

## 撓角撓度法による一方向連続版の解法

正 員 成 岡 昌 夫\*

Solution of a Continuous Plate in One Direction by the Slope Deflection Method.

By Masao Naruoka, C. E. Member

**要旨** 相対する2邊にて單純支持され、その邊に直角な方向に於て彈性梁にて支えられた矩形板が、垂直荷重を受ける場合に就て、撓角撓度公式を導いて、簡単に解く方法を示したものである。

**Summary.** This article presents formulae for the easy solution by the slope deflection method of problems involving rectangular plates simply supported on two sides and on the other 2 sides by elastic beams and supporting a vertical load.

|                  |                     |
|------------------|---------------------|
| 目 次              |                     |
| 1. 緒 言           | 3. 多數の剛支承にて支えられた連續版 |
| 2. 版に應用した撓角撓度法公式 | 4. 多數の彈性梁にて支えられた連續版 |
|                  | 5. 結 言              |

### 1. 緒 言

従來版の研究といえば、殆ど1個の版が種々の境界条件を有する場合を取扱つて來たのであるが、實際に用いられている版の實例を見ると、連續していることが多いし、又その連續點で梁によつて彈性的に支持されているのである。鋼道路橋の鐵筋コンクリート床版などはそのよい實例である。

さて版が彈性梁にて支持されている場合を取扱つたものに E. Müller<sup>(1)</sup>、E. Weber<sup>(2)</sup> 等の論文があり、本邦でも坪井<sup>(3)</sup>、藤井<sup>(4)</sup> 兩博士の研究等があるが、本研究は E. Weber の取扱つた如き、相対する2邊にて單純支持された版が、中間で彈性梁にて支えられる場合に就て撓角撓度法公式による解法を試み、その解法の單純化を計つたものである。本解法に従えば、従來の如く、未定積分常數間の方程式を誘導する必要なく、頗る便利である。

かゝる彈性版の計算に當り、假定せられる事項は次のようである。

1. 版は等方質であつて薄く、その撓みは厚さに比較して小さい。
2. 版は相対する2邊にて單純支持されている。なお、この2邊と直角の方向に或間隔をおいて、單純梁で支持され、梁と版は接合邊に沿つて等しい撓みをなし、版は梁から、又隅で浮上ることのないように支持されているものとする。
3. 梁の振り剛さは考慮しない。従つて梁には引張應力、壓縮應力のみが生ずる。

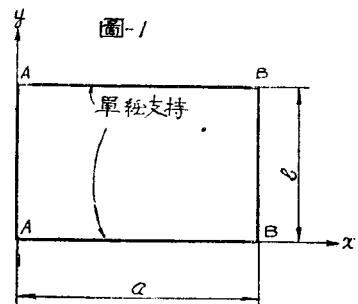
### 2. 版に應用した撓角撓度法公式

#### (1) 基本式の誘導

圖-1 の如く  $x$  軸に平行な2邊にて單純支持された矩形版を考え、境界条件は次の如きものとする。

1.  $y=0$ 、及  $b$  にて、 $w=0$ 、 $\Delta w=0$  即ち Navier の条件が成立する。
2.  $x=0$  及  $a$  に於ける撓み、曲げモーメントは次式にて表される値をとる。

$$x=0; \delta_A = \sum_{n=1}^{\infty} \delta_{An} \sin \beta_n y, M_A = \sum_{n=1}^{\infty} M_{An} \sin \beta_n y$$



\* 京都大學助教授

$$x = a; \delta_B = \sum_{n=1}^{\infty} \delta_{Bn} \sin \beta_n y, M_B = \sum_{n=1}^{\infty} M_{Bn} \sin \beta_n y$$

但し  $\beta_n = \frac{n\pi}{b}$

一般に垂直荷重を受けない版の撓曲面の微分方程式は

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = 0 \dots\dots\dots (1)$$

上式の解として

$$w = \sum_{n=1}^{\infty} X_n \sin \beta_n y \dots\dots\dots (2)$$

と置けば、(2)式は条件 1. を満足する。次に(2)式を(1)式に代入して解けば、結局次の(3)式を得る。

$$\omega = \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cosh \beta_n x + B \sinh \beta_n x + C_n \beta_n x \cosh \beta_n x + D_n \beta_n x \sinh \beta_n x) \sin \beta_n y \dots\dots\dots (3)$$

条件 2. を用い  $\alpha_n = \frac{n\pi a}{b}$  として、上の諸常数を決定すると次のようになる。

$$\begin{aligned} A_n &= \delta_{An} \\ B_n &= \delta_{Bn} \left\{ \frac{1}{\sinh \alpha_n} + \frac{(1-\nu)\alpha_n \cosh \alpha_n}{2 \sinh^2 \alpha_n} \right\} - \delta_{An} \left\{ \frac{\cosh \alpha_n}{\sinh \alpha_n} + \frac{\alpha_n(1-\nu)}{2 \sinh^2 \alpha_n} \right\} \\ &\quad - \frac{M_{An}}{N} \frac{\alpha_n}{2\beta_n^2 \sinh^2 \alpha_n} + \frac{M_{Bn}}{N} \frac{\alpha_n \cosh \alpha_n}{2\beta_n^2 \sinh^2 \alpha_n} \\ C_n &= -\delta_{Bn} \frac{(1-\nu)}{2 \sinh \alpha_n} + \delta_{An} \frac{(1-\nu)\cosh \alpha_n}{2 \sinh \alpha_n} \\ &\quad + \frac{M_{An}}{N} \frac{\cosh \alpha_n}{2\beta_n^2 \sinh \alpha_n} - \frac{M_{Bn}}{N} \frac{1}{2\beta_n^2 \sinh \alpha_n} \\ D_n &= -\frac{M_{An}}{N} \frac{1}{2\beta_n^2} - \delta_{An} \frac{(1-\nu)}{2} \end{aligned}$$

但し N = 版剛度

これらの常数を用いた(3)式は、2 邊  $x=0$  及  $a$  に於て条件 2. にて表される曲げモーメントを受け、且その邊の撓みが同じく条件 2. にて表される値をとる場合の、版の撓曲面の方程式である。上式にて  $\delta_{An} = \delta_{Bn} = 0$  と置けば

$$\begin{aligned} w = \frac{1}{2N} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \beta_n y}{\beta_n^2 \sinh^2 \alpha_n} \left\{ (M_{Bn} \cosh \alpha_n - M_{An}) \alpha_n \sinh \beta_n x \right. \\ \left. + (M_{An} \cosh \alpha_n - M_{Bn}) \sinh \alpha_n \beta_n x \cosh \beta_n x - M_{An} \sinh^2 \alpha_n \beta_n x \sinh \beta_n x \right\} \end{aligned}$$

となり、W. Krieger の論文<sup>(5)</sup>にある式と同一となる。

さて(3)式の  $x$  に關する第 1 次微係数ととり、

$$\frac{\partial w}{\partial x} = \sum_{n=1}^{\infty} \theta_{An} \sin \beta_n y, \quad \frac{\partial w}{\partial x} = \sum_{n=1}^{\infty} \theta_{Bn} \sin \beta_n y \dots\dots\dots (4)$$

と置けば、(4)式の  $\theta_{An}$ ,  $\theta_{Bn}$  は次式にて表される。

$$\left. \begin{aligned} \theta_{An} &= \frac{M_{An}}{N \cdot \beta_n} c(\alpha_n) + \frac{M_{Bn}}{N \cdot \beta_n} s(\alpha_n) + \beta_n \{ \delta_{Bn} d(\alpha_n) - \delta_{An} t(\alpha_n) \} \\ \theta_{Bn} &= -\frac{M_{An}}{N \cdot \beta_n} s(\alpha_n) - \frac{M_{Bn}}{N \cdot \beta_n} c(\alpha_n) + \beta_n \{ \delta_{Bn} t(\alpha_n) - \delta_{An} d(\alpha_n) \} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

茲に

$$\left. \begin{aligned} c(\alpha_n) &= \frac{\sinh \alpha_n \cosh \alpha_n - \alpha_n}{2 \sinh^2 \alpha_n}, \quad s(\alpha_n) = -\frac{\alpha_n \cosh \alpha_n - \sinh \alpha_n}{2 \sinh^2 \alpha_n} \\ d(\alpha_n) &= \frac{(1+\nu) \sinh \alpha_n + (1-\nu) \alpha_n \cosh \alpha_n}{2 \sinh^2 \alpha_n} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

撓角撓度法による一方向連続版の解法

$$t(a_n) = \frac{(1+\nu)\sinh a_n \cosh a_n + (1-\nu)a_n}{2 \sinh^2 a_n}$$

次に邊 AA', 邊 BB' に於ける反力を求めるために

$$\left. \begin{aligned} -N \left\{ \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + (2-\nu) \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} \right\}_{x=0} &= \sum_{n=1}^{\infty} V_{An} \sin \beta_n y \\ -N \left\{ \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + (2-\nu) \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} \right\}_{x=a} &= \sum V_{Bn} \sin \beta_n y \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

と置けば、(7)式の  $V_{An}$ ,  $V_{Bn}$  は次式にて表される。

$$\left. \begin{aligned} V_{An} &= -M_{An}\beta_n t(a_n) + M_{Bn}\beta_n d(a_n) + N\beta_n^3 \{ \delta_{Bn} f(a_n) - \delta_{An} v(a_n) \} \\ V_{Bn} &= -M_{An}\beta_n d(a_n) + M_{Bn}\beta_n t(a_n) + N\beta_n^3 \{ \delta_{Bn} v(a_n) - \delta_{An} f(a_n) \} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

茲に

$$\left. \begin{aligned} f(a_n) &= \frac{(3-2\nu-\nu^2)\sinh a_n + (1-\nu)^2 a_n \cosh a_n}{2 \sinh^2 a_n} \\ v(a_n) &= \frac{(3-2\nu-\nu^2)\sinh a_n \cosh a_n + (1-\nu)^2 a_n}{2 \sinh^2 a_n} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

上の各式では、曲げモーメントは梁の場合と同じく、下側に張力を生ずるものを正としている。これを撓角撓度法に於ける撓角及材端曲げモーメントの符號の規約と比較すると、

1.  $\theta$  の符號は元の通りでよい。
2.  $M_{An}$  は  $M_{AB,n}$  として符號は元の通り、 $M_{Bn}$  は  $-M_{BA,n}$  として符號を變ずる。

この関係によつて、撓角撓度法に於ける端モーメント及撓角の符號にかえて(5)式を書き直すと

$$\left. \begin{aligned} \theta_{An} &= \frac{M_{AB,n}}{N \cdot \beta_n} c(a_n) - \frac{M_{BA,n}}{N \cdot S_n} s(a_n) + \beta_n \{ \delta_{Bn} d(a_n) - \delta_{An} t(a_n) \} \\ \theta_{Bn} &= -\frac{M_{AB,n}}{N \cdot \beta_n} s(a_n) + \frac{M_{BA,n}}{N \cdot \beta_n} c(a_n) + \beta_n \{ \delta_{Bn} c(a_n) - \delta_{An} d(a_n) \} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

$$\therefore \left. \begin{aligned} \frac{M_{AB,n}}{\beta_n} &= N \frac{1}{c^2(a_n) - s^2(a_n)} [c(a_n)\theta_{An} + s(a_n)\theta_{Bn} - \beta_n \{ i(a_n)\delta_{Bn} - j(a_n)\delta_{An} \}] \\ \frac{M_{BA,n}}{\beta_n} &= N \frac{1}{c(a_n) - s^2(a_n)} [s(a_n)\theta_{An} + c(a_n)\theta_{Bn} - \beta_n \{ j(a_n)\delta_{Bn} - i(a_n)\delta_{An} \}] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

茲に


$$\left. \begin{aligned} i(a_n) &= d(a_n) c(a_n) + (a_n) \cdot s(a_n) \\ j(a_n) &= d(a_n) \cdot s(a_n) + t(a_n) \cdot c(a_n) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

更にこの値を用いて、反力を撓角撓度の項にて表せば、

$$\left. \begin{aligned} \frac{V_{AB,n}}{\beta_n^2} &= -N \frac{1}{c^2(a_n) - s^2(a_n)} [j(a_n)\theta_{An} + i(a_n)\theta_{Bn} - \beta_n \{ g(a_n)\delta_{Bn} - h(a_n)\delta_{An} \}] \\ \frac{V_{BA,n}}{\beta_n^2} &= -N \frac{1}{c^2(a_n) - s^2(a_n)} [i(a_n)\theta_{An} + j(a_n)\theta_{Bn} - \beta_n \{ h(a_n)\delta_{Bn} - g(a_n)\delta_{An} \}] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

