'}{\partial t} + \rho \bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \rho \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} &= \bar{\rho} \bar{Y} - \frac{\partial \bar{P}}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} (-\bar{\rho} \bar{v}'u' - \bar{u}'\rho'v') \\ &\quad - \bar{\rho} \bar{v}'\bar{u}') - \rho'u' \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} (-\bar{\rho} \bar{v}'v' - \bar{v}'\rho'v' - \rho'v'\bar{v}') - \rho'v' \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

連続方程式は

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \rho \bar{u} + \frac{\partial}{\partial y} \rho \bar{v} + \frac{\partial}{\partial x} \rho'u' + \frac{\partial}{\partial y} \rho'v' = 0 \dots\dots\dots (10)$$

$y = \zeta$ が水面を表はすとすれば、個々の流體粒子の密度變化は無視してよく、體積に關する連続が常に成立する事から、

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \int_0^{\zeta} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} dy = 0 \dots\dots\dots (10')$$

之は(10)を變形して $\frac{D\bar{\rho}}{Dt} + \bar{\rho} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \rho \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \rho'u' + \frac{\partial}{\partial y} \rho'v' = 0$ となし、 $\frac{D\bar{\rho}}{Dt} = 0, \frac{\partial}{\partial x} \rho'u', \frac{\partial}{\partial y} \rho'v' \rightarrow 0$

と置いても得られる。

(9),(10)は此のままでは使用出来ないから、無視し得る項及び除外して後に檢算し得る項を求め簡單にする。先づ觀測された \bar{u} であるが、之は船の動搖のため $u(y)$ としては y は ± 10 cm 程度の誤差を存する。しかし時間

的平均としては 1~3 分間の平均値をとつたから、前節の l の大いさから推定される所謂 *verweilzeit* の大いさが 1~10 秒位である事からすると $\bar{u}(t)$ としては十分信頼し得る。

其處で(8), (9), (10)を縦斷測定—VI に適用し、VI と VII 間について其の不等流性を檢討する。VI, VII 兩斷面間の距離は 650 m であり、且 VII 斷面では横方向の流れの擴散が存するため、兩斷面のほぼ流心と看做される觀測點の測定値を以つて VI に於ける不等流性を調べる事は相當に危険である。しかし兩斷面に於ける測定時刻差は約 1 時間に過ぎず、其の間に於ける

潮位上昇は 6 cm であり、22 年度の觀測記録中では不等流性の檢討に最も好ましいものである。(圖—4 参照)

觀測に基き各項の位數 (C.G.S) を求めると次の如くなる。但し $\frac{\partial \bar{u}}{\partial t}$ のみは測定値なきため、他の定點觀測の場合より推定した。

表-2

時刻	0-線	線-新	新-口
08 00	1/0.130	1/165.000	1/15.400
09 00	1/8.800	1/41.200	1/10.600
10 00	1/9.200	1/33.000	1/24.300
11 00	1/8.800	1/16.5000	1/3.100
12 00	1/7.800	1/16.5000	1/18.900
13 00	1/8.800	1/23.600	1/4.200
14 30	1/8.440	1/33.000	1/15.400
15 00	1/7.800	1/33.000	1/17.000
16 00	1/9.200	1/41.200	1/4.200
距離	2025m	1650m	1700m

但し
0-線ハ大休 0-Ⅲ間
見做し得ル
線-新ハ大休Ⅲ-V間
見做し得ル
新-口ハ大休 VI-VⅢ間
面附近見做し得ル
但此ハ水面勾配ハ量
水標目測記録ニヨリ其
精度充分ナリ

要素	河水中	位混交層中	海水中
$\bar{\rho}$	1	1	1
$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t}$	1	1 *	1 *
$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t}$	1000	1000	1000
ρ'	0	1	0
		1000	

