

吊橋の流體力學的安定性に就て

Aerodynamic Stability of Suspension Bridges.

By Atsushi Hirai, M. Soc. C. E., Japan.

正員, 工博 平 井 敦*

要 旨 横方向より水平の風を受ける單徑間吊橋の流體力學的安定性を従來筆者が行つた面よりも更に廣く取扱つたもので、先づ取扱うべき外力の項を論じ、基本式を求め、其の結果本篇では吊橋の具備すべき條件として、5つの條件を得た。その内一つは前に筆者が求めた風壓に基く捩れ捩屈の條件に他ならない。残りの4條件の内主要な條件は、揚力係数を c_l 、抵抗係数を c_d 、モーメント係数を c_m とするならば

$$\left(\frac{dc_l}{d\varphi}\right)_{\varphi=0} + (c_d)_{\varphi=0} > 0$$

$$\left(\frac{dc_m}{d\varphi}\right)_{\varphi=0} < 0$$

であるが、前者は自勵振動に関する條件である。後者の條件は、D. B. Steinman 氏の結論と逆であつて、之に對する筆者の管見をも述べてある。

目 次

1. 序 説	4. 附 言
2. 基本式の導入	5. 結 言
3. 吊橋の具備すべき必要條件	

§1. 序 説

筆者は昭和17年(西曆1942年)以來「吊橋の振り振動に對する安定性」に就いて研究を行つてきたが、其最終篇に述べた如く取扱ふ問題の範圍が更に擴つて來たので上記表題の下に其後の研究を御報告する次第である。

吊橋の振り振動を取扱ふに當り筆者は初めて風壓による捩れ捩屈の項(靜力學的には周知の事項であるが)を挿入し、興味ある二三の點を明かにし、長徑間吊橋設計上に一資料を與へた。

次に進むべき途は振り振動の基礎の微分方程式と撓み振動の式とを結合し、完全なる兩者の聯成問題¹⁾に入る事である。

工學士、林泰造氏は、先づ筆者の求めた振り振動の式を用ひ、風壓以外に外力の項のない場合につき之を試みたが、其の結果は筆者が得た結果と本質的には同じ内容であつて、之は主として

* 東大助教授(一工土木教室勤務)

1) 今迄筆者の取扱つた振り振動の式は形としては一つであるが、其の導入に當り撓みの二次の微係数を消去する爲に撓みの式を使用してゐる。従つて陽には聯成形態とはなつてゐない。

振れ挫屈の條件である²⁾。

更に前進すべき方向は、今迄我々の範囲に取り入れられなかつた所の風壓以外の外力の項を追
求し、其が吊橋の安定性に如何に影響するかを読みとる事でなければならない。揚力の影響につ
いては「吊橋の振り振動に對する安定性」第2篇³⁾及び第4篇⁴⁾(以後單に、振振、第何篇と略記
す)に於て多少觸れた所であるが之だけでは猶不充分の様である。

振振、第1篇及び第4篇で基礎微分方程式の用意は出来てゐるので、問題の鍵は外力として如
何なる形のものを先づ取上げるかと云ふ事である。風の息、*Kármán Vortex* 等色々考へられる
が、先づ第一に一應自勵振動に關係ある力を取上げる事とする。振振、第2篇にこの自勵振動の
條件に相當する項の現はれて來た點から見ても其の必要性のある事が窺はれる。

又最近 *D. B. Steinman* 氏の論文⁵⁾を一讀するの機會を得たが、全面的に同氏の説を承認す
る事は筆者には今の所出來かねる。特に其の振り振動に關する部分については、かなり再考の餘
地がある様に信ぜられる。之等に關する詳細の議論は別の機會に譲り、先づ筆者の研究結果を以
下述べ、會員各位の御批判と御教示を仰ぐ次第である。

記號はすべて今迄筆者が用ひた通りであるが、將來 *Steinman* 氏の論文との關聯性を考へ流體
力學的係數の記號は之に合せた。

§2. 基本式の導入

振振第4篇式(3)によれば、

$$\frac{\rho}{l} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = \left(E \cdot I + \frac{Hb^2}{2} \right) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} - \frac{E I b^2}{4} \frac{\partial^4 \varphi}{\partial z^4} - \mathfrak{M} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + C_m p b^2$$

$$\text{但し、} \quad p = \frac{1}{2} \rho V^2 \cdot (\text{Staudruck})$$

右邊第2項は剪斷力の影響を示し、第3項は風壓による振れ挫屈の項である。最終項は所謂流
體力學的モーメントの項であるが、之だけでは既述の事項以外に何等新しい進展を示さない。更に
一步前進する爲にはこの點をつかなければならない。

單位長當りの流體力學的モーメントによる上記の「トルク」を T' とすれば

$$T' = C_m p b^2$$

今補剛桁が或る振動を行ひ、 v なる速度で下方に向け動いてゐる瞬間を考へると、相對的には下
方より上方に風が v なる速度即ち $-v$ なる速度を有する事となる。風は元來水平方向に V なる
風速を有するものとすれば、補剛桁に對する相對的迎角 $\delta\varphi$ は

- 2) と云ふ事は、まだ或意味から云つて完全な聯成形態になつてゐないと云ふ事である。
- 3) 土木學會論文集(昭和21年度 1・2合併號) P.48~66; 平井敦: 吊橋の振り振動に對する安定性に就
て II)
- 4) 土木學會論文集(昭和22年度) 本號登載
- 5) Proc. A. S. C. E., Nov. 1943, P.1361~1397. D. B. Steinman, Rigidity and Aerodynamic Stability of
Suspension Bridges.

$$\delta\dot{\varphi} = -\frac{v}{V}$$

かかる迎角の變化に對するトルク T の變化は、

$$T + \frac{\partial T}{\partial \varphi} \delta\varphi = C_m p b^2 - \left(\frac{\partial C_m}{\partial \varphi} \right) \frac{p b^2}{V} \frac{\partial u}{\partial t}$$

流體力學的モーメントは角 φ を増加させる様な、即ち補剛桁の中心軸⁶⁾に對し非復原性の性格を有するモーメントを正方向とす。且簡單の爲に、

$$C_m \doteq S_1 \varphi \dots\dots\dots (1)$$

と考へる。 S_1 は今迄筆者が用ひてた記號 α と同じものであるが、將來の Steinman 氏の論文との關聯性を考へ記號をかく變更する。

又角速度に比例する *damping factor* を挿入する事とし其の係数を δ_1 とする。

然るとき、振り振動の基本式は結局次の如くなる。

$$\frac{\theta}{l} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = \left(KG + \frac{Hb^2}{2} \right) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} - \frac{EIb^2}{4} \frac{\partial^4 \varphi}{\partial z^4} - \mathfrak{M} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \left[S_1 p b^2 \varphi - S_1 \frac{p b^2}{V} \frac{\partial u}{\partial t} \right] - \delta_1 \frac{\partial \varphi}{\partial t} \dots\dots\dots (2)$$

振振、第1篇自至第4篇に於いては(2)に相當する式を振り振動のみの式に變換する事に成功し、問題を簡易化する事を得たが、上式には $\partial u / \partial t$ の項を含む故この方法には難色がある。従つていきおい撓み振動をも考へなければならぬが、今迄の境地より更に新生面を拓くには、やはり流體力學的の取上げ方に考慮が必要である。

