

# 塑性理論を應用したる鐵筋コンクリート部材の破壊理論

正 員 山 田 順 治\*

Theory on Breaking of a Reinforced Concrete Member by the Application of Plastic Theory.

By Junji Yamada, C. E. Member

**要旨:** 本文は、從來の彈性理論を基としたる鐵筋コンクリート部材の破壊理論より、より合理的であるとされて各研究者に依り實驗研究された塑性理論を應用したる鐵筋コンクリート部材の破壊理論を整理し、その傾向を明らかにし、結局コンクリートの應力と變形率の關係を基にした塑性破壊理論が最も優れたものであることを例示した。又今迄の塑性破壊理論では T 形梁を取扱つたものは殆んどないが、T 形梁に就いては著者は一提案をなし、實驗結果と極めて良く一致することを示した。尙今日塑性破壊理論の第一の缺點とされてゐるところの塑性理論は ultimate method であつて、working stress method でないと云ふ點に就いても、之が解決方法を示したものである。

## Summary.

This article explains in order the basis of the plastic theory which has been experimented by many laboratory workers and research students, being considered more reasonable than the breaking theory of a reinforced concrete member basing upon usual elastic theory. After all the writer demonstrated with examples that the plastic theory on breaking based on the relations between stresses and strains of concrete is the best one. The plastic theory has seldom been applied to the T-beam. The writer proposed a formula on the T-beam and demonstrated its accuracy by laboratory experiments. He also presents a new solution avoiding the main weakness of the plastic theory ..... that is that it is an Ultimate Method, but not a Working Stress Method.....

## 目 次

I. 緒 言	III. T 形梁の塑性破壊理論
II. 塑性破壊理論の種類	IV. 龜裂發生時の塑性理論
[1] $n$ の値を使用する塑性破壊理論	[1] 矩形斷面梁
[2] $n$ の値を全然使用せざる塑性破壊理論	[2] T 形梁
[3] コンクリートの收縮に依り生ずる鐵筋 應力を考慮せる塑性破壊理論	V. 結 言

## 1. 緒 言

從來の彈性理論を基にした鐵筋コンクリート部材の設計計算方法で計算した破壊荷重と、破壊時の實測荷重と一致しないことは以前から知られて居た事實である。此の兩者の差は、鐵筋比  $\rho$  が鈎合鐵筋比、或は經濟鐵筋比  $\rho_0$  より大きな場合、即ち梁ならばコンクリートで破壊するよふなときに殊に著しい。

兩者が一致しない原因は一言に云えば、コンクリートの如き脆弱なる可塑性材料に、性理論を應用するためである。殊に破壊時に於てはコンクリートは plastic な状態となり、應力の直線分布は成り立たないし、從來の計算方法に於て採用している  $E_c=140,000 \text{ kg/cm}^2$  の如き値にならないで、従つて彈性係數  $n$  の値も 15 と云ふ一定値とはならない。

之らの缺點を解決すべく 20 年來、多數の研究者に依つて種々の提案がなされている。A. N. Talbot 氏は既に 1905 年に破壊時の應力分布状態を拋物線狀にすべきことを提案している<sup>(1)</sup>。又一定値でない、變化する値で

\* 建設省土木研究所技官

ある彈性係數比  $n$  の値を曖昧であるとして、之を全然使用しない方法を最初に唱へたのは Stüssi 博士である<sup>(2)</sup>。其の後、各國の研究者によつて多種多様の提案がなされた。姑息な方法としては、鐵筋比  $p$  の値の大きな場合には、之に應じてコンクリートの許容應力  $\sigma_{ca}$  も大きくすべきであると云ふものから、Schreyer 氏<sup>(3)</sup>の提案せる理論的方法もある。Schreyer 氏の方法はコンクリートの應力と變形率の關係を基にして、設計計算するもので最も優れてゐると思はれる。

T 形梁の塑性破壊理論を取扱つたものに Saliger 氏のもの<sup>(4)</sup>があるが、實驗結果と一致しない。依つて著者は Whitney 氏の理論<sup>(5)</sup>を T 形梁に應用してみたが、極めて良く實驗結果と一致する。

此の塑性破壊理論も、破壊時の理論としては良いとしても、龜裂を生ずるような場合の應力や抵抗モーメントを求めるのに不合理であるとして相當反對されてゐたのであるが、之も Schreyer 氏<sup>(3)</sup>によつて解決の方法を提案されてゐる。

従來の彈性理論を基にした計算方法では、切角安全率を決めても、計算破壊荷重より實際の破壊荷重が大きいため安全率が極めて曖昧なものとなるが、塑性破壊理論によつて計算すれば、正確な安全率を保ち得て且合理的であつて、將來、従來の彈性理論による方法に取つて代るべきものであると思はれる。

## II. 塑性破壊理論の種類

塑性破壊理論としては、多數の提案があるが代表的なものを整理してみると大體次の如くである。

- |      |                                     |                       |                                      |
|------|-------------------------------------|-----------------------|--------------------------------------|
| 塑性理論 | {                                   | [1] $n$ の値を使用する塑性破壊理論 | (1) $n$ の値のみ變へ、他は従來通りの方法             |
|      |                                     |                       | (2) $n=15$ の一定値を使用し、應力分布を事實に近からしめたもの |
|      |                                     |                       | (3) $n$ の値は變形率 $\epsilon$ からきめるもの    |
|      | [2] $n$ の値を全然使用せざる塑性破壊理論            | (1) 應力分布を曲線と考えたもの     |                                      |
|      |                                     | (2) 應力分布を矩形と考えたもの     |                                      |
|      |                                     | (3) 應力分布を考へないもの       |                                      |
|      | [3] コンクリートの收縮に依つて生ずる鐵筋應力を考慮せる塑性破壊理論 |                       |                                      |

之らに就いて、その概略を述べよう。

### [1] $n$ の値を使用する塑性破壊理論

(1)  $n$  の値のみを變へ、他は従來通りの方法

我が國では  $n=15$  として一定値を使用して居るが、米國、英國等ではより合理的にコンクリートの強度によつて、 $n$  の値を變えて居る。米國では、

$$n = \frac{30,000}{\text{cylinder strength}} \quad (\text{單位 lb/in}^2) \dots\dots\dots(1)$$

なる式を用い、英國では立方體を以て壓縮強度を求めているから、

$$n = \frac{40,000}{\text{cube strength}} \quad (\text{單位 lb/in}^2) \dots\dots\dots(2)$$