要素	河水中	位 混 交 層 數 中	海水中
$\overline{\rho u} \frac{\partial u}{\partial x}$	$\frac{1}{10} \sim \frac{1}{100}^*$	$\frac{1}{100} \sim \frac{1}{1000}^*$	$\frac{1}{1000}^*$
$\overline{\rho v}$	$\frac{1}{1000}$	$\frac{1}{100} \sim \frac{1}{10}$	$\frac{1}{100} \sim \frac{1}{1000}$
$\overline{\rho v} \frac{\partial u}{\partial y}$	$\frac{1}{1000}$	$\frac{1}{100}^*$	$\frac{1}{10^3} \sim \frac{1}{10^4}$
$\frac{\partial u}{\partial x}$	$\left(\frac{1}{100} \sim \frac{1}{1000} \right) \frac{\partial u}{\partial y}$	"	$\frac{1}{100} \frac{\partial u}{\partial y}$
$u'u'$	$\sim u'v'$	$\sim u'v'$	$\sim u'v'$
$u' \sim v'$	$1 \sim 10$	$1 \sim 10$	$1 \sim 10$
$v\rho'u'$	0	$\ll \rho u'v'$	0
$\rho'u'v'$	0	$\ll \rho u'v'$	0
$\overline{v} \frac{\partial v}{\partial y}$	$\frac{1}{10^5}$	$\frac{1}{10^4} \sim \frac{1}{10^5}$	$\frac{1}{10^5}$
$\overline{u} \frac{\partial v}{\partial x}$	$\frac{1}{10^5} \sim \frac{1}{10^6}$	$\frac{1}{10^5} \sim \frac{1}{10^6}$	$\frac{1}{10^7}$
$\frac{\partial \rho}{\partial t}$	0	$\frac{1}{10^5} \sim \frac{1}{10^6}$	0
$\frac{\partial \rho u}{\partial x}$	$\frac{1}{10^3}^*$	$\frac{1}{10^3} \sim \frac{1}{10^4}^*$	$\frac{1}{10^4}^*$
$\frac{\partial \rho v}{\partial y}$	$\frac{1}{10^4}^*$	$\frac{1}{10^3} \sim \frac{1}{10^4}^*$	$\frac{1}{10^4}^*$
$\rho'u' \sim \rho'v'$	0	$\frac{1}{1000} \sim \frac{1}{100}$	0
$\frac{\partial \rho'u'}{\partial x}$	0	$\frac{1}{10^7} \sim \frac{1}{10^3}$	0
$\frac{\partial \rho'v'}{\partial y}$	0	$\frac{1}{10^4} \sim \frac{1}{10^5}$	0

表中*を附せるは無視し得ざる項であり、之に依り

$$\rho \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \overline{\rho u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \overline{\rho v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = - \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} (-\overline{\rho u'v'}) - \rho'v' \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \dots\dots\dots(11)$$

$$0 = -g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} \dots\dots\dots(12)$$

$$\frac{\partial \rho \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \rho \bar{v}}{\partial y} = 0 \dots\dots\dots(13) \quad \text{及び} \quad \int_0^\zeta \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} dy = 0 \dots\dots\dots(13')$$

(13')に於いて $\frac{\partial \zeta}{\partial t} = \frac{1}{600}$ を一應除外した。計算の結果はその亂れに對する影響は小である。

$$(12)より \quad \left(\frac{\partial P}{\partial x} \right)_y = \left(\frac{\partial P}{\partial x} \right)_\zeta + \int_y^\zeta g \frac{\partial \rho}{\partial x} dy \dots\dots\dots(14)$$

しかるに表層河水中では $\bar{\rho} = \text{Const.}$ であるから、

$$\left. \begin{aligned} \bar{p} &= \bar{\rho}g(\zeta - y) \\ \therefore \left(\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} \right)_\zeta &= \left(\bar{\rho}g \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right)_\zeta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (15)$$

之と(11), (14)より

$$\bar{\rho} \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{\rho}u \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{\rho}v \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = - \left(\bar{\rho}g \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right)_\zeta - \int_y^\zeta \bar{\rho} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x} dy + \frac{\partial}{\partial y} \left(-\bar{\rho}u'v' \right) - \bar{\rho}'v' \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \dots (16)$$