妹澤博士⁷⁾が屢々使用されてゐる様な所謂動力學的迎角 ($\varphi - v/V$) を考へるだけでは猶多少不充分である様に思はれるので圖-1 につき改めて考へる。

圖示の如き、揚力及び抗力 D の補剛桁に直角方向の分力 F は

$$F = L \cos \varphi + D \sin \varphi$$

之より次式が導かれる⁸⁾。

$$\frac{dF}{d\varphi} \doteq \frac{dL}{d\varphi} + D$$

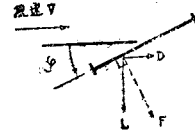


圖-1

補剛桁が下方に v なる速度で運動してゐる瞬間を考へると、其の相對迎角の變化 $\delta\varphi$ に對し F の變化は

$$F + \frac{\partial F}{\partial \varphi} \delta\varphi \doteq F + \left(\frac{dL}{d\varphi} + D \right) \left(-\frac{v}{V} \right) = C_l p b - \frac{p b}{V} \left(\frac{dC_l}{d\varphi} + C_d \right) \frac{du}{dt}$$

この力は圖示の F 方向の力であるが、 φ が小さい限り鉛直方向即ち下向力と考へられる。(議

6) 本篇では中心軸と重心軸は一致してゐるものと考へる。
 7) 妹澤, 振動學。
 8) Den Hartog; Mechanical Vibration. p.347参照

論の餘地はあるが一應かくおく事とする——(35)式参照——)

Steinman 氏の記號と同じ記號を用ふれば

$$\left. \begin{aligned} C_i &\doteq S\varphi \\ S' &= \frac{dC_i}{d\varphi} + C_i = S + C_a \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

更に *damping* の項をも考へに入れると、

$$\text{下向力} = Spb\varphi - \frac{S'pb}{V} \frac{du}{dt} - \delta_s \frac{du}{dt}$$

風壓に基く η 方向の曲げモーメントは $\varphi\mathfrak{M}$ である。ここに \mathfrak{M} は風壓による支間 l の桁としての曲げモーメントである。

然るとき吊橋の撓度理論の式に於て、振振、第4篇で斷つた如く、 $\Delta H=0$ と假定すれば撓み振動に對する近似式として次式が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{2m}{g} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= -EI \frac{\partial^4 u}{\partial z^4} + 2H \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2} (\varphi\mathfrak{M}) \\ &+ Spb\varphi - \left(\frac{S'pb}{V} + \delta_s \right) \frac{\partial u}{\partial t} \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

しかして⁹⁾、

$$\begin{aligned} -\frac{\partial^2}{\partial z^2} (\varphi\mathfrak{M}) &\doteq -\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} \mathfrak{M} - \varphi \frac{\partial^2 \mathfrak{M}}{\partial z^2} \\ &= -\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} \mathfrak{M} + C_a p b \varphi \end{aligned}$$

と考へるならば、(4)式は次の形となる (S のダツシに注目)

$$\begin{aligned} \frac{2m}{g} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= -EI \frac{\partial^4 u}{\partial z^4} + 2H \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \mathfrak{M} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} \\ &+ S' p b \varphi - \left(\frac{S' p b}{V} + \delta_s \right) \frac{\partial u}{\partial t} \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

(2) 及び (4) が基本の式である。この式さへ立てれば後は周知の *Routh* の判別式¹⁰⁾ を作れば、振動の安定條件が得られる。

即ち

$$\begin{aligned} \varphi &= \phi(z)e^{xt} \\ u &= U(z)e^{xt} \end{aligned}$$

とおき更に又 (之を一般化するのには比較的容易である故、混雜をさける爲に補剛桁の中央一節點の振動を取扱ふ)。

$$\begin{aligned} \phi(z) &= A \sin \lambda z \\ U(z) &= B \sin \lambda z \\ \lambda &= 2\pi/l \end{aligned}$$

9) この所の取扱ひについても猶再考の餘地があるが一應この形にしておく。

10) Kármán & Biot; *Mathematical Methods in Engineering*, p.244

とふくと、(2) 及び (4) より結局次式を得、

$$\begin{vmatrix} \lambda^2 \underline{KG} - S_i p b^2 + \delta_i x + \frac{\Theta}{l} x^2, & \frac{\Theta}{l} r x - \lambda^2 \mathfrak{M}, \\ -\frac{\mathfrak{M}}{2} \lambda^2 - \frac{S' p b}{2}, & \frac{m}{g} x^2 + 4\alpha \frac{m}{g} x - \frac{EJ}{2} \lambda^4, \end{vmatrix} = 0$$

但し、

$$\left. \begin{aligned} EJ &= EI + \frac{l^2}{2\pi^2} H \\ \underline{KG} &= KG + \pi^2 \frac{b^2}{l^2} EJ \\ \lambda &= \frac{2\pi}{l} \\ \alpha &= \frac{g}{8m} \left(\frac{S' p b}{V} + \delta_s \right) \\ r &= \frac{l}{\Theta} \frac{S_i p b^2}{V} \\ p &= \frac{1}{2} \rho V^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

上記の行列式を解けば x に關する次の四次式を得、

$$x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$$

$$\left. \begin{aligned} \text{但し、} \quad a &= 4\alpha + \frac{l}{\Theta} \delta_i \\ b &= \frac{l}{\Theta} (\lambda^2 \underline{KG} - S_i p b^2) + \frac{g}{2m} EJ \lambda^4 + 4\alpha \frac{l}{\Theta} \delta_i \\ c &= 4\alpha \cdot \frac{l}{\Theta} (\lambda^2 \cdot \underline{KG} - S_i p b^2) + \frac{g}{2m} r (\mathfrak{M} \lambda^2 + S' p b) + \frac{l}{\Theta} \delta_i \frac{g}{2m} EJ \lambda^4 \\ d &= \frac{g}{2m} \frac{l}{\Theta} (\lambda^2 \cdot \underline{KG} - S_i p b^2) EJ \lambda^4 - \frac{g}{2m} \frac{l}{\Theta} \mathfrak{M}^2 \lambda^4 - \frac{g}{2m} \frac{l}{\Theta} (S' p b) \mathfrak{M} \lambda^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

振動の安定條件は周知の如く、

$$\left. \begin{aligned} a > 0, \quad b > 0, \quad c > 0, \quad d > 0 \\ \text{及び} \quad c^2 - abc + a^2 d < 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

上記の條件につき、——順序は (7) 式とは變更するが——以下別々に考へて行く事とする。

§3. 振動の安定條件

第1條件 ($a > 0$)

$$\frac{S' p b}{2} V + \delta_s + \frac{\delta_i}{r^2} > 0 \dots\dots\dots (8)$$

$$\text{但し、} \quad \frac{1}{r^2} = \frac{2m/g}{\Theta/l} \dots\dots\dots (9)$$

δ_s は撓み振動に對する、 δ_i は振り振動に對する減衰係數であつて今の所之等に對する實驗的

研究資料は不充分である。特に δ_s に関しては橋梁に關する限り殆ど空白の様である故將來この方面の研究が望ましい。橋床に開孔する時は δ_s 及び δ_t の内の *Aerodynamic damping* の項は減少するものと推定される。