なる式を用いている。

此の方法は、従來の方法より一歩合理的ではあるが、應力分布は従來の如く直線状とするので餘り効果はない。

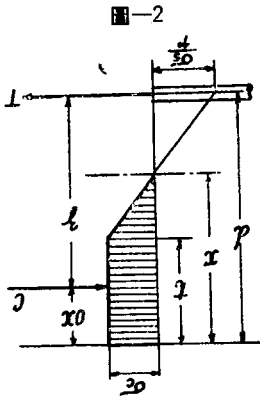
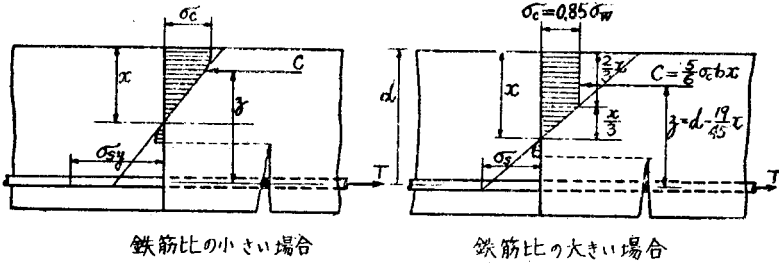
(2)  $n=15$  の一定値を使用し、應力分布を事實に近からしめたもの。

之らの方法には Emperger 氏の方法<sup>(6)</sup>、或は Melan 氏の方法<sup>(7)</sup>などがある。Emperger 氏は鐵筋比  $p$  が小さい場合と大きい場合とでは、その應力分布状態は全然異り、圖一の如く鐵筋比が或る限度以上大きくなると、コンクリートの壓縮應力は殆んど同一の大きさで働き、その大きさは許容曲げ壓縮應力  $\sigma_{ca}$  の約 2.5 倍、即ち  $0.85\sigma_w$  位になるとしている。依つて氏は壓縮應力が一様に分布する區間を  $\frac{2}{3}x$  とすることを提案して次式を得て居る。

$$x = \frac{9}{5} pn \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{10}{9pn}} \right] d \dots\dots\dots(3)$$

$$M = \frac{5}{6} bx \left( d - \frac{19}{45} x \right) \sigma_c \dots \dots \dots (4)$$

圖一



これらの式には  $n$  の値として 15 を用いることは勿論のことである。

Emperger 氏が壓縮應力の一様な區間を  $\frac{2}{3}x$  としたのに対し、Melan 氏は

圖二の如く唯單に  $t$  として、 $t$  の値を一々個々の場合に對して、 $m_0 = \frac{\sigma_{sy}}{\sigma_c} \rho$ 、 $n$  の値から求めたのである。尚、上縁のコンクリート應力を Emperger 氏が  $0.85 \sigma_w$  としたのに対し、標準 cylinder の終極壓縮強度  $\sigma_c$  としたのである。 $t$  の値は、

$$\frac{t}{d} = \frac{2m_0(m_0+n)}{2m_0+n} p - \frac{n}{2m_0+n} \dots \dots \dots (5)$$

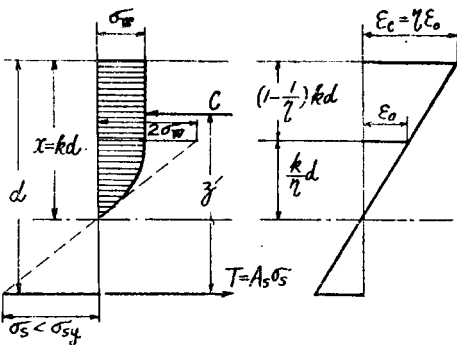
より求め、又重心迄の距離  $0x$  は

$$\frac{0x}{d} \left[ 2 \frac{t}{d} + \frac{n}{m_0+n} \left( 1 - \frac{t}{d} \right) \right] = \left( \frac{t}{d} \right)^2 + \frac{n}{m_0+n} \left( 1 - \frac{t}{d} \right) \frac{t}{d} + \frac{1}{3} \frac{n^2}{(m_0+n)^2} \left( 1 - \frac{t}{d} \right)^2 \dots \dots \dots (6)$$

より求め、從つて破壊曲げモーメントは次の如くなる。

$$M = p \left( 1 - \frac{0x}{d} \right) \sigma_{sy} b d^2 \dots \dots \dots (7)$$

圖三



(3)  $n$  の値は變形率  $\epsilon$  からさめるもの

此の方法には Brandtzaeg 氏の方法<sup>(2)</sup>、Schreyer 氏の方法<sup>(3)</sup>などがある。

Brandtzaeg 氏は、多數の實驗結果、中立軸が可成下方に下ることから、應力分布状態を拋物線とするのが良く一致するとして、圖三の如き破壞變形率  $\eta$  を導入して、

圖三の如き應力分布を提案した。 $\epsilon_0$  は拋物線の頂點に於ける歪である。 $\eta$  及び  $\epsilon_0$  に就いては次式を求めている。

$$\eta = 1.25 + \frac{460}{\sigma_w} - \frac{\sigma_w}{400}$$

$$\epsilon_0 = \left( 6.88 - 0.93 \frac{\sigma_w}{100} \right)^{0.10}$$

又  $n$  の値に就いては、 $n = \frac{E_s}{E_c}$  とし、 $E_c$  に對して、

$$E_c = 95500 + 390 \sigma_w$$

として求めている。此の  $n$  を使用して、

$$k = n\lambda \left( -1 + \sqrt{1 + \frac{2}{n\lambda}} \right)$$

茲に  $\lambda = \frac{3\gamma^2}{3\gamma - 1} \cdot \rho$

$$\sigma_c = 2n\gamma \frac{1-k}{k} \cdot \sigma_w$$

従つて、  $M = C \cdot z = C(z' + d - kd)$

$$= \frac{3\gamma - 1}{3\gamma} \sigma_w bkd \left[ \frac{(6\gamma^2 - 1)kd}{4\gamma(\varepsilon\gamma - 1)} + d - kd \right]$$

$$= \left[ k \left( 1 - \frac{k}{2} \right) - \frac{k}{3\gamma} \left( 1 - k + \frac{k}{4\gamma} \right) \right] bd^2 \sigma_w \dots\dots\dots (8)$$

Schreyer 氏はコンクリートの應力と變形率との關係を双曲線公式を以て表し、相對應力値  $\sigma_y = \frac{\sigma_c}{\sigma_w}$  と變形率の間の關係を近似的に次式で示した。

$$\varepsilon = \frac{\alpha\sigma_y}{\beta - \sigma_y} \dots\dots\dots (9)$$

多數の  $\alpha, \beta$  の値から

$$\varepsilon = \frac{0.63 \times \sigma_y}{1.1 - \sigma_y} \cdot 10^{-3} \dots\dots\dots (10)$$