又連続方程式(13)より v は

$$\left(\bar{\rho}v \right)_y^\zeta = - \int_y^\zeta \frac{\partial \bar{\rho}u}{\partial x} dy$$

$$\therefore \bar{v}_y = \frac{1}{\bar{\rho}_y} \left[\left(\bar{\rho}v \right)_y^\zeta + \int_y^\zeta \frac{\partial \bar{\rho}u}{\partial x} dy \right] \dots\dots\dots (17)$$

但し今の場合 $\frac{\partial \zeta}{\partial t} \rightarrow 0$ 即ち $(\bar{\rho}v) \rightarrow 0$ と置いたわけである。

(16)式の右邊第3項第4項の變形を考へて、先づ $-\bar{\rho}u'v'$ は $\rho = \bar{\rho}$ の時の運動量の渦動擴散を示し、 y 軸に垂直な平面に於いて x 方向を向く剪力の主要部分を占めるものであるから、

$$u' = - \left(l_{xx} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + l_{yx} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + l_{xy} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + l_{yy} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} \right)$$

と置き、いずれの方向の l も Comparable であるとするれば Prandtle と同様の表現

$$u' = -l_{yx} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \quad (l_{yx} = l_{yu'} \text{ とする})$$

を得る。依つて

$$\tau = -\bar{\rho}u'v' = +\bar{\rho}v'l_{yu'} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = \eta \frac{\partial u}{\partial y} \dots\dots\dots (18)$$

又 $u' \sim -v'$ にて $v' = l_{yv'} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}$ と置き $l_{yv'}l_{yu'} = l^2$ とすれば

$$\tau = \rho l^2 \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \dots\dots\dots (18')$$

η, l を此の場合の Prandtle 型の亂れ粘性係数及び混合距離とする。次に ρ' について、 $\frac{\partial \rho}{\partial y} \gg \frac{\partial \rho}{\partial x}$ 且此の場合常に $\frac{\partial \rho}{\partial y} < 0$ であるから、 $\rho' = l_\rho \left| \frac{\partial \rho}{\partial y} \right|$ と置けば、

$$\bar{\rho}'v' \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = \frac{\rho l_\rho v'}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \left| \frac{\partial \rho}{\partial y} \right| = \eta_\rho \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \frac{\partial \rho}{\rho} \dots\dots\dots (19)$$

η_ρ が ρ を渦動擴散量と考へた時の擴散テンソルの成分である事は言ふ迄もなく、密度勾配の關係上 $(\eta_\rho)_{yy}$ のみが表はれたが、一般には二次元で4個の成分を持つ。(18)式の η も8個成分中の一つであり、 $v \rightarrow 0$ として4個の成分となり、(19)と同じく η_{yy} に相當する。 $\left| \frac{\partial \rho}{\partial y} \right| = E$ とおけば E はほぼ垂直安定度であると考えられる。依つて之等を用ひ(16)は

$$\begin{aligned} \bar{\rho} \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{\rho}u \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{\rho}v \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} &= - \left(\bar{\rho}g \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right)_\zeta - \int_y^\zeta \bar{\rho} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x} dy \\ &+ \frac{\partial}{\partial y} \left(\eta \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right) - \eta_\rho \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \frac{E}{\bar{\rho}} \dots\dots\dots (20) \end{aligned}$$

(20)のうち v は観測不能であるが連続方程式に依り(17)として算出出来る。(20)式は一見してわかる如く、右邊に一般河川の流れとしての勾配及び平均密度による Reynolds 應力の項のほか密度流としての項及び垂直安定度の運動量縦交換に對する制限項とを含んでゐる。但し此の最後の項は混合層中に於いても最大 $\frac{1}{10^4}$ (C. G. S.)