茲に

$$\left. \begin{aligned} g(a_n) &= i(a_n) \cdot t(a_n) + j(a_n) \cdot d(a_n) + f(a_n) \{ c^2(a_n) - s^2(a_n) \} \\ h(a_n) &= j(a_n) \cdot t(a_n) + i(a_n) \cdot d(a_n) + v(a_n) \{ c^2(a_n) - s^2(a_n) \} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (14)$$

(11)~(14)式は端モーメント及反力を撓角撓度の項で表したもので、ラーメン學に於ける撓角撓度法公式を、 の如き版の場合に擴張したものである。

(2) 荷重項の計算

以上の諸公式の誘導に當つては、版に載る荷重を考慮してないが、荷重が載る場合の曲げモーメント及反力を

$$\left. \begin{aligned} \frac{M_{AB,n}}{\beta_n} &= N \frac{1}{c^2(a_n) - s^2(a_n)} [ (a_n)\theta_{An} + s(a_n)\theta_{Bn} - \beta_n \{ i(a_n)\delta_{Bn} - j(a_n)\delta_{An} \} ] \\ &+ \frac{C_{AB,n}}{\beta_n} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (15)$$

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{M_{BA,n}}{\beta_n} &= N \frac{1}{c^2(\alpha_n) - s^2(\alpha_n)} [s(\alpha_n)\theta_{An} + c(\alpha_n)\theta_{Bn} - \beta_n\{j(\alpha_n)\delta_{Bn} - i(\alpha_n)\delta_{An}\}] \\
 &+ \frac{C_{BA,n}}{\beta_n} \\
 \frac{V_{AB,n}}{\beta^2_n} &= -N \frac{1}{c^2(\alpha_n) - s^2(\alpha_n)} [j(\alpha_n)\theta_{An} + i(\alpha_n)\theta_{Bn} - \beta_n\{g(\alpha_n)\delta_{Bn} - h(\alpha_n)\delta_{An}\}] \\
 &+ \frac{D_{AB,n}}{\beta^2_n} \\
 \frac{V_{BA,n}}{\beta^2_n} &= -N \frac{1}{c^2(\alpha_n) - s^2(\alpha_n)} [j(\alpha_n)\theta_{An} + j(\alpha_n)\theta_{Bn} - \beta_n\{h(\alpha_n)\delta_{Bn} - g(\alpha_n)\delta_{An}\}] \\
 &+ \frac{D_{BA,n}}{\beta^2_n}
 \end{aligned} \right\} (16)$$

とすれば、 $C_{AB,n}$ 、 $C_{BA,n}$ 、 $D_{AB,n}$ 、 $D_{BA,n}$  は  $\theta_{An} = \theta_{Bn} = \delta_{An} = \delta_{Bn} = 0$  の場合の当該左邊の値を表すこととなる。即ち、 $y=0$  及  $b$  にて単純支持され、 $x=0$  及  $a$  にて固定された矩形版の固定邊の曲げモーメント及反力を表すこととなる。従つてこれらの値は任意の荷重状態に對して、容易に求められるものである。例えば

(a) 等分布荷重  $P$  の場合

$$\begin{aligned}
 C_{AB,n} &= -\frac{4bb^2}{\pi^3 n^3} \cdot \frac{\sinh \alpha_n - \alpha_n}{\sinh \alpha_n + \alpha_n} = \frac{4pb^2}{\pi^3 n^3} C \\
 C_{BA,n} &= -C_{AB,n} \\
 D_{AB,n} &= \frac{4pb}{\pi n^2} \frac{2(\cosh \alpha_n - 1)}{\sinh \alpha_n + \alpha_n} = \frac{4pb}{\pi^2 n^2} D \\
 D_{BA,n} &= -D_{AB,n}
 \end{aligned}$$

(b) 版中心に集中荷重  $P$  の場合

$$\begin{aligned}
 C_{AB,n} &= -\frac{\sin \frac{n\pi}{2} P}{n\pi} \frac{\alpha_n \sinh \frac{\alpha_n}{2}}{\sinh \alpha_n + \alpha_n} = -\frac{\sin \frac{n\pi}{2} P}{\pi n} C' \\
 C_{BA,n} &= -C_{AB,n} \\
 D_{AB,n} &= \frac{\sin \frac{n\pi}{2}}{\cosh \frac{\alpha_n}{2}} \frac{P}{b} \left( 1 + \frac{\alpha_n \sinh^2 \frac{\alpha_n}{2}}{\sinh \alpha_n + \alpha_n} \right) = \sin \frac{n\pi}{2} \frac{P}{b} D' \\
 D_{BA,n} &= -D_{AB,n}
 \end{aligned}$$

(3) 特別な場合

(a) 邊  $BB'$  に端モーメントの作用しない場合: この場合には(15), (16)式にて  $M_{BA,n} = 0$  と置き、

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{M_{AB,n}}{\beta_n} &= N \frac{1}{c^2(\alpha_n) - s^2(\alpha_n)} \left[ \frac{c^2(\alpha_n) - s^2(\alpha_n)}{c(\alpha_n)} \theta_{An} - \beta_n\{i'(\alpha_n)\delta_{Bn} - j'(\alpha_n)\delta_{An}\} \right] \\
 &+ \frac{H_{AB,n}}{\beta_n} \\
 \frac{V_{AB,n}}{\beta^2_n} &= -N \frac{1}{c^2(\alpha_n) - s^2(\alpha_n)} [j'(\alpha_n)\theta_{An} - \beta_n\{g'(\alpha_n)\delta_{Bn} - h'(\alpha_n)\delta_{An}\}] \\
 &+ \frac{K_{AB,n}}{\beta^2_n}
 \end{aligned} \right\} (17)$$

(b) 邊  $AA'$  に端モーメントの作用しない場合: この場合には(15), (16)式にて  $M_{AB,n} = 0$  と置き

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{M_{BA,n}}{\beta_n} &= N \frac{1}{c^2(\alpha_n) - s^2(\alpha_n)} \left[ \frac{c^2(\alpha_n) - s^2(\alpha_n)}{c(\alpha_n)} \theta_{Bn} - \beta_n\{j'(\alpha_n)\delta_{Bn} - i'(\alpha_n)\delta_{An}\} \right] \\
 &+ \frac{H_{BA,n}}{\beta_n} \\
 \frac{V_{BA,n}}{\beta^2_n} &= -N \frac{1}{c^2(\alpha_n) - s^2(\alpha_n)} [j'(\alpha_n)\theta_{Bn} - \beta_n\{h'(\alpha_n)\delta_{Bn} - g'(\alpha_n)\delta_{An}\}]
 \end{aligned} \right\} (17)$$

$$+ \frac{K_{BA,n}}{\beta^2 n}$$

茲に

$$\left. \begin{aligned} i'(a_n) &= i(a_n) - \frac{s(a_n)}{c(a_n)} j(a_n), & j'(a_n) &= j(a_n) - \frac{s(a_n)}{c(a_n)} i(a_n) \\ g'(a_n) &= g(a_n) - \frac{i(a_n)}{c(a_n)} j(a_n), & h'(a_n) &= h(a_n) - \frac{i(a_n)}{c(a_n)} i(a_n) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(18)$$

$$\left. \begin{aligned} H_{AB,n} &= C_{AB,n} - \frac{s(a_n)}{c(a_n)} C_{BA,n} & H_{BA,n} &= C_{BA,n} - \frac{s(a_n)}{c(a_n)} C_{AB,n} \\ K_{AB,n} &= D_{AB,n} + \frac{i(a_n)}{c(a_n)} \beta_n C_{BA,n}, & K_{BA,n} &= D_{BA,n} + \frac{i(a_n)}{c(a_n)} \beta_n C_{AB,n} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(19)$$

次に H, K の値は 3 邊單純支持, 1 邊固定の矩形版の固定邊の曲げモーメント及反力として與えられるもので、次の如く容易に計算することが出来る。

(a) 等分布荷重 P の場合

$$\begin{aligned} H_{AB,n} &= \frac{4pb^2}{\pi^2 n^3} \frac{(\sinh a_n - a_n)(\cosh a_n - 1)}{\sinh a_n \cosh a_n - a_n} = -\frac{4pb^2}{\pi n^3} H \\ H_{BA,n} &= -H_{AB,n} \\ K_{AB,n} &= \frac{4pb}{\pi^2 n^2} \frac{2(\cosh a_n - 1)\cosh a_n - a_n \sinh a_n}{\sinh a_n \cosh a_n - a_n} = \frac{4pb}{\pi^2 n^2} K \\ K_{BA,n} &= -K_{AB,n} \end{aligned}$$

(b) 版中心に集中荷重 P の場合

$$\begin{aligned} H_{AB,n} &= -\frac{\sin \frac{n\pi}{2} P}{n\pi} \frac{a_n \sinh \frac{a_n}{2} (\cosh a_n - 1)}{\sinh a_n \cosh a_n - a_n} = -\frac{\sin \frac{n\pi}{2} P}{n\pi} H' \\ H_{BA,n} &= -H_{AB,n} \\ K_{AB,n} &= \frac{\sin \frac{n\pi}{2}}{\cosh \frac{a_n}{2}} \cdot \frac{P}{b} \left( 1 + \frac{a_n \sinh^2 \frac{a_n}{2} \cosh a_n}{\sinh a_n \cosh a_n - a_n} \right) = \sin \frac{n\pi}{2} \cdot \frac{P}{b} K' \\ K_{BA,n} &= -K_{AB,n} \end{aligned}$$

以上の諸式は直接求めたものであるが、 $H_{AB,n}$ ,  $K_{AB,n}$  等と  $C_{AB,n}$ ,  $D_{AB,n}$  等との間に成立する關係式 (19) 式を満足していることは言うまでもない。

(4) 函數値及荷重項の計算

便宜上  $c(a_n) = c$ ,  $s(a_n) = s$ ……というように表すものとすれば、

$$\begin{aligned} \frac{c}{c^2 - s^2} &= \frac{2(\sinh a_n \cosh a_n - a_n)}{\sinh^2 a_n - a_n^2}, & \frac{s}{c^2 - s^2} &= \frac{2(a_n \cosh a_n - \sinh a_n)}{\sinh^2 a_n - a_n^2}, \\ \frac{i}{c^2 - s^2} &= \frac{2a_n \sinh a_n}{\sinh^2 a_n - a_n^2}, & \frac{j}{c^2 - s^2} &= \frac{(1 - \nu)a_n^2 + (1 + \nu)\sinh^2 a_n}{\sinh^2 a_n - a_n^2}, \\ \frac{g}{c^2 - s^2} &= \frac{2(a_n \cosh a_n + \sinh a_n)}{\sinh^2 a_n - a_n^2}, & \frac{h}{c^2 - s^2} &= \frac{2(\sinh a_n \cosh a_n + a_n)}{\sinh^2 a_n - a_n^2}, \end{aligned}$$

となり、これらの値、並に  $\frac{j'}{c^2 - s^2}$ ,  $\frac{h'}{c^2 - s^2}$  の値を計算すると表-1 のようである。又表-2 は荷重項の計算に必要な函數値として次の各項を計算したものである。

$$\begin{aligned} C &= \frac{\sinh a_n - a_n}{\sinh a_n + a_n} & C' &= \frac{a_n \sinh \frac{a_n}{2}}{\sinh a_n + a_n} \\ D &= \frac{2(\cosh a_n - 1)}{\sinh a_n}, & D' &= \frac{1}{\cosh \frac{a_n}{2}} \left( 1 + \frac{a_n \sinh^2 \frac{a_n}{2}}{\sinh a_n + a_n} \right) \end{aligned}$$