とした。又  $\varepsilon$  と  $\sigma_y$  と逆にすれば次式を得る。

$$\sigma_y = \frac{\beta\varepsilon}{\alpha + \varepsilon} \dots\dots\dots (11)$$

今此の式を用い、應力分布状態を圖一

4 の如く假定すれば、

$$v = \frac{\beta}{\sigma_y} \left( 1 - \frac{\beta - \sigma_y}{\sigma_y} \ln \frac{\beta}{\beta - \sigma_y} \right) \dots\dots\dots (12)$$

$$u = \frac{1}{v} \frac{\beta}{\sigma_y} \left[ 1.5 - \frac{\beta}{\sigma_y} + \left( \frac{\beta - \sigma_y}{\sigma_y} \right)^2 \ln \frac{\beta}{\beta - \sigma_y} \right] \dots\dots\dots (13)$$

であつて、 $\sigma_y$  の各値に對する之らの値を圖示すれば圖一5 の如くなる。

之れら  $v$  及び  $u$  の値が分れば、コンクリートの線應力と鐵筋應力との間には次の關係がある。

$$\sigma_c = n\sigma_s \frac{d-x}{x}$$

但し、  $n = \frac{E_s}{E_c}$ 、  $E_c = \frac{\sigma_c}{\varepsilon_c}$

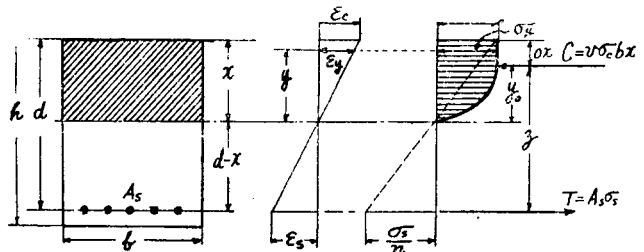
従つて、  $x = \frac{nA_s}{2vb} \left( -1 + \sqrt{1 + \frac{2vb}{nA_s} 2d} \right) \dots\dots\dots (14)$

$x$  が求めれば、 $z$  も求まり

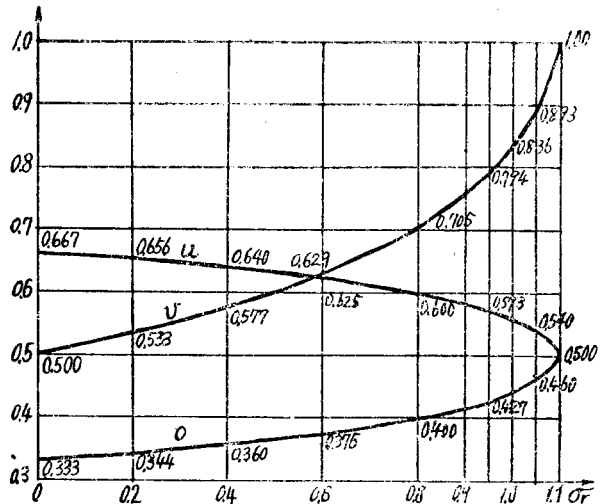
$$\sigma_c = \frac{M}{vbxz} \dots\dots\dots (15)$$

$$\sigma_s = \frac{M}{A_s z} \dots\dots\dots (16)$$

圖一4



圖一5



となる。

[2]  $n$  の値を全然使用せざる塑性破壊理論

(1) 應力分布を曲線と考えたもの

此の方法に Lyse 氏の方法<sup>(1)</sup>, Saliger 氏の方法<sup>(4)</sup>, 棚橋諒氏の方法<sup>(10)</sup>等がある。

Lyse 氏は應力分布の曲線を高次の拋物線形であるとし、 $r$  次の場合に  $j$  を次の如く示した。

$$j = \frac{z}{d} = 1 - \frac{r+1}{2(r+2)} k$$

Lyse 氏は  $k = \frac{1}{2}$ ,  $r = 5$  即ち 5 次の拋物線形とし、

$$j = \frac{11}{14}$$

$$M = \frac{5}{6} \cdot \frac{11}{28} b d^2 \sigma_c = \frac{55}{168} b d^2 \sigma_c \approx \frac{1}{3} b d^2 \sigma_c \dots (17)$$

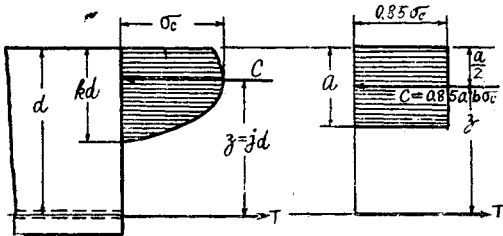
Saliger 氏はコンクリートの角撓強度  $\sigma_p = \frac{3}{4} \sigma_c = 0.75 \sigma_c$  及び  $m = \frac{\sigma_c}{\sigma_p}$  を使用して、

$$\frac{M}{b d^2 \sigma_p} = \frac{v k}{2} (2 - v k) = m p \left( 1 - \frac{m p}{2} \right) \dots (18)$$

なる式を得ている。

更に  $\sigma_s = E_s \varepsilon_s < \sigma_{sy}$ ,  $\sigma_s = \sigma_{sy}$ ,  $\sigma_s > \sigma_{sy}$  の場合に就いて、 $\frac{M}{b d^2 \sigma_p}$  の限界値を與えて居る。

圖-6



(2) 應力分布を矩形と考えたもの

Whitney 氏は 1940 年、破壊時の應力分布を實際には矩形ではないが、事實矩形に近いことから、計算上一致するために圖-6 の如く矩形の應力分布状態を假定して計算することを提案した。コンクリートで破壊する場合には、

$$M = 0.85 \sigma_c a b \left( d - \frac{a}{2} \right) \dots (19)$$

となり、Slater 及 Lyse 氏の多數の實驗結果から  $\frac{a}{d}$  及

$\frac{z}{d}$  の値の平均値を求め、 $\frac{a}{d} = 0.587$ ,  $\frac{z}{d} = 0.732$  を挿入して、

$$\frac{M}{b d^2} = 0.85 \sigma_c \frac{a}{d} \left( 1 - \frac{a}{2d} \right) = \frac{\sigma_c}{3} \dots (20)$$