撓み振動の減衰係數として *Steinman* 氏の擧げて居る *structural damping* δ の關係式として次式¹¹⁾がある。

$$\delta \doteq 0.001 + 0.06R \dots\dots\dots(10a)^{12)}$$

但し $R \doteq \frac{EI}{EJ} \dots\dots\dots(11)$

トラスと鉸桁とを比較すると、トラスの方の δ が大である様であるが之は注目すべき點である。

・又 R が非常に小さい場合即ち補剛桁を構成する左右の主桁の撓み剛性が小さい場合には

$$\left. \begin{array}{l} \text{鉸桁に對しては;} \quad \delta = 0.005 + 0.25 R \\ \text{トラス " ;} \quad \delta = 0.010 + 0.50 R \end{array} \right\} \dots\dots\dots(10b)^{13)}$$

之等の式を見ると、 R が大なる方 *structural damping* が大となる事がわかる。*Prof. Farquharson*¹⁴⁾ も EI を大きくすると振動が制御される事を認めて居る。又 *Steinman* 氏は實在吊橋の資料より

$$R < 0.25$$

の吊橋は *Aerodynamic Oscillation* に對し特に敏感であると指摘してゐる¹⁵⁾。

何れにせよ、 δ_s 及び δ_t は正の値を有すると考へられるから條件を贅澤に設定すれば (8) より

$$S' = [dcl/d\varphi]_{\varphi=0} + C_d > 0 \dots\dots\dots(12)$$

この條件は自勵振動を起さない爲の條件であつて、振振、第2篇に現はれた項である。 $S' < 0$ の場合には *damping* の項がきくわけであるから必ずしも現實の吊橋に於ては破壊を意味しない。しかし流體力學的な振動性は示す筈である。かかる $S' < 0$ の場合に於ける振動生態に(即ち一應上記の不安定領域に於ける振動については) 關しては本篇はその範圍外である。

(8) 式に立戻つて、自勵振動を起す場合即ち $S' < 0$ の時の限界風速 V_{cr} を求めると、

$$V_{cr} = \frac{2}{-S'_{\delta\delta}} \left(\delta_s + \frac{\delta_t}{r^2} \right) \dots\dots\dots(13)$$

従つて假に自勵振動を起す様な吊橋を作るとすれば、幅廣い—— b の大きな——吊橋は不利と云ふ事になるが、かかる吊橋をわざわざ作る事は避けるわけである故、直ちに幅廣い吊橋は不

11) 筆者の δ_s と *Steinman* 氏の δ とが空氣制御は別として、完全に一致すべきものなるや否やは猶再考の餘地があるが、今手元に原文がないのではつきりしない。
 12) Proc. A. S. C. E., Nov., 1943 P.1374
 13) Proc. A. S. C. E., April. 1945 P.529
 14) Civil Engr. Aug', 1946 P.344~345: F. B. Farquharson. Lessons in Bridge Design taught by Aerodynamic Studies.
 15) Proc. A. S. C. E., Nov., 1943 P.1367

可¹⁶⁾と斷する事は出来ない。

(13) 式より自勵振動に對する限界風速が得られるが、本篇の取扱ひはこの限界點を求めただけで自勵振動を起す吊橋の限界風速以下の振動に關しては別途に考へるべきである事は既に述べた所でもある。

S' が負になる橋床断面の一例は、筆者及協同研究者¹⁷⁾による實驗に依れば H 型断面では、桁高を h 橋幅を b とする時 $h/b > 0.25$ の $A-1, Z-2$ 断面であつて、 $h/b = 0.15$ の $A-2$ 断面(寫眞-1)では正である。この比が 0.20 の断面 $A-3$ に關しては製作狀況不良の爲實驗しなかつたが惜しい點を空白にしたものと残念に思つてゐる。實驗結果は圖-2 の如し。之に對し *Steinman* 次の掲げてゐる結果は圖-3 の如くであり。

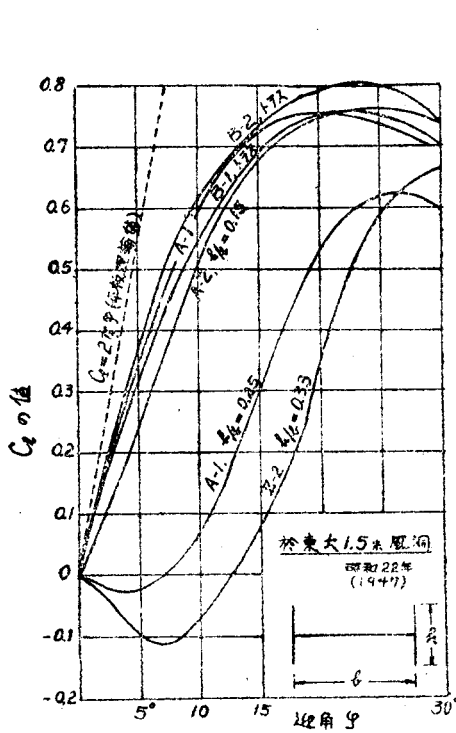


圖-2 揚力係数

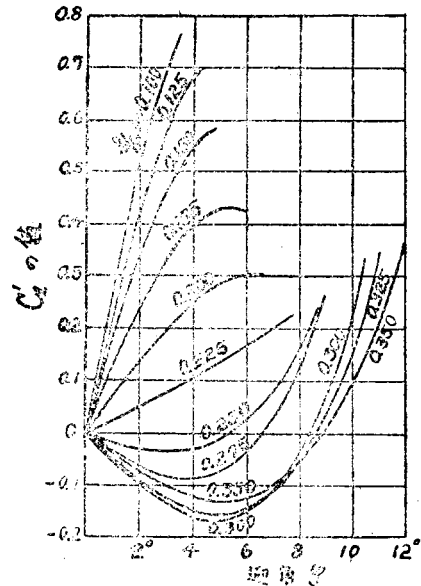
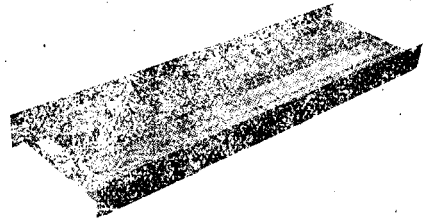


圖-3 揚抗係數に對する修正を施した揚力係數 (Steinman)



寫眞-1 A-1 断面(飯板)

16) *Steinman* 氏は同氏の理論に基き、廣巾の吊橋を排撃して居るが之に關連して *Louis Balog*氏の討議が *Proc. A. S. C. E., Dec., 1944. P.1573* に掲載されてゐる。

17) 土木學會誌 33卷1號(昭和23年; 平井敦, 小松康二, 中島彬博, 及西野滿男; 吊橋補剛桁の流體力學的特性に就いて。圖-3

のものは S' が負であると述べてゐる¹⁸⁾。

又實在の吊橋では *Deer Isle* 橋が S' 負で¹⁹⁾

$$S' = -2.5$$

である。

第2條件 ($d > 0$)

$$\lambda^2 \cdot \underline{KG} - S_i p b^2 > \frac{\mathfrak{M}^2}{EJ} \left[1 + \frac{S' p b}{\mathfrak{M} \lambda^2} \right] \dots\dots\dots (14a)$$