表--1

| $\frac{a}{b}$ | $\frac{1}{c}$ | $\frac{c}{c^2-s^2}$ | $\frac{s}{c^2-s^2}$ | $\frac{i}{c^2-s^2}$ | $\frac{j}{c^2-s^2}$ | $\frac{g}{c^2-s^2}$ | $\frac{h}{c^2-s^2}$ | $\frac{i'}{c^2-s^2}$ | $\frac{h'}{c^2-s^2}$ |
|---------------|---------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|----------------------|----------------------|
| 0.1           | 9.67506       | 12.82125            | 6.35012             | 61.01501            | 61.02320            | 394.78415           | 394.94120           | 30.80362             | 104.57706            |
| 0.2           | 5.02510       | 6.53480             | 3.14094             | 15.38655            | 15.41901            | 52.11784            | 52.43192            | 8.02350              | 16.20342             |
| 0.3           | 3.055654      | 4.49728             | 2.05688             | 6.92555             | 6.99738             | 17.55309            | 17.22409            | 3.82990              | 6.55913              |
| 0.4           | 2.88108       | 3.52222             | 1.50274             | 3.94928             | 4.07391             | 7.78821             | 8.41451             | 2.38898              | 3.93641              |
| 0.5           | 2.51975       | 2.97222             | 1.15967             | 2.55596             | 2.74462             | 4.41402             | 5.19353             | 1.74736              | 2.99554              |
| 0.6           | 2.31194       | 2.63460             | 0.92198             | 1.78442             | 2.04552             | 2.81530             | 3.74393             | 1.42106              | 2.53534              |
| 0.7           | 2.18817       | 2.41763             | 0.74480             | 1.30626             | 1.64509             | 1.93279             | 3.00431             | 1.24267              | 2.29353              |
| 0.8           | 2.13333       | 2.27488             | 0.60622             | 0.93520             | 1.40379             | 1.39021             | 2.59620             | 1.14125              | 2.16953              |
| 0.9           | 2.06792       | 2.18006             | 0.49445             | 0.75679             | 1.25409             | 1.02974             | 2.35979             | 1.08244              | 2.09707              |
| 1.0           | 2.04879       | 2.10840             | 0.40272             | 0.58754             | 1.15983             | 0.77675             | 2.21878             | 1.04806              | 2.05573              |
| 1.1           | 2.02389       | 2.07535             | 0.32681             | 0.45861             | 1.10015             | 0.59223             | 2.13331             | 1.02793              | 2.03197              |
| 1.2           | 2.01402       | 2.04803             | 0.26392             | 0.35868             | 1.06238             | 0.45421             | 2.08112             | 1.01616              | 2.01830              |
| 1.3           | 2.00817       | 2.03030             | 0.21196             | 0.28047             | 1.03859             | 0.34930             | 2.04919             | 1.00931              | 2.01045              |
| 1.4           | 2.00456       | 2.01991             | 0.16927             | 0.21897             | 1.02369             | 0.26285             | 2.02986             | 1.00534              | 2.00611              |
| 1.5           | 2.00272       | 2.01170             | 0.13440             | 0.17057             | 1.01444             | 0.20679             | 2.01783             | 1.00305              | 2.00337              |
| 1.6           | 2.00156       | 2.00718             | 0.10616             | 0.13251             | 1.00874             | 0.15884             | 2.01065             | 1.00173              | 2.00191              |
| 1.7           | 2.00089       | 2.00436             | 0.08344             | 0.10265             | 1.00526             | 0.12188             | 2.00633             | 1.00093              | 2.00108              |
| 1.8           | 2.00050       | 2.00263             | 0.06528             | 0.07930             | 1.00314             | 0.09333             | 2.00374             | 1.00055              | 2.00060              |
| 1.9           | 2.00029       | 2.00158             | 0.05087             | 0.06110             | 1.00187             | 0.07134             | 2.00220             | 1.00031              | 2.00034              |
| 2.0           | 2.00016       | 2.00094             | 0.03949             | 0.04696             | 1.00110             | 0.05443             | 2.00129             | 1.00018              | 2.00019              |
| 2.1           | 2.00009       | 2.00056             | 0.03055             | 0.03601             | 1.00065             | 0.04146             | 2.00075             | 1.00010              | 2.00011              |
| 2.2           | 2.00005       | 2.00033             | 0.02356             | 0.02755             | 1.00038             | 0.03153             | 2.00044             | 1.00006              | 2.00006              |
| 2.3           | 2.00003       | 2.00019             | 0.01812             | 0.02103             | 1.00022             | 0.02394             | 2.00025             | 1.00003              | 2.00003              |
| 2.4           | 2.00002       | 2.00011             | 0.01390             | 0.01603             | 1.00013             | 0.01816             | 2.00015             | 1.00002              | 2.00002              |
| 2.5           | 2.00001       | 2.00006             | 0.01064             | 0.01220             | 1.00007             | 0.01375             | 2.00008             | 1.00001              | 2.00001              |
| 2.6           | 2.0           | 2.00004             | 0.00813             | 0.00926             | 1.00004             | 0.01040             | 2.00005             | 1.0                  | 2.00001              |
| 2.7           | 2.0           | 2.00002             | 0.00620             | 0.00703             | 1.00002             | 0.00785             | 2.00003             | 1.0                  | 2.0                  |
| 2.8           | 2.0           | 2.00001             | 0.00472             | 0.00532             | 1.00001             | 0.00593             | 2.00002             | 1.0                  | 2.0                  |
| 2.9           | 2.0           | 2.00001             | 0.00358             | 0.00403             | 1.00001             | 0.00447             | 2.00001             | 1.0                  | 2.0                  |
| 3.0           | 2.0           | 2.0                 | 0.00272             | 0.00304             | 1.0                 | 0.00336             | 2.0                 | 1.0                  | 2.0                  |
| 3.1           | 2.0           | 2.0                 | 0.00206             | 0.00230             | 1.0                 | 0.00253             | 2.0                 | 1.0                  | 2.0                  |
| 3.2           | 2.0           | 2.0                 | 0.00156             | 0.00173             | 1.0                 | 0.00190             | 2.0                 | 1.0                  | 2.0                  |
| 3.3           | 2.0           | 2.0                 | 0.00118             | 0.00130             | 1.0                 | 0.00143             | 2.0                 | 1.0                  | 2.0                  |
| 3.4           | 2.0           | 2.0                 | 0.00089             | 0.00098             | 1.0                 | 0.00107             | 2.0                 | 1.0                  | 2.0                  |
| 3.5           | 2.0           | 2.0                 | 0.00067             | 0.00074             | 1.0                 | 0.00081             | 2.0                 | 1.0                  | 2.0                  |
| 3.6           | 2.0           | 2.0                 | 0.00050             | 0.00055             | 1.0                 | 0.00060             | 2.0                 | 1.0                  | 2.0                  |
| 3.7           | 2.0           | 2.0                 | 0.00038             | 0.00042             | 1.0                 | 0.00045             | 2.0                 | 1.0                  | 2.0                  |
| 3.8           | 2.0           | 2.0                 | 0.00029             | 0.00031             | 1.0                 | 0.00034             | 2.0                 | 1.0                  | 2.0                  |
| 3.9           | 2.0           | 2.0                 | 0.00021             | 0.00023             | 1.0                 | 0.00025             | 2.0                 | 1.0                  | 2.0                  |
| 4.0           | 2.0           | 2.0                 | 0.00016             | 0.00018             | 1.0                 | 0.00019             | 2.0                 | 1.0                  | 2.0                  |
| 4.1           | 2.0           | 2.0                 | 0.00012             | 0.00013             | 1.0                 | 0.00014             | 2.0                 | 1.0                  | 2.0                  |
| 4.2           | 2.0           | 2.0                 | 0.00009             | 0.00010             | 1.0                 | 0.00011             | 2.0                 | 1.0                  | 2.0                  |
| 4.3           | 2.0           | 2.0                 | 0.00007             | 0.00007             | 1.0                 | 0.00008             | 2.0                 | 1.0                  | 2.0                  |
| 4.4           | 2.0           | 2.0                 | 0.00005             | 0.00005             | 1.0                 | 0.00006             | 2.0                 | 1.0                  | 2.0                  |
| 4.5           | 2.0           | 2.0                 | 0.00004             | 0.00004             | 1.0                 | 0.00004             | 2.0                 | 1.0                  | 2.0                  |
| 4.6           | 2.0           | 2.0                 | 0.00003             | 0.00003             | 1.0                 | 0.00003             | 2.0                 | 1.0                  | 2.0                  |
| 4.7           | 2.0           | 2.0                 | 0.00002             | 0.00002             | 1.0                 | 0.00002             | 2.0                 | 1.0                  | 2.0                  |
| 4.8           | 2.0           | 2.0                 | 0.00002             | 0.00002             | 1.0                 | 0.00002             | 2.0                 | 1.0                  | 2.0                  |
| 4.9           | 2.0           | 2.0                 | 0.00001             | 0.00001             | 1.0                 | 0.00001             | 2.0                 | 1.0                  | 2.0                  |
| 5.0           | 2.0           | 2.0                 | 0.00001             | 0.00001             | 1.0                 | 0.00001             | 2.0                 | 1.0                  | 2.0                  |
| 5.1           | 2.0           | 2.0                 | 0.00001             | 0.00001             | 1.0                 | 0.00001             | 2.1                 | 1.0                  | 2.0                  |
| 5.2           | 2.0           | 2.0                 | 0.00001             | 0.00001             | 1.0                 | 0.00001             | 2.0                 | 1.0                  | 2.0                  |
| 5.3           | 2.0           | 2.0                 | 0                   | 0                   | 1.0                 | 0                   | 2.0                 | 1.0                  | 2.0                  |
| 5.4           | 2.0           | 2.0                 | 0                   | 0                   | 1.0                 | 0                   | 2.0                 | 1.0                  | 2.0                  |
| 5.5           | 2.0           | 2.0                 | 0                   | 0                   | 1.0                 | 0                   | 2.0                 | 1.0                  | 2.0                  |
| 5.6           | 2.0           | 2.0                 | 0                   | 0                   | 1.0                 | 0                   | 2.0                 | 1.0                  | 2.0                  |
| 5.7           | 2.0           | 2.0                 | 0                   | 0                   | 1.0                 | 0                   | 2.0                 | 1.0                  | 2.0                  |
| 5.8           | 2.0           | 2.0                 | 0                   | 0                   | 1.0                 | 0                   | 2.0                 | 1.0                  | 2.0                  |
| 5.9           | 2.0           | 2.0                 | 0                   | 0                   | 1.0                 | 0                   | 2.0                 | 1.0                  | 2.0                  |
| 6.0           | 2.0           | 2.0                 | 0                   | 0                   | 1.0                 | 0                   | 2.0                 | 1.0                  | 2.0                  |

表-2 (その1)

| $\frac{a}{b}$ | C       | H       | D       | K       | $\frac{a}{b}$ | C       | H       | D       | K       |
|---------------|---------|---------|---------|---------|---------------|---------|---------|---------|---------|
| 0.1           | 0.00818 | 0.01223 | 0.15709 | 0.19602 | 3.1           | 0.99771 | 0.99874 | 1.99747 | 1.99862 |
| 0.2           | 0.03246 | 0.04807 | 0.31409 | 0.49052 | 3.2           | 0.99827 | 0.99905 | 1.99810 | 1.99896 |
| 0.3           | 0.07182 | 0.10467 | 0.47075 | 0.58135 | 3.3           | 0.99869 | 0.99928 | 1.99857 | 1.99922 |
| 0.4           | 0.12464 | 0.17782 | 0.62630 | 0.76606 | 3.4           | 0.99902 | 0.99946 | 1.99893 | 1.99942 |
| 0.5           | 0.18866 | 0.26227 | 0.77952 | 0.94175 | 3.5           | 0.99926 | 0.99960 | 1.99919 | 1.99956 |
| 0.6           | 0.26110 | 0.35247 | 0.92862 | 1.10547 | 3.6           | 0.99945 | 0.99970 | 1.99940 | 1.99967 |
| 0.7           | 0.33883 | 0.44321 | 1.07152 | 1.25459 | 3.7           | 0.99958 | 0.99977 | 1.99955 | 1.99975 |
| 0.8           | 0.41859 | 0.53014 | 1.20599 | 1.38727 | 3.8           | 0.99969 | 0.99983 | 1.99966 | 1.99982 |
| 0.9           | 0.49729 | 0.61008 | 1.33002 | 1.42265 | 3.9           | 0.99977 | 0.99988 | 1.99975 | 1.99986 |
| 1.0           | 0.57229 | 0.68116 | 1.44203 | 1.50086 | 4.0           | 0.99982 | 0.99991 | 1.99981 | 1.99990 |
| 1.1           | 0.64154 | 0.74256 | 1.54108 | 1.68285 | 4.1           | 0.99987 | 0.99993 | 1.99986 | 1.99992 |
| 1.2           | 0.70370 | 0.79438 | 1.62691 | 1.75106 | 4.2           | 0.99990 | 0.99995 | 1.99989 | 1.99994 |
| 1.3           | 0.75812 | 0.83726 | 1.69989 | 1.80462 | 4.3           | 0.99993 | 0.99996 | 1.99992 | 1.99996 |
| 1.4           | 0.80472 | 0.87219 | 1.76102 | 1.84829 | 4.4           | 0.99995 | 0.99997 | 1.99994 | 1.99997 |
| 1.5           | 0.84388 | 0.90025 | 1.81104 | 1.88259 | 4.5           | 0.99996 | 0.99998 | 1.99996 | 1.99998 |
| 1.6           | 0.87623 | 0.92258 | 1.85178 | 1.90962 | 4.6           | 0.99997 | 0.99998 | 1.99997 | 1.99998 |
| 1.7           | 0.90260 | 0.94018 | 1.88445 | 1.93068 | 4.7           | 0.99998 | 0.99999 | 1.99998 | 1.99999 |
| 1.8           | 0.92384 | 0.95395 | 1.91041 | 1.94700 | 4.8           | 0.99998 | 0.99999 | 1.99998 | 1.99999 |
| 1.9           | 0.94076 | 0.96467 | 1.93086 | 1.95958 | 4.9           | 0.99999 | 0.99999 | 1.99999 | 1.99999 |
| 2.0           | 0.95414 | 0.97297 | 1.94686 | 1.96925 | 5.0           | 0.99999 | 1.0     | 1.99999 | 2.0     |
| 2.1           | 0.96464 | 0.97937 | 1.95929 | 1.97665 | 5.1           | 0.99999 | 1.0     | 1.99999 | 2.0     |
| 2.2           | 0.97283 | 0.98429 | 1.96890 | 1.98230 | 5.2           | 0.99999 | 1.0     | 1.99999 | 2.0     |
| 2.3           | 0.97919 | 0.98806 | 1.97631 | 1.98671 | 5.3           | 1.0     | 1.0     | 2.0     | 2.0     |
| 2.4           | 0.98410 | 0.99094 | 1.98199 | 1.98988 | 5.4           | 1.0     | 1.0     | 2.0     | 2.0     |
| 2.5           | 0.98788 | 0.99314 | 1.98634 | 1.99236 | 5.5           | 1.0     | 1.0     | 2.0     | 2.0     |
| 2.6           | 0.99078 | 0.99481 | 1.98965 | 1.99428 | 5.6           | 1.0     | 1.0     | 2.0     | 2.0     |
| 2.7           | 0.99300 | 0.99608 | 1.99217 | 1.99566 | 5.7           | 1.0     | 1.0     | 2.0     | 2.0     |
| 2.8           | 0.99469 | 0.99704 | 1.99409 | 1.99674 | 5.8           | 1.0     | 1.0     | 2.0     | 2.0     |
| 2.9           | 0.99598 | 0.99777 | 1.99541 | 1.99741 | 5.9           | 1.0     | 1.0     | 2.0     | 2.0     |
| 3.0           | 0.99696 | 0.99832 | 1.99664 | 1.99816 | 6.0           | 1.0     | 1.0     | 2.0     | 2.0     |