であるからその影響は極めてすくない。潮差の大きな河口では $\rho \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \rho \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}$ が $\bar{\rho} \frac{\partial \bar{u}}{\partial t}$ に對して無視されるのであるが、今の場合は寧ろ逆である。 $\frac{\partial \bar{u}}{\partial t}$ の値は不明であり、他の観測より $\frac{1}{10^3}$ 以下と考へられるから、之を除外して(20)より η を求める事を考へる。

$$\eta \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} = \tau \quad \text{とおき(20)を積分すれば}$$

$$\int_y^{\xi} \left(\bar{\rho} \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{\rho} \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right) dy = - \int_y^{\xi} \left(\bar{\rho} g \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right)_{\xi} - \int_y^{\xi} \int_y^{\xi} g \frac{\partial \rho}{\partial x} dy dy$$

$$+ \tau_{\xi} - \tau_y - \int_y^{\xi} \eta \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \frac{E}{\rho} dy \quad \dots\dots\dots(21)$$

流れの表面の τ_{ξ} は風力についてのみ考へると、

$$\tau_{\xi} = 0.0000032 W^2, \quad W: \text{風速 cm, sec.} \quad \tau: \text{dyne/cm}^2 \quad W = 0 \sim 100 \text{ cm/sec.}$$

では τ_{ξ} は考慮の必要はない。依つて

$$\tau_y = - \int_y^{\xi} \left(\bar{\rho} g \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right)_{\xi} - \int_y^{\xi} \int_y^{\xi} g \frac{\partial \rho}{\partial x} dy dy - \int_y^{\xi} \left(\bar{\rho} \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{\rho} \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right) dy$$

$$- \int_y^{\xi} \eta \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \frac{E}{\rho} dy \quad \dots\dots\dots(22)$$

(22)式に依れば $E=0$ の表水層、海水層では今迄の τ の觀念が通用するが、 $E \neq 0$ なる混合層中では E のため亂れに依る運動量の交換が抑制せられ τ が減少する事を示してゐる。之が甚しくなると混交が生ぜず内部波が発生する事となる。

しかし既述の如く $E_{\max} = \frac{1}{10^4}$ 程度であつたから、先づ右邊第4項を無視して數値計算を行ひ、それに依る τ を τ_1 となし、 τ_1 に依つて η , l を求め、 $\eta_p - \eta$ である事を利用して $\eta_p = \eta$ と考へて、(全體に對する其の影響は極めてすくない。第4項を算出し τ_1 に對する其の影響を調べる事とする。又 l_p, η_p は Prandtl の l, η よりもむしろ渦動度輸送の Taylor の l, η に近いのではないかと考へられるので、Taylor の l, η も算出し、各々 l (Prandtl), η (Prandtl); l (Taylor), η (Taylor) で區別した

従つて

$$\left. \begin{aligned} \tau = \bar{\rho} l^2 (\text{Prandtl}) \left| \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right| \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}, \quad \eta (\text{Prandtl}) = \bar{\rho} l^2 (\text{Prandtl}) \left| \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right| \\ \frac{\partial \tau}{\partial y} = \bar{\rho} l^2 (\text{Taylor}) \left| \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right| \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2}, \quad \eta (\text{Taylor}) = \bar{\rho} l^2 (\text{Taylor}) \left| \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right| \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(23)$$

となるわけである。

観測結果は $\int_0^{\xi} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} dy = 0$ 即ち(13')を満足しないから縦—VII を補正し、其の際 $u=0$ を不動點とした。又 VII に於ける横方向の擴散を考へて $\frac{\partial \bar{u}}{\partial x}$ (従つて又 $\frac{\partial \bar{v}}{\partial y}$) はかくして得られた値の 30% を採用した。(23 年 4 月の観測は此の計算の実施を豫め考慮して行つたため極めて、都合の宜い観測結果を得て此の様な不便は全然なかつた。)