又
$$\mathfrak{M} = \frac{wl^2}{\sqrt{128}} \dots\dots\dots (15)$$

$$\therefore \frac{4\pi^2}{l^2} \underline{KG} - S_i p b^2 > \frac{w^2 l^4}{128 EJ} \left[1 + \frac{\sqrt{128}}{4\pi^2} \frac{S + C_d}{C_d} \right] \dots\dots\dots (14b)$$

之は振振，第1篇自至第4篇に取扱つた條件であつて，在邊の $S_i p b^2$ を省略すれば風壓による振れ挫屈の條件に他ならない。上記第4篇(15)式と(14b)の差は最終項の分子の C_d だけ多い點である。この原因は本篇圖-1につき考へた所にあるが，將來實驗的にこの點を検討する事が望ましい。兎に角振り振動の安定條件がこの第2條件である故，本條件に關しては改めて説明しないが，(14b)の最終項には第1條件に現はれた(12)式が含まれてゐる事に注目して頂きたい。

振振，第4篇(14)式に依つて

$$\mu^2 = 1 + \frac{\sqrt{128}}{4\pi^2} \frac{S + C_d}{C_d} \dots\dots\dots (16)$$

とおけば，

$$\frac{EJ}{l^2} > \frac{\mu}{2\pi^2 \sqrt{128}} \left(\frac{w}{b} \right) \dots\dots\dots (17a)$$

$$\frac{EJ}{l^2} > \frac{\rho V^2 C_d \mu}{4\pi^2 \sqrt{128}} \dots\dots\dots (17b)$$

或は設計風壓を $30 lb/ft^2$ にとれば，

$$\frac{EJ}{l^2} > \frac{30}{2\pi^2 \sqrt{128}} \left(\frac{A}{b} \right) \mu \dots\dots\dots (17c)$$

A ……補剛桁の單位長當りの側面有數曝露面積

第3條件 ($b > 0$)

$$\lambda^2 \left(\underline{KG} + \pi^2 \frac{b^2}{l^2} EJ \right) - S_i p V^2 + r^2 \lambda^4 EJ + \frac{S' \rho b}{2} V + \delta_s \delta_i > 0 \dots\dots\dots (18)$$

通常 $\delta_i > 0$ ，又第一條件を想起すれば上式の最終項は正である。従つて贅澤に條件を設定すれば

$$\left[\lambda^2 \left(\underline{KG} + \pi^2 \frac{b^2}{l^2} EJ \right) - S_i p V^2 \right] + r^2 \lambda^4 EJ > 0 \dots\dots\dots (19)$$

通常 $S_i p V^2$ の項の影響は振振，第1篇に述べた如く小であるが一應吟味すると， $S_i < 0$ の時は(19)の左邊は常に正。 $S_i > 0$ の時を考へるに，第2條件により $[\lambda^2 \cdot \underline{KG} - S_i p V^2]$ は(14b)の右

18) Proc. A. S. C. E., Nov 1943, P.1379

19) Proc. A. S. C. E., April, 1945, P.500 Fig.25

邊の正の数値より大なる事が要請せられてる故、この項は正である。従つてこの第3條件は第2條件に満たされてゐるならば常に成立する。

第4條件 ($c > 0$)

$$\lambda^2 \cdot \underline{KG} - S_t p b^2 + \frac{S_t p b^2}{\left(\frac{S' p b}{V} + \delta_s\right) V} (\mathcal{M} \lambda^2 + S' p b) + \frac{\delta_t E J \lambda^4}{\frac{S' p b}{V} + \delta_s} > 0 \dots\dots\dots (20)$$

贅澤に條件を設定すれば、 $\delta_s = 0, \delta_t = 0$ とおいて、

$$\lambda^2 \cdot \underline{KG} - S_t p b^2 + \frac{S_t}{S'} b \mathcal{M} \lambda^2 \left(1 + \frac{S' p b}{\mathcal{M} \lambda^2}\right) > 0$$

$$\lambda^2 \cdot \underline{KG} - S_t p b^2 + \frac{S_t}{S'} \frac{4\pi^2}{\sqrt{128}} w b \left[1 + \frac{\sqrt{128}}{4\pi^2} \frac{S + C_a}{C_a}\right] > 0$$

S_t が正のときは第2條件が成立するならば最初の2項の和は常に正であり、第1條件より $S' > 0$ 故最終項も正である。 $S_t < 0$ の場合を考へると、

$$\lambda^2 \cdot \underline{KG} - S_t p b^2 > \nu^2 \times \frac{w^2 l^4}{128 E J} \left[1 + \frac{\sqrt{128}}{4\pi^2} \frac{S + C_a}{C_a}\right] \dots\dots\dots (21)$$

但し、

$$\nu^2 = 4\pi^2 \sqrt{128} \frac{E J \cdot b}{I^4 w} \left(\frac{-S_t}{S'}\right) \dots\dots\dots (22)$$

(21) 式を (14b) b 式と比較すれば、上式は静力學的な振れ挫屈の條件に ν^2 を乗じたものであつて、

$$\nu^2 > 1$$

の時は第2條件よりこの第4條件の方が厳しく

$$\nu^2 < 1$$

ならば緩かである事がわかる。従つて我々としては第4條件として $S_t < 0$ なる時、 $\nu^2 > 1$ の場合を考へればよい事となる。第4條件が支配的になる場合は(振れ挫屈を主対象とすれば) $\nu^2 > 1$ より

$$\frac{E J}{I^4} > \frac{\mu(w/b)}{2\pi^2 \sqrt{128}} \times \frac{1}{2\mu(-S_t/S')}$$

然るに右邊の第一因子は (17-a) である事に注目すれば、

$$2\mu(-S_t/S') > 1 \dots\dots\dots (23)$$

ならば上式は常に成立し、第4條件の方が第2條件より厳しい事となる。(23) 式中に現はれる係数は次の第5條件にも現はれる係数である故 “流體力學的術係數, *Aerodynamic girder coefficient*” とでも唱へたい。

再び (21) 式に戻り其の左邊の第2項を無視して計算を進めると、

$$\lambda^2 \cdot \left(\underline{KG} + \pi^2 \frac{b^2}{l^2} E J\right) > \mu^2 \left(\frac{-S_t}{S'}\right) \frac{4\pi^2}{\sqrt{128}} w b$$

更に \underline{KG} が無視し得られる様な吊橋を對象とすると、上式より

$$\frac{EJ}{l^3} > \frac{\mu^2}{\pi^2 \sqrt{128}} \left(\frac{-S_t}{S'} \right) \left(\frac{w}{b} \right) = \frac{\mu}{2\pi^2 \sqrt{128}} \left(\frac{w}{b} \right) \times \left(\frac{-S_t}{S'} \right) 2\mu \dots\dots\dots(24a)$$

又は、
$$\frac{EJ}{l^3} > \frac{\rho V^2 C_d \mu}{4\pi^2 \sqrt{128}} \times \left(\frac{-S_t}{S'} \right) 2\mu \dots\dots\dots(24b)$$

又設計風壓として 30 lb/ft² を採用²⁰⁾すれば、

$$\frac{EJ}{l^3} > \frac{30}{2\pi^2 \sqrt{128}} \left(\frac{A}{b} \right) \mu \times \left(\frac{-S_t}{S'} \right) 2\mu \dots\dots\dots(24c)$$