表-2 (その2)

| $\frac{a}{b}$ | C'      | H'      | D'      | K'      | $\frac{a}{b}$ | C'      | H'      | D'      | K'      |
|---------------|---------|---------|---------|---------|---------------|---------|---------|---------|---------|
| 0.1           | 0.07822 | 0.11696 | 0.99998 | 1.37221 | 3.1           | 0.07467 | 0.07475 | 0.09003 | 0.09011 |
| 0.2           | 0.51449 | 0.22875 | 0.99960 | 1.36326 | 3.2           | 0.06593 | 0.06598 | 0.07902 | 0.07908 |
| 0.3           | 0.22688 | 0.33065 | 0.99804 | 1.34743 | 3.3           | 0.05810 | 0.05813 | 0.06931 | 0.06935 |
| 0.4           | 0.29346 | 0.41866 | 0.99401 | 1.32105 | 3.4           | 0.05120 | 0.05122 | 0.06075 | 0.06077 |
| 0.5           | 0.35329 | 0.48989 | 0.98604 | 1.28903 | 3.5           | 0.04503 | 0.04504 | 0.05321 | 0.05323 |
| 0.6           | 0.40209 | 0.54280 | 0.97627 | 1.24500 | 3.6           | 0.03956 | 0.03957 | 0.04658 | 0.04659 |
| 0.7           | 0.44130 | 0.57725 | 0.95274 | 1.19118 | 3.7           | 0.03476 | 0.03476 | 0.04075 | 0.04076 |
| 0.8           | 0.46934 | 0.59442 | 0.92557 | 1.12883 | 3.8           | 0.03050 | 0.03051 | 0.03563 | 0.03564 |
| 0.9           | 0.48611 | 0.59637 | 0.89111 | 1.05985 | 3.9           | 0.02677 | 0.02677 | 0.03114 | 0.03114 |
| 1.0           | 0.49124 | 0.58576 | 0.84991 | 0.98649 | 4.0           | 0.02356 | 0.02356 | 0.02720 | 0.02720 |
| 1.1           | 0.48850 | 0.56542 | 0.80030 | 0.90824 | 4.1           | 0.02068 | 0.02068 | 0.02375 | 0.02375 |
| 1.2           | 0.47670 | 0.53813 | 0.75196 | 0.83545 | 4.2           | 0.01796 | 0.01796 | 0.02257 | 0.02257 |
| 1.3           | 0.45814 | 0.50599 | 0.69821 | 0.76151 | 4.3           | 0.01587 | 0.01587 | 0.01808 | 0.01808 |
| 1.4           | 0.43480 | 0.47125 | 0.64337 | 0.69053 | 4.4           | 0.01355 | 0.01355 | 0.01576 | 0.01576 |
| 1.5           | 0.40811 | 0.43537 | 0.58872 | 0.62322 | 4.5           | 0.01175 | 0.01175 | 0.01374 | 0.01374 |
| 1.6           | 0.37948 | 0.39955 | 0.53548 | 0.56053 | 4.6           | 0.01052 | 0.01052 | 0.01197 | 0.01197 |
| 1.7           | 0.35005 | 0.36462 | 0.48450 | 0.50243 | 4.7           | 0.00918 | 0.00918 | 0.01043 | 0.01043 |
| 1.8           | 0.32071 | 0.33116 | 0.43638 | 0.44908 | 4.8           | 0.00802 | 0.00802 | 0.00908 | 0.00908 |
| 1.9           | 0.29214 | 0.29956 | 0.39151 | 0.40943 | 4.9           | 0.00699 | 0.00699 | 0.00790 | 0.00790 |
| 2.0           | 0.26480 | 0.27003 | 0.35008 | 0.35630 | 5.0           | 0.00610 | 0.00610 | 0.00687 | 0.00687 |

| $\frac{a}{b}$ | $C'$    | $H'$    | $D'$    | $K'$    | $\frac{a}{b}$ | $C'$    | $H'$    | $D'$    | $K'$    |
|---------------|---------|---------|---------|---------|---------------|---------|---------|---------|---------|
| 2.1           | 0.23902 | 0.24267 | 0.31213 | 0.31644 | 5.1           | 0.00532 | 0.00532 | 0.00598 | 0.00598 |
| 2.2           | 0.21497 | 0.21750 | 0.27761 | 0.28057 | 5.2           | 0.00433 | 0.00463 | 0.00520 | 0.00520 |
| 2.3           | 0.19275 | 0.17450 | 0.24638 | 0.24841 | 5.3           | 0.00404 | 0.00404 | 0.00452 | 0.00452 |
| 2.4           | 0.17236 | 0.17356 | 0.21825 | 0.21963 | 5.4           | 0.00351 | 0.00351 | 0.00393 | 0.00393 |
| 2.5           | 0.15375 | 0.15457 | 0.19302 | 0.19396 | 5.5           | 0.00306 | 0.00306 | 0.00341 | 0.00341 |
| 2.6           | 0.13687 | 0.13742 | 0.17046 | 0.17109 | 5.6           | 0.00266 | 0.00266 | 0.00296 | 0.00296 |
| 2.7           | 0.12160 | 0.12198 | 0.15034 | 0.15077 | 5.7           | 0.00232 | 0.00232 | 0.00257 | 0.00257 |
| 2.8           | 0.10788 | 0.10813 | 0.13244 | 0.13272 | 5.8           | 0.00201 | 0.00201 | 0.00223 | 0.00223 |
| 2.9           | 0.09552 | 0.09569 | 0.11655 | 0.11675 | 5.9           | 0.00175 | 0.00175 | 0.00194 | 0.00194 |
| 3.0           | 0.08452 | 0.08464 | 0.10248 | 0.10261 | 6.0           | 0.00152 | 0.00152 | 0.00168 | 0.00168 |

$$H = \frac{(\sinh \alpha_n - \alpha_n)(\cosh \alpha_n - 1)}{\sinh \alpha_n \cosh \alpha_n - \alpha_n}, \quad H' = \frac{\alpha_n \sinh \frac{\alpha_n}{2} (\cosh \alpha_n - 1)}{\sinh \alpha_n \cosh \alpha_n - \alpha_n}$$

$$K = \frac{2(\cosh \alpha_n - 1) \cosh \alpha_n - \alpha_n \sinh \alpha_n}{\sinh \alpha_n \cosh \alpha_n - \alpha_n}$$

$$K' = \frac{1}{\cosh \frac{\alpha_n}{2}} \left( 1 + \frac{\alpha_n \sinh^2 \frac{\alpha_n}{2} - \cosh \alpha_n}{\sinh \alpha_n \cosh \alpha_n - \alpha_n} \right)$$

但し表-1 及 2 共、 $n=1, \nu=0$  として  $\frac{a}{b}$  の種々の値に對して求めてある。従つて例えば  $\frac{a}{b}=0.5$  に對し、 $n=1.3.5$  の場合の  $C$  の値は  $\frac{a}{b}=0.5, 1.5, 2.5$  の欄より、0.18866 0.84388, 0.98788 というように求められる。

3. 多數の剛支承にて支えられた連續版

圖-2 に示す如く、 $y=0$  及  $b$  にて單純支持された版が中間にて剛支持されている場合を取扱うものとする。

ラ-メン厚に於ける撓角撓度法公式に於ては、

$$M_{AB} = 2EK(2\theta_A + \theta_B - 3R)$$

$$= K(2\varphi_A + \varphi_B + \psi)$$

即ち、 $\varphi_A = 2EK_c\theta_A, \varphi_B = 2EK_c\theta_B, \psi = -6EK_cR$ .

として取扱いを便ならしめている。これと同様に、版に於ける撓角撓度法公式に於ても、標準版剛度  $N_c$  を定め、剛比  $k$  を求めて、

$$\frac{M_{AB,n}}{\beta_n} = \frac{k}{c^2(\alpha_n) - s^2(\alpha_n)} [c(\alpha_n)\psi_{An} + s(\alpha_n)\psi_{Bn} - \beta_n \{i(\alpha_n)\delta_{Bn} - j(\alpha_n)\delta_{An}\}]$$

$$\frac{V_{AB,n}}{\beta_n^2} = -\frac{k}{c^2(\alpha_n) - s^2(\alpha_n)} [j(\alpha_n)\psi_{An} + i(\alpha_n)\psi_{Bn} - \beta_n \{g(\alpha_n)\delta_{Bn} - h(\alpha_n)\delta_{An}\}]$$

の如く表すものとする。即ち、實際の撓角撓度の  $N_c$  倍を撓角撓度と普通と呼ぶことにする。

以下  $c_m(\alpha_n) = c_m, s_m(\alpha_n) = s_m$  と表すものとし、便宜上前章に用いた添字  $n$  は省略しておく。

(a) 兩端單純支持の場合 剛支承を考えているから、任意の支承  $m$  に於ける曲げモーメントは(15)式にて  $\delta = 0$  として、

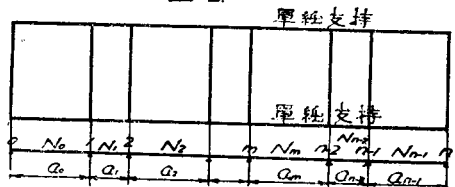
$$M_{m,m-1} = \beta \frac{k_{m-1}}{c^2_{m-1} - s^2_{m-1}} \{s_{m-1}\psi_{m-1} + C_{m-1}\psi_m\} + C_{m,m-1}$$

$$M_{m,m+1} = \beta \frac{k_m}{c^2_m - s^2_m} \{c_m\psi_m + s_m\psi_{m+1}\} + C_{m,m+1}$$

従つて、 $\Sigma M = 0$  より  $m$  支承に於ける曲げモーメントの平衡條件式は、

$$k_{m-1} \frac{s_{m-1}}{c^2_{m-1} - s^2_{m-1}} \psi_{m-1} + \left\{ k_{m-1} \frac{c_{m-1}}{c^2_{m-1} - s^2_{m-1}} + k_m \frac{c_m}{c^2_m - s^2_m} \right\} \psi_m$$

圖-2





$$+k_m \frac{s_m}{c_m^2 - s_m^2} \psi_{m+1} = -\frac{1}{\beta} \{C_{m,m-1} + C_{m,m+1}\} \dots\dots\dots(20)$$

となる。この平衡条件式は支承 2, 3, \dots, (n-2) にて成立する。次に支承 1 に就ては(17)'式を用いて、

$$M_{1,0} = \beta \frac{k_0}{c_0} \psi_1 + H_{1,0}$$

となり、曲げモーメントの平衡条件式は、

$$\left( k_0 \frac{1}{c_0} + k_1 \frac{c_1}{c_1^2 - s_1^2} \right) \varphi_1 + k_1 \frac{s_1}{c_1^2 - s_1^2} \varphi_2 = -\frac{1}{\beta} \{H_{1,0} + C_{1,2}\} \dots\dots\dots(21)$$