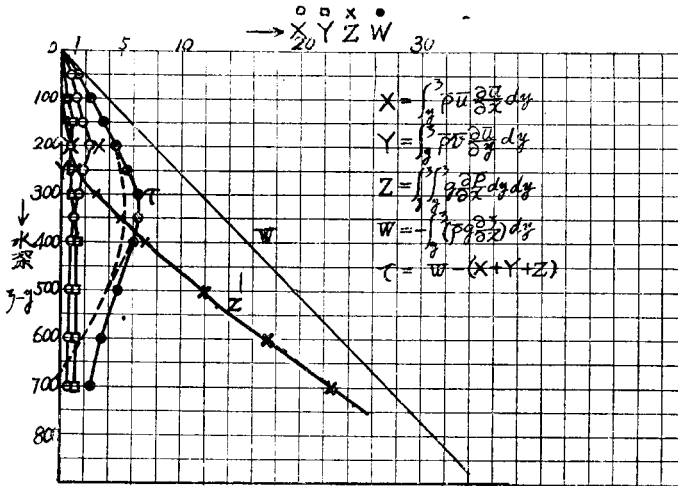
計算結果は表—4、圖—6 に示す。 η, l は混合層中では極めて小であり、河水中ではそれに次ぎ海水層中では可成り大きく得られた。しかし數値計算は $y=820$ cm の表面から始まり $y=0$ の水底に達するため、下層の精度は相當悪くなつて居ると思はれる。事實観測結果に依れば $y=170$ cm 附近に $\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = 0$ 即ち $\tau_1 = 0$ も點が存すべきにかかはらず、其の附近の τ の値は 2~3 となつてゐる。之よりせげ海水中の亂れは實情より大きく算出されてゐると思はれるが、他方 Taylor の渦動度傳播の形式では η の計算に $\frac{\partial \tau_1}{\partial y}$ を用ひ此の値は誤差がすくないから、海水層中の $\eta (\text{Taylor})$ は相當信頼し得ると思ふ。又 Taylor の考へでは $\frac{\partial \tau_1}{\partial y}$ と $\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2}$ とは同符號でなければならぬが、観測結果では $\xi - y = 100 \sim 200$ cm の河水層中で異符號となつてゐる。これは Taylor の理論は 2 次

表-4

y	x-y	u	$\frac{\partial u}{\partial y}$	$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$	\bar{u}	\bar{v}	\bar{w}	$\frac{\partial \bar{p}}{\partial x}$	$\frac{\partial \bar{p}}{\partial y}$	$\int \bar{u} \frac{\partial u}{\partial x} dy$	$\int \bar{v} \frac{\partial u}{\partial y} dy$	$\int \bar{w} \frac{\partial p}{\partial x} dy dy$	$\int \bar{w} \frac{\partial p}{\partial y} dy$	τ	$\frac{\partial \tau}{\partial y}$	l (Taylor)	l (Prandtl)	l (Prandtl)	l (Prandtl)	$\frac{\partial u}{\partial y}$	$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$	$\frac{\partial^3 u}{\partial y^3}$
820	0	94	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
770	50	85	0.32	-0.003	0	0	0	0	0	0.67	0.061	0.0047	-196	12243	-0.0226	4.8	7.5	3.44	3.8	0	-1/1000	0
720	100	68	0.30	0.0016	0	0	0	0	0	1.37	0.248	0.0124	-392	226	-0.0206	?	?	5.0	7.54	0.00011	-1/1000	0.0047750
670	150	37	0.16	0.002	0	0	0	0	0	1.92	0.476	0.193	-506	329	-0.0220	?	?	11.3	20.5	0.00049	0	0.001775
620	200	51	0.10	0	0	0	0	0	0	2.12	0.552	0.608	-784	446	0.0234	∞	∞	21.1	44.6	0.000187	0	0.00425
570	250	45	0.16	-0.0016	0	0	0	0	0	1.88	0.821	1.47	-960	563	0.0183	84	114	14.8	35.2	0.00024	0	0.022275
520	300	38	0.26	-0.0234	0	0	0	0	0	1.47	1.10	2.90	-1176	629	0.0083	302	24	9.6	24.2	0.0004	0	0.046875
470	350	8	0.50	0.0016	0	0	0	0	0	1.25	1.19	4.82	-1372	646	0.0024	172	15	5.05	12.9	0.0004	1/1000	0.025375
420	400	-2	0.10	0.0284	0	0	0	0	0	1.24	1.29	7.10	-1560	605	-0.0070	577	3.4	24.4	60.5	0.0002	1/1000	0.1800
320	500	-8	0.06	0.0004	0	0	0	0	0	1.25	1.31	12.14	-1960	490	-0.0124	224	31	36.4	81.7	0.00015	0	0.1275
220	600	-12	0.02	0.0005	0	0	0	0	0	1.24	1.32	17.40	-2352	356	-0.0130	356	26	43.2	178	0	0	0.1531
120	700	-11	-0.04	0	0	0	0	0	0	1.19	1.31	22.65	-2744	279						0	0	0.1331