なる式を得て居る。

(3) 應力分布を考えないもの

Maillart 氏<sup>(11)</sup>は各種の實驗研究から、尤らしい壓縮部の應力分布を導くことは興味はあるかも知れないが、切角勞力を費して無益なことであると云つて居る。その理由はコンクリートの壓縮強度はコンクリートの強度を求むる方法に過ぎないのであつて、梁の壓縮部の強度は、コンクリートの壓縮強度と同じではなく形状に依一つの特質であつて、梁の壓縮部の強度をコンクリートの壓縮強度で云々することは出来ないからである。

依つて Maillart 氏は圖-7 の如く、多數の研究者の實驗結果より、横軸に斷面の性質を示す斷面指數 (Charakteristik des Querschnittes)  $C = p \frac{\sigma_{sy}}{\sigma_w}$  をとり、縦軸に標準抵抵モーメント (Einheits-Widerstandsmoment)  $W = \frac{M}{b d^2 \sigma_w}$  をとつて、その曲線式を求めたのである。

曲線は簡単な拋物線状をなし、斷面指數  $C$  の値の小さな部分では鐵筋の降伏點強度が決定的であるから、此の部分では實驗結果が曲線の下に來て原點からの直線の傾きは 1:1 である。實際に於ては寧ろ傾きが 4/3:1 の直線に適合し、此の直線は拋物線の原點に於ける切線と認め得る。依つて降伏點強度の 1:1 と引張強度の 4/3:1 との平均値をとつて、原點に於ける曲線の切線の傾きが 7/6:1 になるような拋物線を採用したのである。即ち、

$$W = C \left( \frac{7}{6} - C \right) \dots\dots\dots(21)$$

此の拋物線の頂點  $C = \frac{7}{12} = 0.58$  即ち  $W = C^2 = 0.34$   
 以上では鐵筋量を之以上多くしても無益であつて、曲線は此の點から水平となる。依つて鐵筋比の最大値は次の如くなる。

$$p_{\max} = \frac{7}{12} \frac{\sigma_W}{\sigma_{sy}} \dots\dots\dots(22)$$

安全率の問題であるが、普通の計算方法では鐵筋應力の安全率は鐵筋の降伏點強度を基にして 2 としているから、此の場合 2 に近い  $\frac{7}{4}$  とする。コンクリートの安全率はコンクリートの強度が現在の技術を以てしても鐵筋の降伏點強度の如く一定にせしめ得ないから安全率は 3 とする。依つて式(21)一、 $W_s$  はを安全率を考慮した標準抵抵モーメントとすれば次式の如くなる。

$$W_s = C \left( \frac{2}{3} - C \right) \dots\dots\dots(23)$$

此の拋物線の頂點は  $C = 0.33$ ,  $W_s = C^2 = 0.11$  であつて鐵筋比の最大値は

$$p_{\max} = \frac{1}{3} \frac{\sigma_W}{\sigma_{sy}} \dots\dots\dots(24)$$

となり、此の曲線も圖-7 に示す如くである。設計には式(23)を使用すれば良い。

従來の計算の如く此の方法によつて梁の有効高を求めるには、

$$W_s = C \left( \frac{2}{3} - C \right) = \frac{M'}{bd^2\sigma_W}$$

之より 
$$d = \frac{1}{\sqrt{C \left( \frac{2}{3} - C \right) \sigma_W}} \sqrt{\frac{M'}{b}} = \frac{1}{\sqrt{p\sigma_{sy} \left( \frac{2}{3} - p \frac{\sigma_{sy}}{\sigma_W} \right)}} \sqrt{\frac{M'}{b}} = C_1 \sqrt{\frac{M'}{b}} \dots\dots\dots(25)$$

となる。

然るに Bendel 氏<sup>(12)</sup>は上記 Maillart 氏の説に對し、寧ろ次式を提案してゐる。

$$W = \frac{M}{bd^2\sigma_W} = C \left( 1 - \frac{C}{2} \right) = ac' \left( 1 - \frac{ac'}{2} \right) \dots\dots\dots(26)$$

茲に  $a = \frac{\sigma_s}{\sigma_{sy}}$ ,  $C' = p \frac{\sigma_{sy}}{\sigma_W}$ ,  $C = p \frac{\sigma_s}{\sigma_W}$

今例を Bach 氏及び Graf 氏の 圖-8 の如き Kontrollbalken に就いて行つた實驗結果<sup>(13)</sup> にとつて、上記各理論を比較して見よう。梁番號 666 の Kontrollbalken を例にとれば、自重 108.5 kg であるから自重に依る曲げモーメント  $M_g$  は、

$$M_g = \frac{108.5}{2.5} \times 2.5^2 \times 100 = 3390 \text{ kgcm}$$

となり、自重を考慮した曲げモーメント  $M - M_g$  より破壊荷重  $P$  を求め、實際の破壊荷重と比較すれば表-1 の如くである。尙此の梁の鐵筋比  $p$  は 0.0552 である。

表-1 に於て最も誤差の少いものは、コンクリート應力と變形率の關係を基とした Schreyer 氏及び Brautz aeg 氏の方法である。

[3] コンクリートの收縮に依つて生ずる鐵筋應力を考慮せる塑性破壊理論 Gebauer<sup>(14)</sup> 氏は又異つた觀點から圖-9 の如く、引張點筋の重心線から梁の下縁迄の距離の 2 倍、即ち  $2e$  の範圍にコンクリートの收縮に依つて生ずる鐵筋應力を考慮して、曲げ應力  $\sigma_e$  の 1 割の引張應力が働くものとして、荷重により圖の如く 3 つ

圖-7

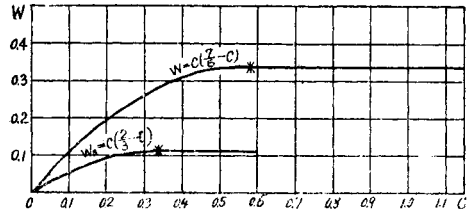


圖-8

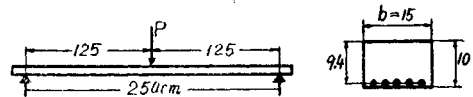
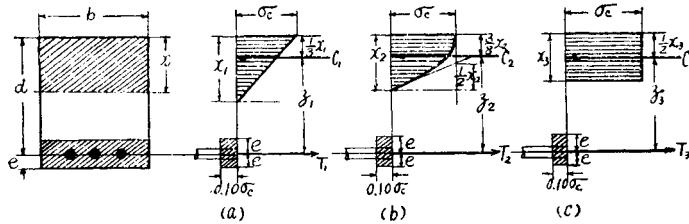