となる。同様に支承 (n-1) に就ては、

$$k_{n-2} \frac{s_{n-2}}{c_{n-2}^2 - s_{n-2}^2} \varphi_{n-2} + \left( k_{n-2} \frac{c_{n-2}}{c_{n-2}^2 - s_{n-2}^2} + k_{n-1} \frac{1}{c_{n-1}} \right) \varphi_{n-1} = -\frac{1}{\beta} \{C_{n-1,n-2} + H_{n-1,n}\} \dots\dots\dots(22)$$

以上求めた(20), (21)及(22)式を整理して書きならべると次の通りである。

$$\left. \begin{aligned} e'_1 \varphi_1 + l_1 \varphi_2 &= -\frac{1}{\beta} (H_{1,0} + C_{1,2}) \\ l_1 \varphi_1 + e_2 \varphi_2 + l_2 \varphi_3 &= -\frac{1}{\beta} (C_{2,1} + C_{2,3}) \\ &\vdots \\ l_{m-1} \varphi_{m-1} + e_m \varphi_m + l_m \varphi_{m+1} &= -\frac{1}{\beta} (C_{m,m-1} + C_{m,m+1}) \\ &\vdots \\ l_{n-3} \varphi_{n-3} + e_{n-2} \varphi_{n-2} + l_{n-2} \varphi_{n-1} &= -\frac{1}{\beta} (C_{n-2,n-3} + C_{n-2,n-1}) \\ l_{n-2} \varphi_{n-2} + e'_{n-1} \varphi_{n-1} &= -\frac{1}{\beta} (C_{n-1,n-2} + H_{n-1,n}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(23)$$

茲に

$$\left. \begin{aligned} e_m &= k_{m-1} \frac{c_{m-1}}{c_{m-1}^2 - s_{m-1}^2} + k_m \frac{c_m}{c_m^2 - s_m^2}, & l_m &= k_m \frac{s_m}{c_m^2 - s_m^2} \\ e'_1 &= k_0 \frac{1}{c_0} + k_1 \frac{c_1}{c_1^2 - s_1^2}, & e_{n-1} &= k_{n-2} \frac{c_{n-2}}{c_{n-2}^2 - s_{n-2}^2} + k_{n-1} \frac{1}{c_{n-1}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(24)$$

従つて未知量 (n-1) 個に對し、方程式が (n-1) 個得られたから、これらを聯立的に解いて所要の未知量  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_{n-1}$  が求められる。

(b) 両端固定の場合、上記(21)及(22)式が異なるのみで他は全く同様であり、結局次の(25)式を得る。

$$\left. \begin{aligned} e_1 \varphi_1 + l_1 \varphi_2 &= -\frac{1}{\beta} \{C_{1,0} + C_{1,2}\} \\ l_1 \varphi_1 + e_2 \varphi_2 + l_2 \varphi_3 &= -\frac{1}{\beta} \{C_{2,1} + C_{2,3}\} \\ &\vdots \\ l_{n-1} \varphi_{n-1} + e_m \varphi_m + l_m \varphi_{m+1} &= -\frac{1}{\beta} \{C_{m,m-1} + C_{m,m+1}\} \\ &\vdots \\ l_{n-3} \varphi_{n-3} + e_{n-2} \varphi_{n-2} + l_{n-2} \varphi_{n-1} &= -\frac{1}{\beta} \{C_{n-2,n-3} + C_{n-2,n-1}\} \\ l_{n-2} \varphi_{n-2} + e_n \varphi_{n-1} &= -\frac{1}{\beta} \{C_{n-1,n-2} + C_{n-1,n}\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(25)$$

但し上式中  $e_m, l_m$  は(24)式と全く同一である。

(2) 特別の場合

各スパンに等分布荷重滿載し、各スパン共版剛度、邊長比同一な場合を取扱う。この場合は  $k_m=1, c_m=c, sm=s$  と置くことが出来る。

(a) 両端単純支持の場合

1. 2 徑間の場合 (圖-3) この場合の方程式は(23)式より、

$$\frac{2}{c} \varphi_1 = 0 \dots\dots\dots(26)$$

従つて  $\varphi_1=0$  となるから、この場合は3邊單純支持、1邊固定の場合と同じである。 $\frac{a}{b}$  の種々の値に對して、 $M_x(x=a, y=\frac{b}{2})$  の値(横桁上中點の  $x$  方向の曲げモーメント)を求めると表-3の如くなる。

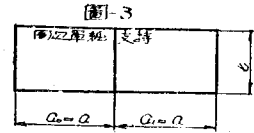


表-3 單位  $Pb^2$

|               |         |         |         |         |         |         |         |         |
|---------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| $\frac{a}{b}$ | 0.5     | 0.6     | 0.7     | 0.8     | 0.9     | 1.0     | 1.1     | 1.2     |
| $M_x$         | -0.0303 | -0.0417 | -0.033  | -0.0644 | -0.0747 | -0.0839 | -0.0918 | -0.0985 |
| $\frac{a}{b}$ | 1.3     | 1.4     | 1.5     | 1.6     | 1.7     | 1.8     | 1.9     | 2.0     |
| $M_x$         | -0.1040 | -0.1085 | -0.1121 | -0.1150 | -0.1173 | -0.1191 | -0.1205 | -0.1215 |

2. 3 徑間の場合 (圖-4) この場合は  $\varphi_1=-\varphi_2$  の條件があるから、(23)式より

$$(e'_1-l_1)\varphi_1 = -\frac{1}{\beta} \{H_{1,0}+C_{1,2}\} \dots\dots\dots (27)$$

を得る。上式の  $\varphi_1$  の値を用いて、 $M_{1,0}$  は次の如く表される。

$$M_{1,0} = \beta \frac{1}{c} \varphi_1 + H_{1,0}$$

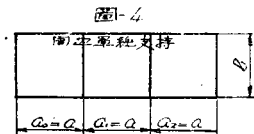


表-4 單位  $Pb^2$

|               |         |         |         |         |         |         |         |         |
|---------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| $\frac{a}{b}$ | 0.5     | 0.6     | 0.7     | 0.8     | 0.9     | 1.0     | 1.1     | 1.2     |
| $M_x$         | -0.0249 | -0.0350 | -0.0457 | -0.0564 | -0.0667 | -0.0762 | -0.0848 | -0.023  |
| $\frac{a}{b}$ | 1.3     | 1.4     | 1.5     | 1.6     | 1.7     | 1.8     | 1.9     | 2.0     |
| $M_x$         | -0.0987 | -0.1039 | -0.1084 | -0.1120 | -0.1148 | -0.1171 | -0.1189 | -0.1203 |

この  $M_{1,0}$  の値を  $\frac{a}{b}$  の種々の値に對して求めると、横桁上中點の  $x$  方向の曲げモーメントは表-4の如くなる。

(b) 兩端固定の場合

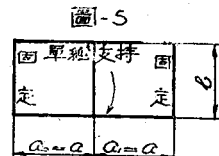
1. 2 徑間の場合 (圖-5) この場合の方程式は(25)式より、

表-5 單位  $Pb^2$

|               |         |         |         |         |         |         |         |         |
|---------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| $\frac{a}{b}$ | 0.5     | 0.6     | 0.7     | 0.8     | 0.9     | 1.0     | 1.1     | 1.2     |
| $M_x$         | -0.0211 | -0.0300 | -0.0399 | -0.0501 | -0.0602 | -0.0698 | -0.0788 | -0.0867 |
| $\frac{a}{b}$ | 1.3     | 1.4     | 1.5     | 1.6     | 1.7     | 1.8     | 1.9     | 2.0     |
| $M_x$         | -0.0938 | -0.0998 | -0.1049 | -0.1091 | -0.1124 | -0.1152 | -0.1174 | -0.1191 |

$$\frac{2c}{c^2-s^2} \varphi_1 = 0 \dots\dots\dots (28)$$

従つて、 $\varphi_1=0$  となるから、相對する2邊單純支持、他の2邊固定の場合と同様であり、固定邊の中點に於ける  $x$  方向の曲げモーメントは  $\frac{a}{b}$  の種々の値に對し表-5の如くなる。



2. 3 徑間の場合 (圖-6) この場合は  $\varphi_1=-\varphi_2$  の條件があるから、(25)式より

$$(e_1-l_1)\varphi_1 = -\{C_{1,0}+C_{1,2}\} = 0 \dots\dots\dots (29)$$

従つて  $\varphi_1=0$  となるから、2 徑間の場合と全く同様となり、固定邊、横桁上中點の  $x$  方向の曲げモーメントの値

もすべて表-5 の通りである。

(3) 矩形版に於けるモーメント方程式

(15)式より  $m-1, m$  区間に就いて  $\theta_m$  の値を求めると

$$\theta_m^i = \frac{M_{m,m-1}}{N_{m-1}\beta} c_{m-1} - \frac{M_{m-1,m}}{N_{m-1}\beta} s_{m-1} + \frac{C_{m-1} s_{m-1} - C_{m,m-1} c_{m-1}}{N_{m-1}\beta}$$

又  $m, m+1$  区間に就て  $\theta_m$  値を求めると、

$$\theta_m^y = \frac{M_{m,m+1}}{N_m\beta} c_m - \frac{M_{m+1,m}}{N_m\beta} s_m - \frac{C_{m,m+1} c_m - C_{m+1,m} s_m}{N_m\beta}$$

然るに連続条件より  $\theta_m^i = \theta_m^y$  であるから、上記2式を等しくすれば、

$$\begin{aligned} \frac{M_{m,m-1}}{N_{m-1}} s_{m-1} - \frac{M_{m-1,m}}{N_{m-1}} c_{m-1} + \frac{M_{m,m+1}}{N_m} c_m - \frac{M_{m+1,m}}{N_m} s_m \\ = \frac{C_{m-1} s_{m-1} - C_{m,m-1} c_{m-1}}{N_{m-1}} + \frac{C_{m,m+1} c_m - C_{m+1,m} s_m}{N_m} \end{aligned}$$

上式のモーメントの符号は撓角撓度法に於けるもので時計廻りを正にとつているから、一般の場合の符号の規約に従うものとし

$$M_{m-1,m} = M_m, \quad M_{m,m-1} = -M_m, \quad M_{m,m+1} = M_m, \quad M_{m+1,m} = -M_{m+1}$$

と置けば、次の(30)式を得る。

$$\begin{aligned} \frac{M_{m-1}}{N_{m-1}} s_{m-1} + \left( \frac{M_m}{N_{m-1}} c_{m-1} + \frac{M_m}{N_m} c_m \right) + \frac{M_{m+1}}{N_m} s_m \\ = \frac{C_{m-1} s_{m-1} - C_{m,m-1} c_{m-1}}{N_{m-1}} + \frac{C_{m,m+1} c_m - C_{m+1,m} s_m}{N_m} \dots\dots(30) \end{aligned}$$

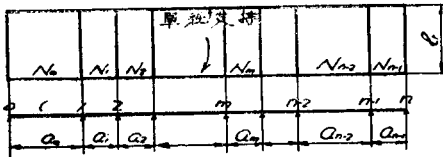
(30)式は剛性梁に支持される連続版の3モーメント方程式であつて、連続梁の場合の Clapeyron の3モーメント方程式に相應するものである。W, Krieger<sup>(6)</sup> も(30)式と同様な式を誘導しているが、これは次のようである。

$$\begin{aligned} M_{m-1} \frac{\alpha_{m-1} \coth \alpha_{m-1} - 1}{N_{m-1} \sinh \alpha_{m-1}} + M_m \left[ \frac{1}{N_{m-1}} \left( \coth \alpha_{m-1} - \frac{\alpha_{m-1}}{\sinh^2 \alpha_{m-1}} \right) + \frac{1}{N_m} \left( \coth \alpha_m - \frac{\alpha_m}{\sinh^2 \alpha_m} \right) \right] \\ + M_{m+1} \frac{S_m \coth \alpha_m - 1}{N_m \sinh \alpha_m} \\ = 2\beta \left( \frac{dX_{m-1}}{dx} \right)_{x=\alpha_{m-1}} - 2\beta \left( \frac{dX_m}{dx} \right)_{x=0} \end{aligned}$$

上式中  $X_m$  は4邊単純支持版が任意の荷重を受けた場合の撓曲面を  $w_m = \sum X_m \sin \beta_n y$  にて表した場合、 $x$  のみの函数の部分である。

兩者を比較すると(30)式の方が表現法が一般的であつて、使用に當つても便利である。

圖-7.