η (Prandtl) = τ
 η (Taylor) = τ

圖-6



元の等流に對するものであるのに對して、現實の流れは不定流且流れの方向に壓力上昇があるため生じたものと思はれ、此の部分では Taylor の表現法は不適當であらう。

次に(22)式右邊第4項の大きさであるが、表水層、混交層中では $\frac{1}{100} \tau_1$ であり、海水層中にて $\frac{1}{20} \tau_1$ 程度である。 τ_1 を用ひて(20)式を表現すると、

$$\rho \frac{Du}{D\tau} = -\left(\rho g \frac{\partial \zeta}{\partial x}\right) - \int_y^{\zeta} \rho g \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} dy + \frac{\partial \tau_1}{\partial y} \dots (24)$$

之より直ちに τ_1 は $\rho' = 0$ の時の Reynolds stress $-\rho u'v'$ を表はす事を知る。従つて τ_1 による η, l は $E = 0$ の時の η, l を與へる事となる。又

$$\frac{\partial \tau_1}{\partial y} = \frac{\partial \tau}{\partial y} - \gamma \rho \frac{\partial u}{\partial y} \frac{E}{\rho} \dots (25)$$

依つて
$$\tau_1 = \tau - \int_y^{\zeta} \gamma \rho \frac{\partial u}{\partial y} \frac{E}{\rho} dy \dots (26)$$

表-4 に依れば混交層の下層及び海水層の上層で τ_y は τ_1 より約 5% 程度減じ、Prandtl の η, l も其の程度減ずる事となる。 Taylor の η, l の場合には $\frac{\partial \tau}{\partial y} = 0$ 即ち $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$ なる點では $\frac{\partial \tau_1}{\partial y} = -\gamma \rho \frac{\partial u}{\partial y} \frac{E}{\rho}$ となり、微量ではあるが變曲點は $\frac{\partial \tau_1}{\partial y} = 0$ 即ち運動抵抗が 0 となる點(觀測値より計算して)より上にある事となる。以上の如く垂直安定度に依り縦混合の係数は混交層より海水層にかけ數の減少する事となるが、觀測の精度から見れば無視して差支へない。混交層の $u=0$ 薄層内では w の値は \bar{u} と同位であり、問題は當然三次元的取

扱ひを必要とする。横断流況観測の記録に依るも $u=0$ の層では $\frac{\partial \rho}{\partial z}$ の値も相當大きく z 方向の混合も十分考へなければならぬ。垂直安定度の問題にはこれ以上立入らない事とする。但し特に注意を要するのは w の影響が十分大きな層が混交層内にあるとすると、(22)式に於てそれより深層の τ, η, l はすべてその影響を受ける事となり、海水層の η, l は變化してくるであらう。