表-1

	曲げモーメント $M-Mg$ kgcm	破壊荷重 $P$ kg	誤差 %	摘要
Bach 及 Graf 實驗結果	111 300	1835		
従來の彈性理論	61,610	986	-46.2	
Emperger	102,810	1645	-10.3	式-(4)
Melan	102 210	1635	-10.9	式-(7)
Brandtzaeg	123.610	1978	+ 7.8	式-(8)
Schreyer	118,510	1869	+ 3.5	式-(15)
Lyse	77.410	1240	-32.4	式-(17)
Saliger	86,110	1377	-25.0	式-(18)
Whitney	77.410	1240	-32.4	式-(20)
Maillart	92,100	1474	-19.7	式-(21)
Bendel	108,910	1743	- 5.0	式-(26)

圖-9



の場合を考えたのである。

圖-9 の (a) の場合に就いては、

$$C = \frac{1}{2}bx\sigma_c = T = A_s\sigma_s + (2be - A_s)\alpha\sigma_s$$

$$p = \frac{A_s}{bd}, \quad \alpha = 0.1, \quad m = \frac{\sigma_s}{\sigma_c}, \quad m' = m - 0.1, \quad \beta_0 = pm'$$

$$x = 2d\beta_0 + 0.4e, \dots\dots\dots(27)$$

$$z = d - \frac{1}{3}x$$

$$M = ez = Tz \dots\dots\dots(28)$$

となり、以下同様であり此の方法も比較的實驗結果と良く一致する。

III. T形梁の塑性破壊理論

多數の研究者に依つて、今日塑性理論を鐵筋コンクリート部材の破壊理論に應用することが試みられて來たことは前述の通りであるが、その殆んどが梁に於ては矩形断面の梁にのみ限られて居つて、T形梁に迄言及して居るのは Saliger 氏のみのものである<sup>(4)</sup>。

Saliger 氏は T形梁に就いても矩形断面梁と同様の理論及び公式を使用して居る。従來の T形梁の計算方法と同様に計算の簡略のために、圖-10 の如く中立軸と突縁下側の間の壓縮應力は僅少であるから無視して、突縁

にのみ働く全壓縮力  $C$  は  $C = vbt\sigma_c$  となる。一方引張力  $T$  は  $T = A_s\sigma_s$  である。今鐵筋比  $p = \frac{A_s}{bt}$  であり、 $\varphi = \frac{t}{d}$  とすれば、 $C = T$  より、

$$vbt\sigma_c = A_s\sigma_s$$

$$\therefore v\varphi = p \frac{\sigma_s}{\sigma_c}$$

$$m = \frac{\sigma_s}{\sigma_c} \text{ より、} \quad v\varphi = pm$$

$$z = d - \frac{vt}{2} = \left(1 - \frac{v\varphi}{2}\right)d$$

依つて曲げモーメントは、

$$M = C \cdot z = v\varphi b d \sigma_c z$$

$$\therefore \frac{M}{bd^2\sigma_c} = \frac{v\varphi}{2} (2 - v\varphi) = \frac{mp}{2} (2 - mp) \dots\dots\dots(29)$$

或は、 $M = \frac{mp}{2} (2 - mp) b d^2 \sigma_c \dots\dots\dots(30)$

今鐵筋比の夫々異なる 圖-11 の如き 5 種類の T 形梁を例にとつて、實際に Saliger 氏の理論が實驗とよく一致するかどうか調べて見よう。

此の 5 種類の T 形梁の實驗結果は 表-2 の如くである。

圖-10

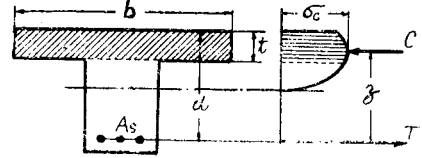


圖-11

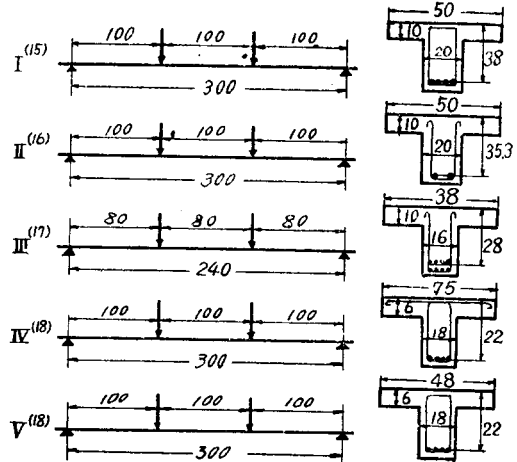


表-2

梁の種類	鐵筋 mm	鐵筋斷面積 $A_s$ cm <sup>2</sup>	鐵筋比 $p$	破壊荷重 $P$ kg	破壊曲げモーメント $M$ kgcm	立方體強度 $\sigma_w$ kg/cm <sup>2</sup>	換算標準圓鑄強度 $\sigma_c$ kg/cm <sup>2</sup>
I	4~ $\phi$ 20	12.57	0.0066	27,500	1,375,000	229	199
II	2~ $\phi$ 40	25.13	0.0143	42,667	2,133,300	251	218
III	8~ $\phi$ 16	16.08	0.0151	16,600	1,328,000	250	217
IV	4~ $\phi$ 30	28.27	0.0171	21,330	2,133,000	112	108
V	4~ $\phi$ 30	28.27	0.0267	13,150	1,315,000	123	97.4

表-3

梁の種類	全高 $h$ cm	有効高 $d$ cm	中立軸位置 $x$ cm	突縁厚 $t$ cm	$M_c = \frac{\sigma_c}{\sigma} bt \left( \sigma d - 3t - \frac{3dt}{x} + \frac{2t^2}{x} \right)$	$M_s = \sigma_s A_s jd$
I	40	38	14.1	10	2,010,000	1,247,000
II	40	35.3	18.0	10	2,438,000	2,807,295
III	32	28	16.3	10	1,356,000	1,145,000
IV	25	22	12.2	6	802,000	1,640,000
V	25	22	14.25	6	426,000	1,635,000



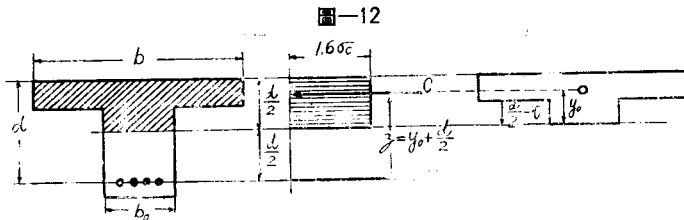
之に對し、從來の計算方法に依る破壊曲げモーメントを求めれば表-3 の如くである。但し計算には  $\sigma_c$  及  $\sigma_s$  には安全率を見込まず、 $\sigma_c$  には標準閾値壓縮強度をそのまま、 $\sigma_s$  には鐵筋の降伏點強度を使用せるものである。