4. 多數の彈性梁にて支えられた連續版

(1) 一般の場合

周邊はすべて単純支持とし、版を中間で支えている彈性梁の兩端は回轉端とする。用いる記號も前章と同一とする、(圖-7)

任意の支承  $m$  に於ける曲げモーメントは(15)式より

$$\begin{aligned} M_{m,m-1} = \beta \frac{k_{m-1}}{c_{m-1}^2 - s_{2m-1}^2} \left[ s_{m-1} \varphi_{m-1} + c_{m-1} \varphi_m - \beta \left\{ j_{m-1} \delta_m - i_{m-1} \delta_{m-1} \right\} \right] + C_{m,m-1} \\ M_{m,m+1} = \beta \frac{k_m}{c_m^2 - s_{2m}^2} \left[ c_m \varphi_m + s_m \varphi_{m+1} - \beta \left\{ i_m \delta_{m+1} - j_m \delta_m \right\} \right] + C_{m,m+1} \end{aligned}$$

従つて  $\sum M = 0$  より  $m$  支承に於ける曲げモーメントの平衡條件式は

$$k_{m-1} \frac{s_{m-1}}{c_{m-1}^2 - s_{2m-1}^2} \varphi_{m-1} + \left\{ k_{m-1} \frac{c_{m-1}}{c_{m-1}^2 - s_{2m-1}^2} + k_m \frac{c_m}{c_m^2 - s_{2m}^2} \right\} \varphi_m$$

$$+k_m \frac{s_m}{c^2_m - s^2_m} \varphi_{m+1} + \beta \left[ k_{m-1} \frac{i_{m-1}}{c^2_{m-1} - s^2_{m-1}} \delta_{m-1} - \left\{ k_{m-1} \frac{j_{m-1}}{c^2_{m-1} - s^2_{m-1}} - k_m \frac{j_m}{c^2_m - s^2_m} \right\} \delta_m - k_m \frac{i_m}{c^2_m - s^2_m} \delta_{m+1} \right] = -\frac{1}{\beta} [C_{m,m-1} + C_{m,m+1}] \dots\dots(31)$$

又支承 1 に於ては,

$$M_{1,0} = \beta \frac{k_0}{c^2_0 - s^2_0} \left[ \frac{c^2_0 - s^2_0}{c_0} \varphi_1 - \beta \cdot j'_0 \cdot \delta_1 \right] + H_{1,0}$$

$$\therefore \left\{ k_0 \frac{1}{c_0} + k_1 \frac{c_1}{c_1^2 - s_1^2} \right\} \phi_1 + k_1 \frac{s_1}{c_1^2 - s_1^2} \varphi^2 + \beta \left[ - \left\{ k_0 \frac{j'_1}{c_0^2 - s_0^2} - k_1 \frac{j_1}{c_1^2 - s_1^2} \right\} \delta_1 - k_1 \frac{i_1}{c_1^2 - s_1^2} \delta_2 \right]$$

$$= -\frac{1}{\beta} [H_{1,0} + C_{1,2}] \dots\dots(32)$$

同様に支承 (n-1) に於ては,

$$k_{n-2} \frac{s_{n-2}}{c^2_{n-2} - s^2_{n-2}} \varphi_{n-2} + \left\{ k_{n-2} \frac{c_{n-2}}{c^2_{n-2} - s^2_{n-2}} + k_{n-1} \frac{1}{c_{n-1}} \right\} \varphi_{n-1}$$

$$+ \beta \left[ k_{n-2} \frac{i_{n-2}}{c^2_{n-2} - s^2_{n-2}} \delta_{n-2} - \left\{ k_{n-2} \frac{j_{n-2}}{c^2_{n-2} - s^2_{n-2}} - k_{n-1} \frac{j_{n-1}}{c^2_{n-1} - s^2_{n-1}} \right\} \delta_{n-1} \right]$$

$$= -\frac{1}{\beta} [C_{n-1,n-2} + H_{n-1,n}] \dots\dots(33)$$

故に上式を整理すると次の如くなる。

$$\left. \begin{aligned} e'_1 \varphi_1 + \varphi_2 &+ \beta(-r'_1 \delta_1 - q_1 \delta_2) &= -\frac{1}{\beta} (H_{1,0} + C_{1,2}) \\ l_1 \varphi_1 + c_2 \varphi^2 + l_2 \varphi_3 &+ \beta(q_1 \delta_1 - r_2 \delta_2 - q_2 \delta_3) &= -\frac{1}{\beta} (C_{2,1} + C_{2,3}) \\ l_{m-1} \varphi_{m-1} + e_m \varphi_m + l_m \varphi_{m+1} &+ \beta(q_{m-1} \delta_{m-1} - r_m \delta_m - q_m \delta_{m+1}) &= -\frac{1}{\beta} (C_{m,m-1} + C_{m,m+1}) \\ l_{n-3} \varphi_{n-3} + e_{n-2} \varphi_{n-2} + l_{n-1} \varphi_{n-1} &+ \beta(q_{n-3} \delta_{n-3} - r_{n-2} \delta_{n-2} - q_{n-2} \delta_{n-1}) &= -\frac{1}{\beta} (C_{n-2,n-3} + C_{n-2,n-1}) \\ l_{n-2} \varphi_{n-2} + e'_{n-1} \varphi_{n-1} &+ \beta(q_{n-2} \delta_{n-2} - r'_{n-1} \delta_{n-1}) &= -\frac{1}{\beta} (C_{n-1,n-2} + H_{n-1,n}) \end{aligned} \right\} \dots\dots(34)$$

茲に

$$\left. \begin{aligned} e_m &= k_{m-1} \frac{c_{m-1}}{c^2_{m-1} - s^2_{m-1}} + k_m \frac{c_m}{c^2_m - s^2_m}, \quad l_m = k_m \frac{s_m}{c^2_m - s^2_m} \\ e'_1 &= k_0 \frac{1}{c_0} + k_1 \frac{c_1}{c_1^2 - s_1^2}, \quad e'_{n-1} = k_{n-2} \frac{c_{n-2}}{c^2_{n-2} - s^2_{n-2}} + k_{n-1} \frac{1}{c_{n-1}} \\ r_m &= k_{m-1} \frac{j_{m-1}}{c^2_{m-1} - s^2_{m-1}} - k_m \frac{j_m}{c^2_m - s^2_m}, \quad q_m = k_m \frac{i_m}{c^2_m - s^2_m}, \\ r'_1 &= k_0 \frac{j'_0}{c_0^2 - s_0^2} - k_1 \frac{j_1}{c_1^2 - s_1^2}, \\ r'_{n-1} &= k_{n-2} \frac{j_{n-2}}{c^2_{n-2} - s^2_{n-2}} - k_{n-1} \frac{j'_{n-1}}{c^2_{n-1} - s^2_{n-1}} \end{aligned} \right\} \dots\dots(35)$$

次に m なる弾性梁に就て考えると,

$$EJ_m \frac{\partial^4 w_{m-1}}{\partial y^4} = \Sigma EJ_m \delta_m \beta^4 \sin \beta y$$

= 弾性梁にかゝる分布荷重

$$= \Sigma V_m^r \sin \beta y - \Sigma V_m^l \sin \beta y$$

なる関係が成立する。茲に  $V_m^r$  は  $m, m+1$  径間の左邊の反力,  $V_m^l$  は  $m-1, m$  径間の右邊の反力を表すものである。

これに(16)式の関係を代人すれば,

$$\begin{aligned} & k_{m-1} \frac{i_{m-1}}{c_{2m-1}^2 - s_{2m-1}^2} \varphi_{m-1} + \left\{ k_{m-1} \frac{i_{m-1}}{c_{2m-1}^2 - s_{2m-1}^2} - k_m \frac{i_m}{c_{2m}^2 - s_{2m}^2} \right\} \psi_m \\ - k_m \frac{i_m}{c_{2m}^2 - s_{2m}^2} \varphi_{m+1} + \beta & \left[ k_{m-1} \frac{g_{m-1}}{c_{2m-1}^2 - s_{2m-1}^2} \delta_{m-1} \right. \\ & - \left. \left\{ k_{m-1} \frac{h_{m-1}}{c_{2m-1}^2 - s_{2m-1}^2} + k_m \frac{h_m}{c_{2m}^2 - s_{2m}^2} + \gamma_m \right\} \delta_m \right. \\ & \left. + k_m \frac{g_m}{c_{2m}^2 - s_{2m}^2} \delta_{m+1} \right] = \frac{1}{\beta^2} [D_{m,m-1} - D_{m,m+1}] \dots \dots \dots (36) \end{aligned}$$

又支承1及(n-1)に就ては夫々,

$$\begin{aligned} \left\{ k_0 \frac{i'_0}{c_{20}^2 - s_{20}^2} - k_1 \frac{j_1}{c_{21}^2 - s_{21}^2} \right\} \varphi_1 - k_1 \frac{i_2}{c_{21}^2 - s_{21}^2} \varphi_2 + \beta & \left[ - \left\{ k_0 \frac{h'_0}{c_{20}^2 - s_{20}^2} + k_1 \frac{h_1}{c_{21}^2 - s_{21}^2} + \gamma_1 \right\} \delta_1 \right. \\ & \left. + k_1 \frac{g_1}{c_{21}^2 - s_{21}^2} \delta_2 \right] = \frac{1}{\beta^2} [K_{1,0} - D_{1,2}] \dots \dots \dots (37) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & k_{n-2} \frac{i_{n-2}}{c_{2n-2}^2 - s_{2n-2}^2} \varphi_{n-2} + \left\{ k_{n-2} \frac{i_{n-2}}{c_{2n-2}^2 - s_{2n-2}^2} - k_{n-1} \frac{j'_{n-1}}{c_{2n-1}^2 - s_{2n-1}^2} \right\} \varphi_{n-1} \\ & + \beta \left[ k_{n-2} \frac{g_{n-2}}{c_{2n-2}^2 - s_{2n-2}^2} - \left\{ k_{n-2} \frac{h_{n-2}}{c_{2n-2}^2 - s_{2n-2}^2} + k_{n-1} \frac{h'_{n-1}}{c_{2n-1}^2 - s_{2n-1}^2} + \gamma_{n-1} \right\} \delta_{n-1} \right] \\ & = \frac{1}{\beta^2} [D_{n-1,n-2} - K_{n-1,n}] \dots \dots \dots (38) \end{aligned}$$

茲に  $\gamma_m = \frac{EJ_m \pi n}{N_e b}$

上式を整理すると, (35)式の記號を用いて次の如くなる。

$$\begin{aligned} r_1 \varphi_1 - q_1 \varphi_2 & + \beta (-u'_1 \delta_1 + z_1 \delta_2) & = \frac{1}{\beta^2} (K_{1,0} - D_{1,2}) \\ q_1 \varphi_1 + r_2 \varphi_2 - q_2 \varphi_3 & + \beta (z_1 \delta_1 - u_2 \delta_2 + z_2 \delta_3) & = \frac{1}{\beta^2} (D_{2,1} - D_{2,3}) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ q_{m-1} \varphi_{m-1} + r_m \varphi_m - q_m \varphi_{m+1} & + \beta (z_{m-1} \delta_{m-1} - u_m \delta_m + z_m \delta_{m+1}) & = \frac{1}{\beta^2} (D_{m,m-1} - D_{m,m+1}) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ q_{n-3} \varphi_{n-3} + r_{n-2} \varphi_{n-2} - q_{n-2} \varphi_{n-1} & + \beta (z_{n-3} \delta_{n-3} - u_{n-2} \delta_{n-2} + z_{n-2} \delta_{n-1}) & = \frac{1}{\beta^2} (D_{n-2,n-3} - D_{n-2,n-1}) \\ q_{n-2} \varphi_{n-2} + r'_{n-1} \varphi_{n-1} & + \beta (z_{n-2} \delta_{n-2} - u'_{n-1} \delta_{n-1}) & = \frac{1}{\beta^2} (D_{n-1,n-2} + K_{n-1,n}) \end{aligned} \dots \dots \dots (39)$$

茲に

$$\left. \begin{aligned} u_m &= k_{m-1} \frac{h_{m-1}}{c_{2m-1}^2 - s_{2m-1}^2} + k_m \frac{h_m}{c_{2m}^2 - s_{2m}^2} + \gamma_m \\ z_m &= k_m \frac{g_m}{c_{2m}^2 - s_{2m}^2} \\ u'_1 &= k_0 \frac{h'_0}{c_{20}^2 - s_{20}^2} + k_1 \frac{h_1}{c_{21}^2 - s_{21}^2} + \gamma_1 \\ u'_{n-1} &= k_{n-2} \frac{h_{n-2}}{c_{2n-2}^2 - s_{2n-2}^2} + k_{n-1} \frac{h'_{n-1}}{c_{2n-1}^2 - s_{2n-1}^2} + \gamma_{n-1} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (40)$$