$\bar{\rho} \frac{\partial u}{\partial t}$ は他の定點観測記録より類推するに、此の計算に用ひた観測中では表水で $\frac{\partial u}{\partial t} < 0$ 、海水中で $\frac{\partial u}{\partial t} > 0$ と思はれ、その大きさも $\frac{1}{1000}$ C.G.S. 程度であらう、故に之を y 方向に積分したのも τ に對して決定的な影響を與へるものとは言ひ難く、其の大きさも $\int_y^z \bar{\rho} v \frac{\partial u}{\partial y} dy$ の範圍を出ないと思はれる。又 $(\bar{\rho} v)_z = \frac{1}{600}$ を無視した事は表一4 より明かな如く η, l に對し全く影響してゐないと言つて宜しい。

以上の如くして筆者は新潟港港口の信濃川舊川の流れば、水面勾配に依る河川としての流れと密度勾配に依る密度流としての流れとが結合したものであり、之に不定流及び不等流としての要素が加はり、しかも縦混合は極めて減衰し、混合層中に於いて殊に甚しい事を知つた。之に依つて海水層の逆流と河川中の浮遊土砂の急速な沈降とが説明し得る事となる。又前節の等流としての計算結果が河水部分に關し本節のものと差程の差異を生ぜず、且 η, l の計算値が表一4 のものに比し安全側にある事は、前節の簡単な計算値を更に含泥量其他の渦動散散量の計算に使用して、十分安全である事を示してゐると言へる。(地球自轉の影響は2本の導流堤間の流れであり、且其の幅員は270 mに過ぎぬから無視する事が出来る。)

§. 4: 河水、海水の混交層内に於ける温度密度の變化

22年10月1日の定點観測(観測點はVI-4と一致する。)の際北原式B號採水器により混合層中の同一水深の點の採水を繼續して繰返した。北原式採水器は瞬間的に閉口するため、比較的其の時の瞬間値としての ρ と水温 $T^\circ\text{C}$ とを知る事が出来る。又繼續時間は15分位であるから、其の間の不定流性も無視してよい。かくして得られた ρ, T に對し

$$\rho = \bar{\rho} + \rho', \quad T = \bar{T} + T' \dots\dots\dots(27)$$

と置き $|\bar{\rho}'| = l_{\rho 1} \left| \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial y} \right|, \quad \rho' = l'_{\rho 2} \frac{\partial \rho}{\partial y}, \quad l_{\rho 2} = \sqrt{l''_{\rho 2}} \dots\dots\dots(28)$

となる $l_{\rho 1}, l_{\rho 2}$ を求めて見た。同様の表現を T' についても用ひれば $l_{T 1}, l_{T 2}$ を得る。結果は表一5の如くである。

(28)の表現法は $\frac{\partial \rho}{\partial y}$ の項に比し $\frac{\partial^2 \rho}{\partial y^2}$ の項を無視し得る場合であるが、観測の結果では水深2.5 mの點では此の條件を満足した。(即ち $\rho-y, T-y$ 曲線の變曲點はその近傍にある。)しかるに水深2 mの點では $\frac{\partial \rho}{\partial y}$ に比し $\frac{\partial^2 \rho}{\partial y^2}$ の項は無視し得ない。 T' の場合につき水深2 mの點にて

$$T' = l''_{T 2} \frac{\partial T'}{\partial y} + \frac{1}{2} l'''_{T 2} \frac{\partial^2 T'}{\partial y^2} = T - \bar{T} \dots\dots\dots(29)$$

と置いて $l''_{T 2}$ を算出して見た。 $\sqrt{l'''_{T 2}}$ は $\sqrt{l''_{T 2}}$ の67%位となり、 $l_{\rho 2}, l_{T 2}$ は實情より大きく出でゐる事を示す。

此等の l はいずれも垂直方向の亂れの尺度を與へるものと考へ得る。表一5に依れば此の様にして算出された l は水深2.5 mでは第2節の l とほぼ一致してゐるが、水深2 mの場合は相當に大きくなつてゐる。第3節の計算結果よりせば、不等流性を考慮しても、本節の l は水深2 mにて、流速分布より導かれた l より大分大きい。しかしその大きさは10~30 cmであり、上流部の河水のみの流れと比較する時は、欠張り亂れは急激に減少してゐるものと考へなければならぬ。混交層に於ける水温、密度の短時間の間の連續的な變動より得られる l