表-3 に依ると表-2 の實際の破壊曲げモーメントと一致しないことが分る。

次に Saliger 氏の方法によつて破壊曲げモーメントを求めて見ると表-4 の如くなる。此の表-4 の結果から、鐵筋比  $p$  の比較的大きい IV, V 等の梁に於てコンクリートの塑性性に依つて破壊すると觀らるゝ重要な種類に於て、Saliger 氏の方法は實際の破壊曲げモーメントと一致しない。

表-4

梁の種類	$\sigma_c$	$bd^2$ cm <sup>3</sup>	$\sigma_c bd$	$pm$	$\frac{bm}{2}(2-mp)$	曲げモーメント kgcm	實際の破壊曲げモーメント kgcm
I	199	72,200	14,360,000	0.099	—	—	—
II	218	62,300	13,580,000	0.197	0.177	2,400,000	2,133,300
III	217	29,792	6,460,000	0.209	0.187	1,209,000	1,328,000
IV	108	36,300	3,920,600	0.476	0.359	1,407,000	2,133,000
V	97.4	23,232	2,264,000	0.822	0.484	1,095,000	1,315,000



依つて著者は Whitney 氏が矩形断面梁に唱へた塑性理論のを T 形梁に應用し得ると考へて見た。

中立軸の位置を  $\frac{d}{2}$  とし、中立軸と突縁上端の間の壓縮部分に一樣に  $1.6\sigma_c$  の壓縮應力が作用するものとする。然るときは曲げモー

メントは、

$$M=C \cdot z = \left[ bt + b_0 \left( \frac{d}{2} - t \right) \right] < 1.6\sigma_c \times \left( y_0 + \frac{d}{2} \right) \dots\dots\dots(31)$$

であつて、一方中立軸より上部の断面の重心に全壓縮力  $C$  が作用するから、中立軸からその重心迄の距離を  $y_0$  とすれば、

$$y_0 = \frac{bt \left( \frac{d}{2} + \frac{t}{2} \right) + \frac{b_0}{2} \left( \frac{d_0}{2} - t \right)^2}{bt + b_0 \left( \frac{d}{2} - t \right)} \dots\dots\dots(32)$$

であり、此の  $y_0$  の値を式-(31)に代入すれば、

$$M = 1.6\sigma_c \left[ bt \left( \frac{d}{2} + \frac{t}{2} \right) + \frac{b_0}{2} \left( \frac{d}{2} - t \right)^2 \right] + 0.8\sigma_c d \left[ bt + b_0 \left( \frac{d}{2} - t \right) \right] \dots\dots\dots(33)$$

となり、此の式を以て塑性理論を應用して T 形梁を設計する場合の式とすることを提案したい。

表-5

梁の種類	$A = \left[ bt \left( \frac{d}{2} + \frac{t}{2} \right) + \frac{b_0}{2} \left( \frac{d}{2} - t \right)^2 \right]$	$B = bt + b_0 \left( \frac{d}{2} - t \right)$	$16\sigma_c A$	$0.8\sigma_c d B$	$M$ kgcm	實際の破壊曲げモーメント kgcm
III	7348	444	1,300,000	77,000	1,377,000	1,328,000
IV	6525	540	1,128,000	1,026,000	2,154,000	2,133,000
V	42.7	378	662,500	647,500	1,310,000	1,315,000

今式(33)を用いて比較的鐵筋比の大きい前記 III, IV, V の梁に就て破壊曲げモーメントを求めれば表一5の如くである。

之れに依れば極めて良く計算結果と實驗結果と一致することが分る。但し鐵筋比  $p$  が相當大きな場合にのみ使用すべきであつて、其の限界は著者が嘗て鐵筋コンクリートの床版で計算した如く<sup>(10)</sup>、大體  $p=0.015$  あたりにある様であつて、之れ以上からコンクリートの塑性が作用して破壊時にコンクリートの應力分布の影響が大きく響いて來るものと思はれる。

IV. 龜裂發生時の塑性理論

鐵筋コンクリート部材の設計に塑性理論を用うことは、合理的であるにも拘らず、今日尙相當の反對を受けてゐる第一の理由と思はれるものは、塑性理論は ultimate method であつて、working stress method ではないと云ふ點である。即ち、塑性理論では梁や版の設計は出来るが、龜裂を丁度生ずる如き場合の應力や曲げモーメントを求めるのに不合理であるとされていたのである。

然し此の問題も Schreyer 氏によつて解決の方法が提案されて居り<sup>(11)</sup>、龜裂曲げモーメントを弾性係數比  $n$  を用いなくて計算出来るのである。事實又從來の弾性理論を基にして  $n$  の一定値を以て計算する方法は實際に生ずる龜裂の安全性と一致しない。依つて使用材料の強度及び弾性或は塑性等の特質を考え、實際の應力状態を計算に考慮して龜裂曲げモーメントを求めねばならない。

Schreyer 氏がコンクリートの縦方向の變形は破壊に到る迄壓縮した場合式(10)の如き双曲線關係で求め得ることを示したことは既述の如くである。然し又一般に變形率はコンクリート強度の増加と共に増大するから次の如く表しても良い。

$$\epsilon_{wc} = \frac{(400 + \sigma_w) \sigma_y}{1.1 - \sigma_y} \cdot 10^{-6} \dots \dots \dots (34)$$

コンクリートが引張を受けた場合には、

$$\epsilon_{ct} = \frac{(25 + \sigma_t) \sigma_y}{1.3 - \sigma_y} \cdot 10^{-6} \dots \dots \dots (35)$$

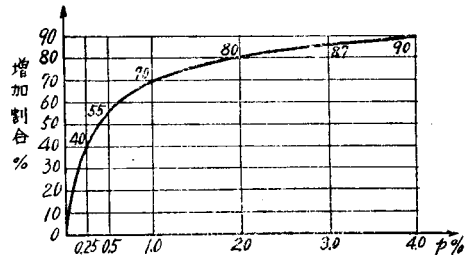
とし、 $\sigma_t$  はコンクリートの引張強度とする。 $\sigma_y=1$  に對して無筋コンクリートの最大歪の値は次の如くなる。

$$\epsilon_{ct} = \frac{25 + \sigma_t}{0.3} \cdot 10^{-6} \dots \dots \dots (36)$$