本式を見ると直ちに (23) 式が成立する時が、第2条件に比し第4条件の支配的な場合である事がわかる。(23) 式に (16) 式を代入すると、この条件は

$$\sqrt{1 + \frac{\sqrt{128}}{4\pi^2} \frac{S + C_d}{C_d} \left(\frac{-S_t}{S'} \right)} > \frac{1}{2} \dots\dots\dots(25)$$

但し $S = \left(\frac{dC_l}{d\varphi} \right)_{\varphi=0}$ $S_t = \left(\frac{dC_m}{d\varphi} \right)_{\varphi=0}$

$S' = S + C_d$

√ は正號をとる。

$S_t = 0$ の時には第4条件は消滅する。

橋床断面の撰定に當つては (25) の不等號を逆轉せしめた關係が成立する様な断面を撰定すべき事となる。即ち補剛桁の有すべき条件の一として、次式が登場する。

$$\sqrt{1 + \frac{\sqrt{128}}{4\pi^2} \frac{S'}{C_d} \left(\frac{-S_t}{S'} \right)} < \frac{1}{2} \dots\dots\dots(26)$$

第5条件 ($abc - c^2 - a^2d > 0$)

今 $\alpha > 0$ と考へ、Damping coefficient を含む項で通常の場合正である項を省略して、計算結果のみを掲げると、

$$\left(1 + \frac{S'pb}{\mathfrak{M}\lambda^2} \right) \left[\gamma \left(4\alpha - \frac{l}{\Theta} \delta_i \right) \left\{ \frac{g}{2m} EJ\lambda^4 - \frac{l}{\Theta} (\lambda^2 \cdot \underline{KG} - S_t pb^2) \right\} + 16\alpha^2 \frac{l}{\Theta} \mathfrak{M}\lambda^2 \right. \\ \left. - \frac{g}{2m} \gamma (\mathfrak{M}\lambda^2 + S'pb) + 4\alpha \gamma \frac{l}{\Theta} \delta_i \left(4\alpha + \frac{l}{\Theta} \delta_i \right) \right] + \{ \delta_i \text{ に関する正の項} \} > 0 \dots\dots\dots(27)$$

最終項を本籍では省略すると、残りの項全體に乗ぜられてる因子は (16) 式の μ^2 であり、第1条件の要請 $S' > 0$ をあらゆる吊橋に對して今後要求する事とすれば、この項は正である。従つてこの項は除く事とする。

振り振動に關する Damping coef. δ_i の性格は全然今の所不明であるが、 δ_i を正とすれば最終項の符號は γ 即ち S_t の正負によつてきまる。従つて $S_t < 0$ の場合にはこの項を考へに入れなければならないが、(恐らくこの項の影響は小であると推定される) 已むを得ず本項を一時除外して考へる。この項よりも問題なのはむしろ第1項の因數である。即ち

20) 最近一讀せる下記資料によれば、この數値は再考を要する。Civil Engineering Oct., 1947, P.35-38. D. B. Steinman, wind-Tunnel Tests Reveal Serious Inadequacy of Present Bridge Specifications.

$$4\alpha - \frac{l}{\Theta} \delta_t = \frac{g}{2m} \frac{S'pb}{V} + \frac{g}{2m} \delta_s - \frac{l}{\Theta} \delta_t = \frac{g}{2m} \left[\frac{S'pb}{V} + \delta_s - \frac{1}{r^2} \delta_t \right] \dots\dots\dots (28)$$

但し, $\frac{1}{r^2} = \frac{2m/g}{\Theta/l} \dots\dots\dots (29)$

α が正であつても (第1條件参照), *Torsional damping coef.*, δ_t が過大である時は, 式全體の符號を逆轉せしめ, 構造系を不安定ならしめる可能性を示すものである. 一般に *damping coef.*²¹⁾ は, 材料の性質, 格點等の緊結度及び流體力學的な抵抗に關係する. 嘗て筆者により提案²²⁾——昭和19年(西曆1944年)——せられ, 又アメリカに於て新タコマ橋の原案²³⁾として試みられた所の開床構造を稱用する時は, (28)式により流體力學的抵抗に關する *torsional damping* を減殺する傾向にある事が豫想せられる故, (28)式の

$$\delta_s - \frac{1}{r^2} \delta_t$$

に關し實驗的研究を要する.

Damping coef., δ_t , δ_s を含む項を全部除外する時は (27)式より次式を得.

$$S'S_t \left\{ \frac{EJ\lambda^4}{2m/g} - \frac{KG \cdot \lambda^2}{\Theta/l} + \frac{S_t pb^2}{\Theta/l} \right\} + \frac{p}{2m/g} \left\{ (S')^2 \frac{C_d l^2 \lambda^2}{\sqrt{128}} - \frac{2m/g(b/2)^2}{\Theta/l} \times 4S_t \left(S' + \frac{C_d l^2 \lambda^2}{\sqrt{128}} \right) \right\} > 0 \dots\dots\dots (29)$$

さて吊橋の振り及撓みに對する中央一節點²⁴⁾の固有振動は (2) 及び (4) 式から得られる次式より求められる.

$$\left. \begin{aligned} \frac{\Theta}{l} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} &= \left(KG + \frac{Hb^2}{2} \right) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} - \frac{EJb^2}{4} \frac{\partial^4 \varphi}{\partial z^4} \\ \frac{2m}{g} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= -EI \frac{\partial^4 u}{\partial z^4} + 2EI \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (30)$$

之より圓振動數として夫々 f_φ, f_u は;

$$\left. \begin{aligned} f_\varphi &= \sqrt{\frac{KG \lambda^2}{\Theta/l}} \\ f_u &= \sqrt{\frac{EJ \lambda^4}{2m/g}} \\ \text{但し } \lambda &= 2\pi/l \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (31)$$

又 f_φ と f_u の間には

$$f_\varphi = \frac{b}{2r} f_u \dots\dots\dots (32)$$

但し $\frac{1}{r^2} = \frac{2m/g}{\Theta/l}$

21) Proc., May, 1944, P.689, J. M. Robertson
 22) 土木學會論文集 (昭和21年度) P.86
 23) 土木學會誌 31卷2號 (昭和1.12月發行) P.28
 24) 何故中央一節點の振動を對象とするかに關しては森口繁一氏の吊橋索條の振動 (本論文集登載 P.) 參照

(31) 式を (29) 式に代入すると、

$$S' S_i (f_u - f_\varphi) + \frac{S' (S_i)^2 b^2}{\Theta |l|} \left(\frac{\rho}{2} V^2 \right) + \frac{\left(\frac{g}{2} V \right)}{2\pi/g} \left\{ (S')^2 \frac{C_d l^2 \lambda^2}{\sqrt{128}} - 4 \left(\frac{b}{2r} \right)^2 S_i^2 \left(S' + \frac{C_d l^2 \lambda^2}{\sqrt{128}} \right) \right\} > 0 \dots\dots (32)$$

最終項に含まるる $(b/2r)$ は通常の吊橋では 1.3~1.5 の範圍²⁵⁾にある。(31) 式に含まるる KG は (5) 式で與へられるが、この中長徑間吊橋²⁶⁾に於ては KG の寄與は微小である故之を省略し

$$KG \doteq \pi^2 \frac{l^2}{24} EJ \dots\dots\dots (33)$$

と考へると結局次の形となる。

$$\Delta \doteq S' S_i EJ \lambda^4 \left\{ 1 - \left(\frac{b}{2r} \right)^2 \right\} + 0.0041615 C_d \left\{ (S')^2 - 4 \left(\frac{b}{2r} \right)^2 S_i^2 \right\} V^2 > 0 \dots\dots (34)$$