従つて, 未知量  $2(n-1)$  個に對し, 方程式が  $2(n-1)$  個得られたから, これ等を聯立的に解いて所要の未知量

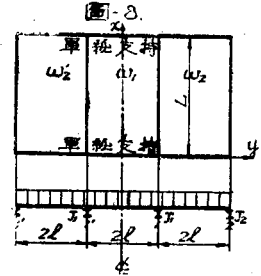
$\psi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_{n-1}, \delta_1, \delta_2, \dots, \delta_{n-1}$  が求められる。従つて(15)式より曲げモーメントの値が求められ、更にその値を用いて(3)式より曲げモーメントを受ける場合の撓曲面を求めることが出来る。この撓曲面に4邊単純支持の場合の撓曲面を加えると、所要の値を得る。

E. Weber の論文(7)では 圖-3 の如く、等剛度梁にて支えられる等版剛度の3 徑間連続版が等分布荷重を受けた場合に就き、

$$w_2 = \frac{4PL^4}{\pi^5 N} \sum_{n=1,3,5} \left( \frac{1}{n^5} + A_{2n} \frac{n\pi y}{L} \sinh \frac{n\pi y}{L} + B_{2n} \cosh \frac{n\pi y}{L} + C_{2n} \frac{n\pi y}{L} \cosh \frac{n\pi y}{L} + D_{2n} \sinh \frac{n\pi y}{L} \right) \sin \frac{n\pi x}{L}$$

$$w_1 = \frac{4PL^4}{\pi^5 N} \sum_{n=1,3,5} \left( \frac{1}{n^5} + A_{1n} \frac{n\pi y}{L} \sinh \frac{n\pi y}{L} + B_n \cosh \frac{n\pi y}{L} \right) \sin \frac{n\pi x}{L}$$

$$w'_2 = \frac{4PL^4}{\pi^5 N} \sum_{n=1,3,5} \left( \frac{1}{n^3} + A_{2n} \frac{n\pi y}{L} \sinh \frac{n\pi y}{L} + B_{2n} \cosh \frac{n\pi y}{L} + C_{2n} \frac{n\pi y}{L} \cosh \frac{n\pi y}{L} - D_{2n} \sinh \frac{n\pi y}{L} \right) \sin \frac{n\pi x}{L}$$



と置き、端版条件及連続条件を次の如く置いている。即ち

$$m_y = -N \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}, \quad m_{xy} = -N \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}, \quad P_y = -N \frac{\partial}{\partial y} \Delta w, \quad q_y = -N \left\{ \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} + 2 \frac{\partial^2 w}{\partial y \partial x^2} \right\}, \quad EJ \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} = v$$

但し、 $\nu$  = ポアソン比 = 0

と書けば、

1.  $m_y = 0 \quad (y_2 = 3l)$
2.  $-q_y(x_2 = 3l) = v_2 \quad (y_2 = 3l)$
3.  $w(y_2 = l) = w(y_1 = l)$
4.  $\Delta w(y_2 = l) = \Delta w(y_1 = l)$
5.  $m_{xy}(y_2 = l) = m_{xy}(y_1 = l)$
6.  $P_y(y_2 = l) - P_y(y_1 = l) = v(y_2 = l)$

1, 2. は端邊条件, 3. は接合線に於ける撓み, 4. は曲げモーメントの等しい条件, 6. は梁の撓みの条件を表している。5. は結局  $\theta_y(y_2 = l) = \theta_y(y_1 = l)$  である。これらの条件から6つの常數の關係が導かれるが、その關係式は相當複雑である。然るに、撓角撓度法公式に従えば3, 5. の条件は公式自身に含まれているので、 $y_1 = l$  に於ける条件は2つにて済むことになる。又1. の条件より、2. は  $\theta(y = l), \delta(y = 3l)$  及  $\delta(y = l)$  にて表すことが出来るから、この場合は上記3つにて充分であり、条件式も亦3つ得られて解けることになる。即ち方程式の數は半分にて済むので解法は容易となる。

(2) 中間にて彈性支持される場合の5モーメント方程式

矩形版が中間にて彈性支持される場合には、剛性支持の場合の3モーメント方程式に對して、5モーメント方程式を導くことが出来る。今矩形版の相隣る5個の彈性支承を0, 1, 2, 3, 4とする。

今(5)式に於て荷重項を考慮すれば、0-1 スパンに就て、

$$\theta_1 = -\frac{M_0}{N_0\beta} s_0 - \frac{M_1}{N_0\beta} c_0 + \beta \{ \delta_1 t_0 - \delta_0 d_0 \} + \frac{C_{0,1} s_0 - C_{1,0} c_0}{N_0\beta}$$

又1-2 スパンに就て、

$$\theta_1 = \frac{M_1}{N_1\beta} c_1 + \frac{M_2}{N_1\beta} s_1 + \beta \{ \delta_2 d_1 - \delta_1 t_1 \} + \frac{C_{2,1} s_1 - C_{1,2} c_1}{N_1\beta}$$

連続条件より

$$\frac{M_0}{N_0\beta} s_0 + M_1 \left( \frac{c_0}{N_0\beta} + \frac{c_1}{N_1\beta} \right) + \frac{M_2}{N_1\beta} s_1 + \beta \{ \delta_0 d_0 - \delta_1(t_1 + t_2) + \delta_2 d_1 \} + \frac{C_{2,1} s_1 - C_{1,2} c_1}{N_1\beta} - \frac{C_{0,1} s_0 - C_{1,0} c_0}{N_0\beta}$$

$$\therefore \delta_0 d_0 - \delta_1(t_1 + t_2) + \delta_2 d_1 = -\frac{1}{N_c \beta^2} \left\{ \frac{M_0 s_0}{k_0} + M_1 \left( \frac{c_0}{h_0} + \frac{c_1}{k_1} \right) + \frac{M_2 s_1}{k_1} \right\} + \frac{1}{N_c \beta^2} \left\{ \frac{C_{0,1} s_0 - C_{1,0} c_0}{k_0} - \frac{C_{2,1} s_1 - C_{1,2} c_1}{k_1} \right\} \dots \dots \dots (a)$$

全く同様にして

$$\delta_1 d_1 - \delta_2(t_1 + t_2) + \delta_3 d_2 = -\frac{1}{N_c \beta^2} \left\{ \frac{M_1 s_1}{k_1} + M_2 \left( \frac{c_1}{k_1} + \frac{c_2}{k_2} \right) + \frac{M_3 s_2}{k_2} \right\} + \frac{1}{N_c \beta^2} \left\{ \frac{C_{1,2} s_1 - C_{2,1} c_1}{k_1} - \frac{C_{3,2} s_2 - C_{2,3} c_2}{k_2} \right\} \dots\dots\dots (b)$$

$$\delta_2 d_2 - \delta_3(t_2 + t_3) + \delta_4 d_3 = -\frac{1}{N_c \beta^2} \left\{ \frac{M_2 s_2}{k_2} + M_3 \left( \frac{c_2}{k_2} + \frac{c_3}{k_3} \right) + \frac{M_4 s_3}{k_3} \right\} + \frac{1}{N_c \beta^2} \left\{ \frac{C_{2,3} s_2 - C_{3,2} c_2}{k_2} - \frac{C_{4,3} s_3 - C_{3,4} c_3}{k_3} \right\} \dots\dots\dots (c)$$

次に荷重項を考えると、支承 1 の左右の反力は次の如く表される。

$$V_1^l = -M_0 \beta d_0 + M_1 \beta v_0 + N_0 \beta^3 \{ \delta_1 v_0 - \delta_0 f_0 \} + D_{1,0}$$

$$V_1^r = -M_1 \beta t_1 + M_2 \beta d_1 + N_1 \beta^3 \{ \delta_2 f_1 - \delta_1 v_1 \} + D_{1,2}$$

従つて、1 なる弾性梁に就て考えると、

$$EJ_1 \delta_1 \beta^4 = V_1^r - V_1^l = +M_0 \beta d_0 - M_1 \beta (t_0 + t_1) + M_2 \beta d_1 + N_c \beta^3 \{ \delta_0 k_0 f_0 - \delta_1 (k_0 v_0 + k_1 v_1) + \delta_2 k_1 f_1 \} + D_{1,2} - D_{1,0}$$

$$\therefore \delta_0 k_0 f_0 - \delta_1 (k_0 v_0 + k_1 v_1 + \gamma_1) + \delta_2 k_1 f_1 = -\frac{1}{N_c \beta^2} \{ M_0 d_0 - M_1 (t_0 + t_1) + M_2 d_1 \} + \frac{1}{N_c \beta^3} \{ D_{1,0} - D_{1,2} \} \dots\dots\dots (d)$$

全く同様にして、

$$\delta_2 k_1 f_1 - \delta_2 (k_1 v_1 + k_2 v_2 + \gamma_2) + \delta_3 k_2 f_2 = -\frac{1}{N_c \beta^2} \{ M_1 d_1 - M_2 (t_1 + t_2) + M_3 d_2 \} + \frac{1}{N_c \beta^3} \{ D_{2,1} - D_{2,3} \} \dots\dots\dots (e)$$

(a)乃至(e)式を解いて  $\delta_2, \delta_3$  及  $\delta_4$  を  $M, \dots, M_4$  及  $C, D$  等の荷重項にて表すことが出来る。次にこれらの値を

$$\delta_2 k_2 f_2 - \delta_3 (k_2 v_2 + k_3 v_3 + \gamma_3) + \delta_4 k_3 f_3 = -\frac{1}{N_c \beta^2} \{ M_2 d_2 - M_3 (t_2 + t_3) + M_4 d_3 \} + \frac{1}{N_c \beta^3} \{ D_{2,3} - D_{3,4} \}$$

に代入すれば、 $M_0, M, M_2, M_3$  及  $M_4$  の関係式、即ち 5 モーメント方程式が得られるわけである。この 5 モーメント方程式はその表し方が複雑で 3 モーメント方程式に比較して取扱いにくく、この方程式を用いて連続版を解くのは不利である。著者は嘗つて、全面に等分布荷重を受け、等版剛度、等邊長比で且等剛度の梁に友えられる特別の場合に就て、5 モーメント方程式を求めてみたが、かゝる特殊な場合でも頗る複雑となつて、容易にモーメントの値を求め得なかつた経験がある。この 5 モーメント方程式はラーメン學に於ける 4 モーメント方程式より撓度を消去して得られた 6 モーメント方程式に對應するものである。

(3) 計算例

圖-9 の如き矩形版にて、周邊は単純支持とし、次の如き寸法を有するものとする。

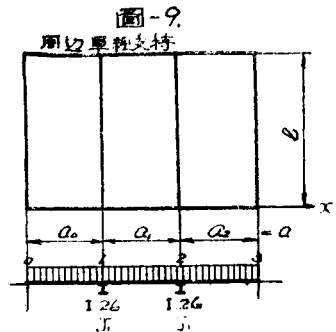
矩形版： 鉄筋コンクリート版、 $h=10^3\text{cm}$ 、 $E_b=2.10 \times 10^{10}\text{t/m}^2$ 、 $\nu=0$ 、従つて  $N = \frac{Eh^3}{12} = 175^{\text{tcm}}$ 、 $a=2.5\text{m}$ 、 $b=5\text{m}$ 、 $\frac{a}{b}=0.5$

支持梁： 鋼梁とし NP. I 26 を用いる。 $Ee=21.0 \times 10^6\text{t/m}^2$ 、 $J_1=5.74 \times 10^{-5}\text{m}^4$ 。

荷重は全面に等分布荷重  $P$  とする。

本問題を撓角撓度法によつて解けば次の通りである。

計算に必要な函數値を表にすると表-6 の如くなる。但し等分布荷重



の場合であるから  $n=1.3.5\dots$  とする<sup>(8)</sup>。

表-6 (その 1)

| $n$ | $\frac{1}{c}$ | $\frac{c}{c^2-s^2}$ | $\frac{s}{c^2-s^2}$ | $\frac{i}{c^2-s^2}$ | $\frac{j}{c^2-s^2}$ | $\frac{g}{c^2-s^2}$ | $\frac{h}{c^2-s^2}$ | $\frac{j'}{c^2-s^2}$ | $\frac{h'}{c^2-s^2}$ |
|-----|---------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|----------------------|----------------------|
| 1   | 2.51975       | 2.97222             | 1.15967             | 2.55596             | 2.74462             | 4.41402             | 5.19353             | 1.74736              | 2.99554              |
| 3   | 2.00272       | 2.01170             | 0.13440             | 0.17057             | 1.01444             | 0.20679             | 2.01783             | 1.00305              | 2.00337              |
| 5   | 2.00001       | 2.00006             | 0.01064             | 0.01220             | 1.00007             | 0.03175             | 2.00008             | 1.00001              | 2.00001              |
| 7   | 2.0           | 2.0                 | 0.00067             | 0.00074             | 1.0                 | 0.00081             | 2.0                 | 1.0                  | 2.0                  |
| 9   | 2.0           | 2.0                 | 0.00004             | 0.00004             | 1.0                 | 0.00004             | 2.0                 | 1.0                  | 2.0                  |
| 11  | 2.0           | 2.0                 | 0.                  | 0.                  | 1.0                 | 0.                  | 2.0                 | 1.0                  | 2.0                  |