表一6

$p$	%	増加割合	%
0.25		40	
0.50		55	
1.00		70	
2.00		80	
3.00		87	
4.00		90	

圖一13



鐵筋コンクリートに於ては無筋コンクリートよりその伸長性は著しく大きく、多數の實驗結果によれば鐵筋比  $p$  が増加するに伴つて、龜裂荷重も増大するのである。普通の被りで良好なる配筋では伸長率の増加割合は表一6、圖一13の如くである。

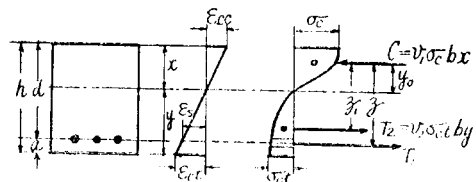
[1] 矩形斷面梁

圖一14の如く、龜裂の生ずる以前の任意の應力状態に對する平衡條件は、

$$v \cdot \sigma_c b x = v_s \sigma_s b y + A_s \sigma_s \dots \dots \dots (37)$$

中立軸の位置  $x$  を求むるには、

圖一14



$$\sigma_{yt} = \frac{\sigma_{ct}}{\sigma_t} \text{ より } \sigma_{ct} = \sigma_{yt} \sigma_t$$

又式(11)より  $\sigma_s = \frac{\beta \varepsilon}{\alpha + \varepsilon} \sigma_w$

であり,  $\gamma = \frac{A_s}{bh} \frac{y-a}{y} \frac{n_t}{v_2}$ ,  $n_t = \frac{E_s}{E_{ct}}$ ,  $E_{ct} = \frac{\sigma_{ct}}{\varepsilon_{ct}}$ ,  $k = \frac{\sigma_w}{\sigma_t}$

とすれば,  $\sigma_s = \varepsilon_{ct} E_s \frac{y-a}{y}$   
 で之れらを式(37)に代入し,

$$g = \frac{\alpha}{\varepsilon_{ct}}, \quad g = \beta \frac{v_1}{v_2} \frac{k}{\sigma_{yt}} (g-1)$$

とすれば,

$$qx^2 + \{(\gamma+2) - (\gamma+1)\}hx - (\gamma+1)gh^2 = 0$$

$$\therefore x = - \left\{ \frac{g(\gamma+2) - (\gamma+1)}{2g} + \sqrt{\left[ \frac{g(\gamma+2) - (\gamma+1)}{2g} \right]^2 + \frac{g(\gamma+1)}{g}} \right\} h \dots\dots\dots(38)$$

$$M = v_2 \sigma_{ct} b y z_1 + A_s \sigma_s z \dots\dots\dots(39)$$

式(39)によつて  $\sigma_{yt} = 1$  即ち  $\sigma_{ct} = \sigma_t$  なる場合, 一定のコンクリート強度及び鐵筋比に對して龜裂曲げモーメントを求め得る。

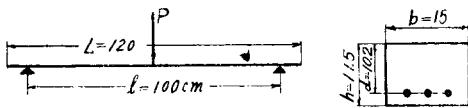
Schreyer 氏は上記の理論より, より實用的な近似式で殆んど同一の結果を得るとして, 無筋コンクリートの破壊曲げモーメント  $M$  を,  $M = \rho b h^2 \sigma_t$  とすれば,

$$M = \rho b h^2 \sigma_t + 1.5 A_s \varepsilon_{ct} d \dots\dots\dots(40)$$

なる式をあげて居る。  $\varepsilon_{ct}$  は此の式では  $10^3$  倍の値を挿入すれば良い。

今1例(20)として圖-15の如き梁をとつて比較してみよう。

圖-15



實測では  $P = 450$  kg で龜裂が入つたから, 實測龜裂曲げモーメントは,

$$M = \frac{Pl}{4} + \frac{G}{2} \left( \frac{l}{2} - \frac{d}{4} \right) = 11,750 \text{ kgcm}$$

である。

従來の計算方法に依れば  $\sigma_{ct} : \sigma_{sa} = 40 : 1200$  として  $d = C_1 \sqrt{\frac{M}{b}}$  の  $C_1$  の値は 0.411 であるから

$$M = \frac{b d^2}{C_1^2} = 5.926 b d^2 = 9,250 \text{ kgcm}$$

となる。

之を此の新方法で計算すれば, 鐵筋比 0.0056 に對する變形の増加割合は, 圖-13 より 56.8% となるから,

$$\varepsilon_{ct} \cdot 10^{-6} = 1.563 \frac{25 + 16.7}{0.3} = 218$$

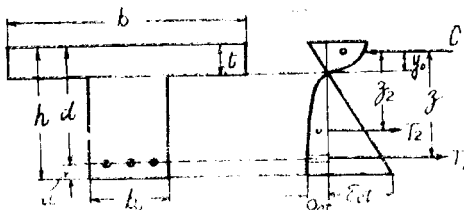
$$\rho = 0.255, \quad M = 0.255 \times 15 \times 11.5^2 \times 16.7 + 1.5 \times 0.85 \times 218 \times 10.2 = 11,230 \text{ kgcm}$$

となり, 實測龜裂曲げモーメントの誤差は僅かに 4% に過ぎないが, 従來の方法によれば誤差は 21% となる。

[2] T形梁

T形梁の場合には計算を簡略にするために中立軸を突縁の下側に一致して採り, 圖-16の如く  $x = t$  とする。又突縁の壓縮有効幅  $b$  を腹部の幅  $b_0$  の何倍か即ち  $b = \xi b_0$  とすれば, 矩形断面梁の場合と同様に  $x$  或

圖-16



は  $h$  を次式に依つて求め得る。

$$x = \left\{ -\frac{g(\gamma'+2) - (\gamma'+1)}{2q'} + \sqrt{\left[ \frac{g(\gamma'+2) - (\gamma'+1)}{2q'} \right]^2 + \frac{q(\gamma'+1)}{q'}} \right\} h \dots\dots\dots (41)$$

茲に  $g = \frac{\alpha}{\epsilon_{st}}$ ,  $q' = \xi\beta \frac{v_1}{v_2} \frac{k}{\sigma_{yz}} - (g-1)$ ,  $\gamma' = \frac{A_s}{b_0h} \frac{y-a}{y} \frac{n_s}{v_2}$