表一5

10月1日定點観測に於ける水温・密度の連続的变化
水深2.5 m $\bar{\rho} = 1.0124, T = 20.64^\circ\text{C}$

時刻	ρ	T	$a^2/\partial y$	$a^2/\partial y$	$l_{\rho 1}$	$l_{\rho 2}$	$l_{T 1}$	$l_{T 2}$
11'47"	10126	20.7	-0.0002	-0.040	5.5 cm	76 cm	+1	6.55 cm
49"	10136	20.9	"	"	"	"	+6	"
50.30"	10100	20.1	"	"	"	"	+2	"
52"	10126	20.7	"	"	"	"	+1	"
54"	10151	21.3	"	"	"	"	+3.5	"
55"	10110	20.3	"	"	"	"	-7	"
57"	10130	20.8	"	"	"	"	+3	"
59"	10116	20.5	"	"	"	"	-3	"
60"	10118	20.5	"	"	"	"	-3	"

と流速分布より得られる l との関係は今後更に観測を續けて、之を追求し度いものと思つてみる。

(昭 23. 7. 21. 受付)

矩形沈砂池の隅角部に曲線を入れた場合の影響について

準 員 合 田 健*

Influences of Applying Curve at the Corner of Rectangular Sand Basin.

By Takeshi Gōda, C. E. Assoc. Member

要 旨

沈砂池の隅角部及其近傍においては死水域を生じ、流れの均一性を亂して除砂効率を低下するものと考えられている。従つて隅角部に適當な曲線を入れて除砂効率の低下を避けようとする試みがよく見られるが、こうした場合の関係を流體力學的に明かにしようとして行つたのが本研究である。このために沈砂池内の水の流れを 2 次元のポテンシャル流と考え、流體と壁との間の摩擦及流體間の粘性を無視し、池への流入口を 1 點よりの單一吹出しとした。これらの假定は沈砂池内の現實の流れと相當異つてゐるが、沈砂池問題の考察に對し重要な示唆を與えることと思ふ。沈砂池の流れを種々の方面より流體力學的に研究して、その合理的な設計基準を明かにしようとする我々の研究成果の一部であつて、さきに發表した論文¹⁾の續編である。

Summary.

Dead water at the corner of sand settling basin creates turbulence and reduces the efficiency of sand removal. Many attempts have been made to determine the proper curvature to avoid reduction in efficiency. The article, written from the hydrodynamical point of view, considers the influence of curvature with 2-dimensional potential flow from a single orifice. Wall friction and viscosity are neglected. These assumptions are far from actual flow in the basin, but this article will give us many important suggestions on the problems of sand settling basin.

目 次

- | | |
|--------------|--------|
| 1. 曲線の挿入 | 3. 結 論 |
| 2. 流速分布 | |
| 1. 曲線を挿入した寫像 | |

(1) 曲線の挿入 隅角部に曲線を挿入するのは、流速 0 の點を隅角及其近傍で作らないのが目的であるから、挿入した曲線はその終始點における切線が相隣る直線壁に一致する様なものでなければならぬ。つまり、この實形を寫像する際、隅角の近傍をことごとく正則點にする様に、無限數の稜を有する多角形として取扱ふことにする。

今圖一に示す如き z -平面の實形の内部が圖二に示す如き z -平面の上半面に寫像され、 $G-F$ の部分の隅角を除去して曲線を挿入したとし、その切線の測角基準線を z -平面の x 軸にとることとしよう。然らば z -平面上の動點 z が實軸上を正方向に動く場合、これに對應して z -平面では $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow G$ の境界上を動く様な寫像函數を考えればよい。而してこの條件に合う寫像函數は、Schwarz-Christoffel の定理によつて、多角形の直線部分では、

* 京都大學大学院特別研究生

1) 合田健：“沈砂池問題に對する等角寫像の 2,3 の應用に就て”，土木學會誌，第 33 卷第 1 號，昭 23.