先づ

$$(S')^2 - 4(b/2r)^2 S_i^2 > 0 \dots\dots\dots (35 a)$$

なる時を考へる。但し第1條件より以後 S' はすべて正とす。

$$(b/2r)^2 = 1.69 \sim 2.25$$

なるを以て、若し

$$S_i < 0 \dots\dots\dots (37)$$

ならば、あらゆる風速 V に對し第5條件に關する限り安定である。(第2條件により通常の場合高速部に不安定領域がある。)

(35a) の場合

$$S_i > 0 \dots\dots\dots (37)$$

ならば (34) 式の第1項は負となる故、第5條件に關しては、低速部に不安定領域があり、其の限界風速 V_{cr} は次式で與へられる。

$$V_{cr}^2 = \frac{\{(b/2r)^2 - 1\} EJ \lambda^4}{0.0041615 C_d \{S'/S_i - 4(b/2r)^2 S_i/S'\}} \dots\dots (38)$$

但し $S' > 0, S_i > 0$ とす。

即ち $S_i > 0$ の時は、この V_{cr} より低い風速では不安定で、之より高速になると逆に安定となる事を第5條件 (34) 式は語る。しかし更に高速になると第2條件が發動し高々速で再び不安定となる點は注目すべき事であり、之等の事は後記の Prof. Farquhorson の疑問に對し一理論的解釋を提供する可能性が強い。(38) 式の V_{cr} より低速部では不安定となるがこの領域に對しては、*damping* の項を挿入して更に詳しく調べなければならない。

$$(S') - 4(b/2r)^2 S_i^2 < 0 \dots\dots\dots (39)$$

25) Proc. A. S. C. E., Nov. 1943, P.1369 Steinman.

26) 短徑間の補剛桁の場合には、 KG を省略する事が出来ない場合がある。

の場合は (34) 式の第 2 項は負である。従つて $S' > 0$ とするならば、(36) 式即ち

$$S_i < 0$$

でなければ安定領域はあり得ない。 $S_i < 0$ の時の限界風速は式の形としては (38) 式と同形式

$$V_{cr}^2 = \frac{\{(b/2r)^2 - 1\} E I \lambda^4}{0.0041615 C_d \{4(b/2r)^2 (-S_i/S') + (S' - S_i)\}} \dots\dots\dots (38')$$

但し $S' > 0 \quad S_i < 0$

で與へられるが、この時は前記の場合と逆に之より高い風速部が不安定領域である。

従つてこの際ある風速に對し安定なる爲には、吊橋の剛性は次の關係を満足しなければならぬ²⁷⁾。

$$E I \lambda^4 > \frac{0.0041615 C_d}{\{(b/2r)^2 - 1\}} \left\{ 4 \left(\frac{b}{2r} \right)^2 \left(\frac{-S_i}{S'} \right) - \left(\frac{S'}{-S_i} \right) \right\} V^2 \dots\dots\dots (40)$$

(34) 式には S' の項が含まれてゐるが、 S' の代りに S とした式も理論的には一應考へ得る。

この時には (35-a) の代りに

$$S^2 - 4(b/2r)^2 S_i^2 \dots\dots\dots (35-b)$$

となる。又

$$S^2 - 4(1+0.287) S_i^2 \dots\dots\dots (35-c)$$

と考へられるふしもある。何れを採用すべきかは一應實驗的検討を要するが今の所研究費の關係上實驗遂行の可能性がうすいので、ありのままを御報告する次第である。

猶 (34) 式の第 2 項には C_d が含まれてゐるが本篇では簡單の爲之を補剛桁の断面即ち橋床断面のみの函數と考へて居るが h/b のみならず、例へば支間 l の影響等も受ける筈である。

今の所筆者の利用し得る流體力學的係數に關する資料によれば

$$(S')^2 - 4(b/2r)^2 S_i^2 > 0$$

の場合が多い。(果して補剛桁に關し常にこの式が成立するや否やは注意深い實驗を數多く行つた上でなければならぬが) (35-a) 式の條件では S' 即ち $S' = S + C_d$ である故、 C_d の効果が効いてくるから (35-a) 式を用ふるのならば先づ通常の場合上記の條件が成立するのはあたりまへであるのかもしれない。しかりとすれば、あらゆる風速に對し(第 5 條件の範圍で)安定なる爲には(36)式により $S_i < 0$ でなければならぬと云ふ事になる。若し $S_i > 0$ と云ふ断面を強ひて用ふるならば、低速部に既に不安定領域が存在する事は既に述べた所である。低速部の不安定性はある程度 *damping* で克服される可能性があり、橋梁の破壊まで導かれないかも知れないが或程度の流體力學的振動性を呈示する筈である。この領域の振動生態は本篇の範圍外である。

筆者の行つた實驗²⁸⁾によれば、表-1 に示す如く、このトラスは平板系の結果を示してゐる。

27) Steinman 氏記號で K は筆者の $E I \lambda^4 / 2$ に相當する。同氏は實に吊橋の調査資料より、鉸桁吊橋では $K \geq 300$ 、トラス吊橋では $K \geq 120$ との結論を與へてゐるが之は理論的に得られたものではない。(Proc. A. S. C. E. Nov., 1943, P 1389) 猶上記の條件は必ずしも筆者の式 (40) から出るものではない。

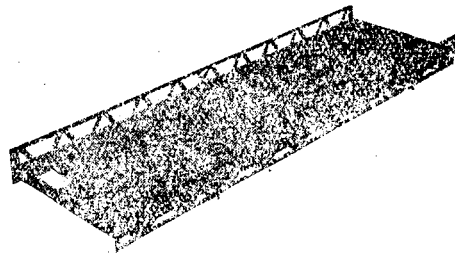
28) 前出脚註 17) 參照

表-1

型 式	巾 b (cm)	主桁高 h (cm)	h/b	$\left(\frac{dC_l}{d\varphi}\right)_{\varphi=0}$	$\left(\frac{dC_m}{d\varphi}\right)_{\varphi=0}$	C_a $\varphi=0$ の値	S' $S_l C_a$	$\left(\frac{-S_l}{S'}\right)$	$\left(\frac{S'}{-S}\right)$	$(S' S_l)$ の 符號
A-1	30	7.5	0.25	-0.4097	-0.2871	+0.275	-0.1347	-2.131	-0.469	+
A-2	30	4.5	0.15	+2.956	-0.531	+0.211	+3.167	+0.168	+5.964	-
A-4 (平板)	30	0.2	0.	+3.444	+0.861	+0.007	+3.451	-0.249	-4.008	+
C-4 (開孔平板)	30	0.2	0.	+3.013	+0.689	+0.009	+3.022	-0.228	-4.386	+
B-1 (トラス)	30	7.5		+4.592	+0.155	+0.239	+4.831	-0.032	-31.168	+
B-2 (トラス)	30	4.5		+5.166	+0.344	+0.154	+5.320	-0.065	-15.465	+
Z-2	22.5	7.5	0.33	-1.062	-0.230	+0.338	-0.724	-0.318	-3.148	+