鐵筋コンクリートの無筋コンクリートに對する變形率增加は、T 形梁の腹部に關する鐵筋比  $\rho' = \frac{A_s}{b'd}$  に對して計算するものとする。 $\sigma_s = \frac{y-a}{y} \epsilon_{st} E_s$  であるから、

$$M = v_2 \sigma_{st} b_0 y z_2 + A_s \sigma_s z \dots\dots\dots (42)$$

此の式で  $\sigma_{st} = \sigma_s$  とすれば龜裂曲げモーメントが求まる。

T 形梁に於ても矩形断面梁と同様に、式(42)の代りに使用上簡略のため次式の近似式で充分である。

$$M = \rho' \sigma_s b_0 h^2 + \rho' A_s \epsilon_{st} d \dots\dots\dots (43)$$

$\epsilon_{st}$  の値は矩形断面梁と同様に 10<sup>6</sup> 倍したものを挿入しなければならない。

$\sigma_{st} = \sigma_{yt} \sigma_s$ ,  $y = Kh$ ,  $z_2 = K'h$  とすれば、

$$\rho' = v_2 \sigma_{yt} K K', \quad \rho' = \frac{K-0.1}{K} E_s \frac{K'}{0.9}$$

であつて、之ら  $\rho'$ ,  $\rho'$  の値は壓縮有効幅と腹部の幅との比によつて異り表-7 の如くなる。

表-7

$\xi = \frac{b}{b_0}$	$\rho'$	$\rho'$
8	0.35	1.72
6	0.340	1.70
5	0.335	1.68
4	0.330	1.64
3	0.320	1.60
2	0.290	1.55
1	0.250	1.50

V. 結 言

以上各研究者に依つて研究された鐵筋コンクリート部材の塑性破壊理論を述べたが、最も理論的であり且事實と良く適合するものは、應力と變形率との間の關係を實驗によつて求めて、之を基礎とした Schreyer 氏の方法である。將來塑性破壊理論も此の方向に進展すべきものであると思ひ、當所に於ても Schreyer 氏が立方體を壓縮して應力と變形率との間の關係を求めたのに對し、標準圓筒供試體を壓縮して此の關係を求め、梁の實驗を行へば計畫中である。

塑性理論と彈性理論を比較すると、從來の彈性理論よりより簡單であり實驗結果とも良く一致する。之は塑性理論の最も大きな利點である。

又一方塑性理論の缺點の第一の理由とされて居た龜裂發生時の應力或は曲げモーメントを求めることが不可能であると云ふことは、前述の Schreyer 氏の提案

によつて補ひ得るのであり、又極めて良く事實とも適合するのである。

從來の曖昧なる彈性理論に代つて、材料節約上よりも、又安全率確定の上からも鐵筋コンクリート部材の塑性破壊理論は究明されねばならない問題である。

参 考 文 献:

- (1) Der Beiwert n im Eisenbetonbau, B. u. E., Heft 7, 1937.
- (2) The Modular Ratio, Concrete and Constructional Eng. Jan., Feb., March, 1937.
- (3) Elastizität und Festigkeit des Betons auf Grund von Würfelversuchen und relativen Spannungen, B. u. E. Heft. 3, 1933.
- (4) Bruchzustand und Sicherheit im Eisenbetonbalken, B. u. E. Heft. 19, 20, 1935.
- (5) Plastic Theory of Reinforced Concrete Design, A. S. of C. E., Dec. 1940.
- (6) Rissesicherheit und Dehnungsvermögen des Betons und Eisenbetons, B. u. E. Heft. 7, 1939.
- (7) Der Beiwert n, B. u. E., Heft 19, 1936.

- (8) Die Biegebruchspannungen des Eisenbetonbalken, B. u. E., Heft 19, 1936.
- (9) Die Bruchspannungen und die zulässigen Randspannungen in rechteckigen Eisenbetonbalken, B. u. E., Heft 13, 1936.
- (10) 弾率比に依らざる鐵筋コンクリート部材の強度, 土木學會誌, 第 25 卷第 8 號.
- (11) Aktuelle Fragen des Eisenbetonbaues, Schweizerische Bauzeitung, Jan. 1937.
- (12) Bemerkungen zum Aufsatz von R. Maillart über Aktuelle Fragen des Eisenbetonbaues, Schweizerische Bauzeitung, Mai. 1938.
- (13) Prüfung von Balken zu Kontrollversuchen, Heft Deutscher Ausschuss für Eisenbeton, 1912.
- (14) Berechnung der Eisenbetonbalken unter Berücksichtigung der Schwindspannungen im Eisen, B. u. E. Heft 9; 1934.
- (15) Mörsch; Der Eisenbetonbau, 1 Bd., 1 Hälfte, p. 39.
- (16) Heft10, Deutschen Ausschuss für Eisenbeton, 梁番號 15.
- (17) P. Saliger, Der Eisenbeton p. 345, 梁番號 17.
- (18) Mörsch; Der Eisenbetonbau, 1 Bd., 1 Hälfte, p. 211.
- (19) 塑性理論を用いた鐵筋コンクリート床版の設計例, 内務省土木試験所概報第 12 號, p. 7.
- (20) H. Olsen Über den sicherheitsgrad von hochbeanspruchten Eisenbetonkonstruktionen, S. 78, Tafel 15 梁番號 A<sub>1-3</sub>. (昭 23, 8, 5. 受付)

## 堰堤コンクリートの強度規準並びに剪斷強度に就て(其の一)

正 員 畑 野 正\*

Strength Standard and Shearing Strength of Dam Concrete (I)

By Tadashi Hatano, C. E. Member

### 要 旨

堰堤コンクリートの強度は従來壓縮強度を以て、その規準としてゐるが、應力状態が二次元的乃至三次元的であるコンクリート堰堤の場合に於ては剪斷強度(その面に作用する直壓力との關聯に於て)を以て規準とすべきであることを述べ、更に従來の剪斷強度に關する理論及び實驗が、コンクリート堰堤の場合には適用されない事を指摘し、筆者の新しい剪斷強度試験法を述べたものである。

### Summary.

The writer states, that heretofore compression strength has been the Strength standard of dam concrete, but that the proper standard should be shearing strength (in relations to the normal pressure on the surface) in case of dam concrete where the stresses are 2-dimensional or 3-dimensional. He explains his own new examination method of shearing, pointing out that the usual theory and experiments on shearing strength is not applicable to dam concrete.

### 目 次

- |                       |                   |
|-----------------------|-------------------|
| 1. 緒 言                | 5. 堰堤コンクリートの強度の規準 |
| 2. 従來のコンクリート剪斷強度理論の検討 | 6. 結 語            |
| 3. 従來のコンクリート剪斷強度試験の検討 | 附 記               |
| 4. 堰堤コンクリート剪斷強度試験の一案  |                   |

\* 日本發達電氣力技術研究所員。