表-6 (その 2)

| $n$ | $C$                           | $H$     | $D$                         | $K$     |
|-----|-------------------------------|---------|-----------------------------|---------|
|     | 係数: $\frac{4Pb^2}{\pi^2 n^3}$ |         | 係数: $\frac{4Pb}{\pi^2 n^2}$ |         |
| 1   | 0.18866                       | 0.26227 | 0.77952                     | 0.94175 |
| 3   | 0.84388                       | 0.90025 | 1.81104                     | 1.88259 |
| 5   | 0.98788                       | 0.99314 | 1.98634                     | 1.99236 |
| 7   | 0.99926                       | 0.99960 | 1.99919                     | 1.99956 |
| 9   | 0.99996                       | 0.99998 | 1.99996                     | 1.99998 |
| 11  | 1.0                           | 1.0     | 2.0                         | 2.0     |

表-7

| $n$ | $\gamma = 1.3776n\pi$ |
|-----|-----------------------|
| 1   | 4.32786               |
| 3   | 12.98357              |
| 5   | 21.63929              |
| 7   | 30.29501              |
| 9   | 38.95072              |
| 11  | 47.60644              |

$\frac{Eef_1}{N \cdot b} = \frac{21.0 \times 10^3 \times 5.74 \times 10^{-5}}{175 \times 5} = 1.3776$  となるから、 $\gamma = 1.3776n\pi$  の値を表にすると表-7 の如くなる。

各スパン共  $N$  は同一であるから  $k_0 = k_1 = k_2 = 1$  となり、荷重、支持梁共中心線に關し對稱であるから、 $\varphi_1 = -\varphi_2$ 、 $\delta_1 = \delta_2$  と置き得るので、(34)、(39)式より

$$(e'_1 - l_1)\varphi_1 - (r'_1 + q_1)\delta_1\beta = -\frac{1}{\beta}(H_{1,0} + C_{1,2})$$

$$(r'_1 + q_1)\varphi_1 + (-u'_1 + z_1)\delta_1\beta = \frac{1}{\beta^2}(K_{1,0} - D_{1,2})$$

茲に

$$e'_1 = \frac{1}{c_0} + \frac{c_1}{c_1^2 - s_1^2}, \quad l_1 = \frac{s_1}{c_1^2 - s_1^2}, \quad r'_1 = \frac{j'_0}{c_0^2 - s_0^2} - \frac{j_1}{c_1^2 - s_1^2},$$

$$q_1 = \frac{i_1}{c_1^2 - s_1^2}, \quad u'_1 = \frac{h'_0}{c_0^2 - s_0^2} + \frac{h_1}{c_1^2 - s_1^2} + \gamma_1, \quad z_1 = \frac{g_1}{c_1^2 - s_1^2},$$

上記の値を計算すれば表-8 の如くなり、従つて方程式は表-9 となる。これから  $\varphi_1$ 、 $\delta_1\beta$  を求めると表-1 が得られる。

表-8

| $n$ | $e'_1$  | $l_1$   | $r'_1$   | $q_1$   | $u'_1$   | $z_1$   |
|-----|---------|---------|----------|---------|----------|---------|
| 1   | 5.49197 | 1.15967 | -0.99726 | 2.55596 | 12.51693 | 4.41402 |
| 3   | 4.01442 | 0.13440 | -0.01139 | 0.17057 | 17.00477 | 0.20679 |
| 5   | 4.00007 | 0.01064 | -0.00006 | 0.01220 | 25.63938 | 0.01375 |
| 7   | 4.00000 | 0.00067 | 0        | 0.00074 | 34.29501 | 0.00081 |
| 9   | 4.0     | 0.00004 | 0        | 0.00004 | 42.95072 | 0.00004 |
| 11  | 4.0     | 0       | 0        | 0       | 51.60644 | 0       |



表-9

| $n$ | $(e'_1 - l_1) - (r'_1 + q_1) \delta \beta = -\frac{1}{\beta} (H_{1,0} + C_{1,2})$ |         |          | $(r'_1 + q_1) \varphi_1 + (-u'_1 + z_1) \delta \beta = \frac{1}{\beta_2} (K_{1,0} - D_{1,2})$ |           |          |
|-----|---|---------|----------|---|-----------|----------|
| 1   | 4.33230   | 1.55870 | -0.07361 | 1.55870   | -8.10291  | -1.72127 |
| 3   | 3.88002   | 0.15918 | -0.05637 | 0.15918   | -16.79798 | -3.69363 |
| 5   | 3.98943   | 0.01214 | -0.00526 | 0.01214   | -25.62563 | -3.97870 |
| 7   | 3.99933   | 0.00074 | -0.00034 | 0.00074   | -34.29420 | -3.99865 |
| 9   | 3.99996   | 0.00004 | -0.00002 | 0.00004   | -42.95068 | -3.99994 |
| 11  | 4.0   | 0       | 0        | 0   | -51.60644 | -4.0     |

表-10

| $n$ | $\varphi_1$ | $\delta_1 \beta$ |
|-----|-------------|------------------|
| 1   | 0.06386     | 0.22471          |
| 3   | -0.00551    | 0.21983          |
| 5   | -0.000846   | 0.15526          |
| 7   | -0.000063   | 0.11660          |
| 9   | -0.000004   | 0.09313          |
| 11  | 0           | 0.07751          |

表-11

| $n$ | $\frac{1}{c^0}$ | $\frac{1}{c_0} \varphi_1$ | $i'_0 / (c^2_0 - s^2_0)$ | $\frac{i'_0}{c^2 - s^2_0} \delta_1 \beta$ | $H_{1,0}$ | $M_{1,0}$ |
|-----|-----------------|---------------------------|--------------------------|---|-----------|-----------|
| 1   | 2.51975         | 0.16091                   | 1.74736                  | 0.39265                                   | 0.26227   | 0.03053   |
| 3   | 2.00272         | -0.01103                  | 1.00305                  | 0.22050                                   | 0.90025   | 0.66872   |
| 5   | 2.00001         | -0.00169                  | 1.00001                  | 0.15526                                   | 0.99314   | 0.83619   |
| 7   | 2.0             | -0.00013                  | 1.0                      | 0.11660                                   | 0.99960   | 0.88287   |
| 9   | 2.0             | -0.00001                  | 1.0                      | 0.09313                                   | 0.99998   | 0.90684   |
| 11  | 2.0             | 0                         | 1.0                      | 0.07751                                   | 1.0       | 0.92249   |

従つて  $M_1 = \beta \left\{ \frac{1}{c_0} \varphi_1 - \frac{i'_0}{c^2_0 - s^2_0} \delta_1 \beta \right\} + H_{1,0}$  より  $M_{1,0}$  求めると表-11 が得られる。茲に  $\frac{1}{c_0}$ ,  $\frac{i'_0}{c^2_0 - s^2_0}$  は無名数であり,  $\varphi_1$ ,  $\delta_1 \beta$  の単位は  $\frac{4Pb^3}{\pi^4 n^4}$  であるから,  $\beta \left\{ \frac{1}{c_0} \varphi_1 - \frac{i'_0}{c^2_0 - s^2_0} \delta_1 \beta \right\}$  の単位は  $\frac{4Pb^2}{\pi^2 n^2}$  であり,  $H_{1,0}$  と同単位となる。計算にはこのことを考慮せず, 数字のみを取扱つてゆけばよい。

結局横桁上に於ける  $M_x$  の値は

$$M_x = -\frac{4Pb^2}{\pi^3} \left\{ \frac{1}{1^3} 0.03053 \sin \frac{\pi y}{b} + \frac{1}{3^3} 0.66872 \sin \frac{3\pi y}{b} + \frac{1}{5^3} 0.83619 \sin \frac{5\pi y}{b} + \frac{1}{7^3} 0.88287 \sin \frac{7\pi y}{b} + \frac{1}{9^3} 0.90684 \sin \frac{9\pi y}{b} + \frac{1}{11^3} 0.92249 \sin \frac{11\pi y}{b} + \dots \right\} = -3.2252p \left\{ 0.03053 \sin \frac{\pi y}{b} + 0.02477 \sin \frac{3\pi y}{b} + 0.00669 \sin \frac{5\pi y}{b} + 0.00257 \sin \frac{7\pi y}{b} + 0.00124 \sin \frac{9\pi y}{b} + 0.00069 \sin \frac{11\pi y}{b} + \dots \right\}$$

$$\therefore M_{x,max} = -3.2253p \cdot 0.01043 = -0.0336p$$

又  $\delta \beta$  の単位が  $\frac{4Pb^3}{\pi^4 n^4}$  であるから, 横桁の實際の撓み  $\delta_1$  の単位は  $\frac{4b^3}{\pi^2 n^2} \cdot \frac{1}{N}$  となり,

$$\delta_1 = \frac{4b^3}{\pi^2 N} \left\{ \frac{1}{1^3} 0.22471 \sin \frac{\pi y}{b} + \frac{1}{3^3} 0.21983 \sin \frac{3\pi y}{b} + \frac{1}{5^3} 0.15526 \sin \frac{5\pi y}{b} + \frac{1}{7^3} 0.11660 \sin \frac{7\pi y}{b} + \dots \right\} = 0.04668p \left\{ 0.22471 \sin \frac{\pi y}{b} + 0.00091 \sin \frac{3\pi y}{b} + 0.00005 \sin \frac{5\pi y}{b} + \dots \right\}$$

$$\therefore \delta_{1,max} = 0.04668p \times 0.22385 = 0.01045p$$

その他の必要な値は表—10 及 11 の  $\varphi_1, \delta_4/\beta, M_{1,0}$  を用いて容易に機械的に計算される。

上記の計算例は Jng, Archiv. 1937. 8 卷, 第 5 號にて E. Weber が本章第 1 節の終りに示した如き 6 個の未定係数よりなる 3 個の方程式を用いて計算した例題であるが, E. Weber の解法に比較すると撓角撓度法に依る解法は, 機械的であつて便利である。結果も又略々同一である。

## 5. 結 言

ラーメンの解法に於て, 撓角撓度法が 4 モーメント定理よりすぐれているのは, 結局未知量の数を減少し得る點にある。この點に注目して撓角撓度法を版の解法に應用したのが本研究であつて, 従來の解法によるよりも迅速, 確實, 機械的に計算出来, 又すべての徑間の邊長比, 版剛度が異なつていても, 何も苦痛とするに足らない。従來の解法では任意の場合, 式が複雑となつて, 殆ど計算不可能となるおそれが多分にあるのである。

尙本研究は石原, 小西兩教授指導の下に, 連続版研究の 1 部として, 文部省科學研究費を得て行われたものであり, 數値計算には當土木工學教室石原清忠君の助力を得た。茲に附記して謝意を表す次第である。

### 引用文献其他

- (1) E. Müller: Über rechteckige Platten, die längs zweier gegenüberliegenden Seiten auf biegsamen Trägern ruhen; Z. A. M. M., Bd. 6, 1926, Heft 5, s. 355.  
E. Müller: Die Berechnung rechteckiger, gleichförmig belasteter Platten die an zwei gegenüberliegenden Rändern durch elastische Träger unterstützt sind; Ing. Archiv, Bd. II. 1932, s. 606.
- (2) E. Weber: Die Berechnung rechteckiger Platten, die durch elastische Träger unterstützt sind; Ing. Archiv, Bd. VIII, 1937, s. 311.
- (3) 坪井善勝: 矩形版の變形並に應力に及ぶ版周邊撓みの影響に就て; 建築學會論文集, 第 17 號, 273 頁。
- (4) 藤井忠二: 矩形平面版と梁, 昭和 19 年, なおこの他に H. Bay; V. P. Jenson; N. M. Newmark 等の研究がある。
- (5) W. Krieger: Beitrag zur Theorie der durchlaufenden Platte; Ing. Archiv. 1938, Bd. 9, s. 396.
- (6) 上記論文参照。  
S. Timoshenko: Theory of Plates and Shells; 1940, p. 232 にもこの問題を取扱つている。
- (7) (2) 参照。
- (8) S. Timoshenko: Theory of Plates and Shells; 1940 p. 127 参照。

(昭 23. 4. 10 受付)