(A-4 と B-1, B-2 を比較されたい)

しかしこのトラスは寫眞-2 に示す如く橋床部分は全くの平板であつて現實のトラス (高欄等の存在) とはかなり異なる事はたしかであらう。むしろトラスも H 断面の h/b の小なる断面と同じ性格を有するのが現實の場合かも知れない。この點を確かめるには、實際の補剛桁の模型を作り實驗をすればよいのであるが、之も今の



寫眞-2 B-1 断面 (トラス)

所見通しがつかない。この爲本稿の發表を長い間差控えてゐたのであるが、最近 Steinman 氏の論文を一讀する機會を得た所實際の吊橋に關する S 及 S_l の圖²⁹⁾があつた。再録したのが圖-4 である。同氏は S' 及び S_l を主桁高さ と 橋幅 b との比、即ち h/b の函數として與へて居るが、補剛桁がトラスの場合には h としてトラスの高さの $1/2$ を採用してゐる。この取扱ひが、實驗的背景を有するや否やは不明である故、一應實驗を繰返す必要がある。

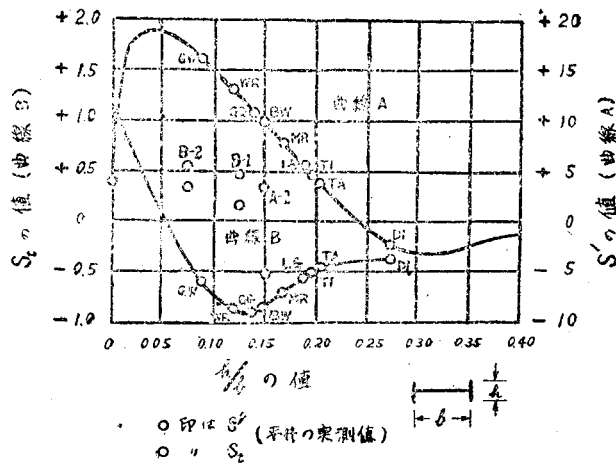


圖-4

29) Proc. A. S. C. E., April, 1945, P. 500, Fig. 25.

30) E. N. R. NoV. 21, 1940

戦前の資料³¹⁾によるとタコマ舊橋の $dC_L/d\phi$ は 圖-5 に示す如く、負の領域³¹⁾を有してゐたのであるが、圖-4 の $S' > 0$ なる結果は C_a の實驗値を加算した結果 S' が正となるのであるか、又は新しい實驗の結果 (タコマ舊橋を忠實に模した断面で) C_L には負の領域がない事が確かめられたのであるかに就て筆者は關心を有してゐる。

圖-4 中の Δ 印の點は、A-2, B-1, 及び B-2 に関する筆者の實驗値である。

この Steinman の圖を基として、 S' 及び S_L の數値を拾ひ、更に S'/S_L 及び S_L/S' の値を算出したのが、表-2 である。

表-2 の數値を見ると、實在の吊橋に関しては殆んどが、

$$\left. \begin{matrix} S' > 0 \\ S_L < 0 \end{matrix} \right\}$$

となつてゐる。(唯一の例外は Deer Isle 橋で S' 及び S_L 共に負となつてゐる。) この事から考へると、實際の吊橋の橋床部分は筆者の行つた様な理想的な平板で代替されずして、むしろ淺い H 断面——例へば $h/b=0.1$ 位の——の性格に近いのかもしれない。更に實驗的に確かめる必要を認める。

表-2

橋名	記號	註	S'	S_L	$\left(\frac{-S_L}{S'}\right)$	$\left(\frac{-S'}{-S_L}\right)$
George Washington	GW	Δ	+16	-0.6	+ 0.0375	+ 26.6
Wabash River	WR		+13	-0.9	+ 0.069	+ 14.5
Goldengate	GG	Δ	+11	-0.9	+ 0.082	+ 12.2
Broux-Whitstone	BW	* Δ	+10	-0.86	+ 0.086	+ 11.6
Maumee River	MR		+ 7.7	-0.7	+ 0.091	+ 11.0
Vancouver	LG		+ 5.5	-0.58	+ 0.106	+ 9.5
Thousand Island.	TI	* Δ	+ 4.5	-0.52	+ 0.116	+ 8.65
Tacoma	TA	* Δ	+ 4	-0.5	+ 0.125	+ 8.0
Deer Isle	DI	* Δ	- 2.5	-0.4	- 0.160	- 6.25

* 印は Solid-web Stiffening Girder の吊橋
 Δ 印は Aerodynamic Osc. を示した事のある吊橋

$S_L > 0$ ならば不安定となる事を支持する實驗結果は一つある。Prof. Farquharson が Steinman 氏に對する討議の中に引用してゐる資料³²⁾によると、タコマ舊橋を流線型化すると $S_L < 0$

31) 東大教授近藤一夫氏の説によると、翼理論上 C_L が負になる場合には其値は不定となり確定値が得られない事が期待せられるとの事であるが、筆者の實驗に於ては——脚註 17) 文献参照——揚力等の測定に當り damper を放させた爲か、やはり一應の C_L の負の部分も觀測點として得られた。

32) Proc. A. S. C. E., June, 1944. P.1903 Fig.17.

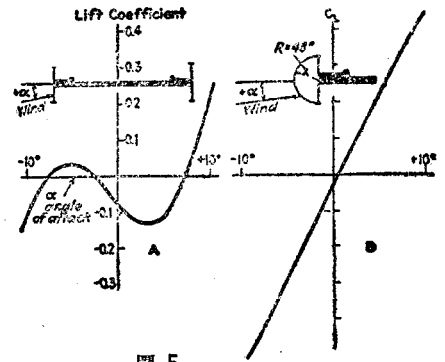


圖-5

であつたものが(この時の S' を知りたいのであるが不明), $S_i > 0$ となるが, この $S_i > 0$ の場合にも舊橋と同様な傾向の振り振動が発生する様である. タコマ舊橋の模型について *California Institute of Technology* 及び *Washington* 大學で行つた C_m -曲線は圖-6 の如くで流線型化する事により, この2つの實驗は, S_i の符號が逆轉する事を示してゐる. 之より筆者が略算せる所

H 型では $S_i = -0.54$

流線型では $S_i = +0.874$

更に又, $S_i > 0$ なる別のトラス型の断面の模型を作り *Washington* 大學で實驗せる所, 決定的

な振り振動を示した實驗的事實を掲げてゐる, 又更に高速部に現はれる振り振動はわからないと云つてゐる. 之等の事實は *Steinman* 氏の理論に對する鋭い反證であると筆者は考へる.

又タコマ橋調査委員會の報告³³⁾にも, 断面を流線型化する事は好ましくない點が認められるとの報告がある.

以上により, 第5條件として要請せられるのは;

$$(S')^2 - 4(b/2r)^2 S_i^2 > 0$$

ならばあらゆる風速に對して安定する爲には

$$S_i < 0$$

であり,

$$(S')^2 - 4(b/2r)^2 S_i^2 < 0$$

の時は

$$S_i < 0$$

ならば, 次の風速までは安定である.

$$V_{cr}^2 = \frac{\{(b/2r)^2 - 1\} E J \lambda^4}{0.004165 C_d \{4(b/2r)^2 (-S_i/S') - (S'/-S_i)\}}$$

§3. 吊橋の具備すべき必要條件

以上の研究により結局筆者は次の5の條件を得た.

I. $\frac{S' \rho b}{2} + \delta_s + \frac{\delta_i}{r^2} > 0$ (8)

damping coef. を省略すれば

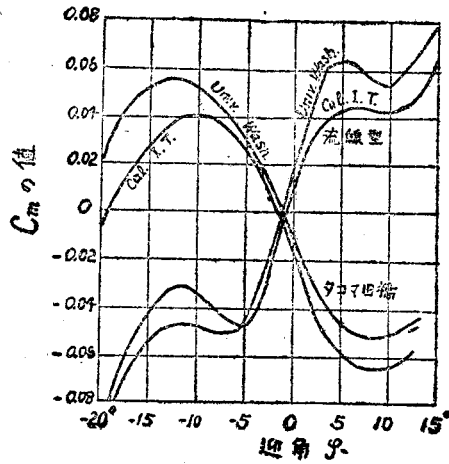


圖-6

33) E. N. R. May, 8. 1941. P.743 Why the Tacoma-Narrows Bridge failed, (-746, 結論第12項参照)

$$S' > 0 \text{ 或は } S + C_d > 0 \dots\dots\dots (12)$$

$$\text{但し } s = \left(\frac{dC_t}{d\varphi} \right)_{\varphi=0}$$

II. 捩れ挫屈の條件

$$\lambda^2 \left(KG + \pi^2 \frac{\delta^2}{l^2} EJ \right) - S_t p b^2 > \mu^2 \frac{w l^3}{128 EJ} \dots\dots\dots (14b)$$

$$\text{但し } \mu^2 = 1 + \frac{\sqrt{128}}{4\pi^2} \frac{S'}{C_d}$$

捩れ挫屈のみを考へ、且つ KG を省略すると、

$$\frac{EJ}{l^4} > \frac{\rho V^2 C_d \mu}{4\pi^2 \sqrt{128}} \dots\dots\dots (17b)$$

III. 捩れ挫屈の條件が満足されれば成立す。

IV. $\mu \left(\frac{-S_t}{S'} \right) > \frac{1}{2}$

の時は II よりこの條件が嚴しい。但し

$$S_t = \left(\frac{dC_t}{d\varphi} \right)_{\varphi=0}$$

(17-b) に相當する條件は、

$$\frac{EJ}{l^4} > \frac{\rho V^2 C_d \mu}{4\pi^2 \sqrt{128}} \times 2\mu \left(\frac{-S_t}{S'} \right) \dots\dots\dots (24b)$$

V. $S' S_t EJ \lambda^2 \left\{ 1 - \left(\frac{b}{2r} \right)^2 \right\} + 0.6041615 C_d \left[(S')^2 - 4 \left(\frac{h}{2r} \right)^2 S_t^2 \right] V^2 > 0 \dots\dots\dots (34)$

普通の場合には $S' > 0$ とすれば

$$S_t < 0$$

なる事が必要である。

§4. 附 言

本篇の基本式は (2) 式及び (4) 式であるが、之を更に次の形に發展させた式を立て、其の計算を一應行つたが、今の段階に於ては、特に報告すべき新事實を認めないので省略する

$$\begin{aligned} & \left(\nu^2 \frac{S_t}{4\pi} \right) \ddot{\varphi} + \nu \frac{V}{(b/2)^2} \frac{S_t}{\pi} \dot{\varphi} - 2\nu \frac{V}{(b/2)} \frac{S_t}{\pi} F(k) \left[\frac{V\varphi}{(b/2)} + \frac{\dot{\varphi}}{(b/2)} + \frac{1}{2} \ddot{\varphi} \right] \\ & + \frac{\lambda^2 KG}{2m/g(b/2)^2} \varphi + \nu \frac{C_d l^2 \lambda^2 V^2}{\pi \sqrt{32} b(b/2)^2} u = 0 \dots\dots\dots (41) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \nu \frac{V}{(b/2)} \dot{\varphi} + \nu \frac{C_d}{\pi} \frac{V^2}{(b/2)^2} \left(\frac{F \lambda^2}{\sqrt{128}} + 1 \right) \rho + \left(1 + \nu \frac{S}{2\pi} \right) \frac{1}{(b/2)} \ddot{u} \\ & + \frac{\lambda^2 EJ}{2m/g} \frac{1}{(b/2)} u + \frac{S}{\pi} \nu \frac{V \cdot F(k)}{(b/2)} \left[\frac{V\varphi}{(b/2)} + \frac{\dot{\varphi}}{(b/2)} + \frac{1}{2} \ddot{\varphi} \right] = 0 \dots\dots\dots (42) \end{aligned}$$

但し

$$\left. \begin{aligned} r_{\varphi} &= \frac{\Theta/l}{2m/g(b/2)^2} \\ \nu &= \frac{\pi c(l/2)^2}{2m/g} \end{aligned} \right\}$$

$$F(k) = f + ig$$

f 及 g は N を振動数とすると $\frac{Nb}{2V} = k$ の函数で, Theodorsen³⁴⁾ の與へたものである。

§5. 結 言

以上述べた如く筆者は吊橋の安定条件として5つの条件を得た。しかしこの条件は橋床断面の流體力學的係數により左右せられる事である。これ等係數の實驗値がぜひ必要であるが、この方面の決定的な資料は今の所公表せられておらない様である。決定的な資料を得た上で、前述の理論と照合すれば、理論的に不備な點も明らかにせられる事と思はれるが、今の段階では望み薄である故、とりあへずありのままの姿で、筆者の研究結果を御報告する次第である。

Steinman 氏は Energy 法を用ひ自勵振動の思想を發表させた結果、在來の流體力學的諸係數は靜的な性格のものであるとし、動的狀況を記載するもとして所謂 “Phase difference effect” なる考へを導入し其結果、 S' 及び S_2 に對する一種の修正係數を提案し、この係數は V/Nb の函数であり、 V/Nb の正負により正の値又は負の値を有する——其の結果独自の結論を誘導してゐる。

しかし乍ら、筆者の見解によると、之は例へば丁度振れ擦削の現象を取り上げる代りに damping factor により説明するのと同じやり方のものとも考へられる點があり、Steinman 氏はすべての現象を本篇で云へば第1條件の範囲内で處理せんとしたとも評し得られるのであつて、その理論には猶討議すべき幾多の難點を包含してゐる様に感ぜられる。撓み振動に對する取扱ひ方には多少傾聴すべき點なきにしもあらずであるが、捩り振動に對する取扱ひには特に再考の餘地がある様である。百歩を譲るとしても、かかる新概念の導入に當つては、先づ簡単な構造物例へば筆者が振振、第2篇で取扱つた様なものに適用した時の理論と其の實驗的検討の公表が望ましく思はれる。

又同氏が結論として提示されてゐる條件の重要な部分の一二は全く同氏の理論より導かれたものでなく、實在吊橋より得られた單なる統計的事實である事をも附言したい。更に結論の條件も多數あるが、理論的一貫性が各條件相互間に見失はれがらで、甲の條件に従はぬ時次々にどの條件を撰ぶべきであるかと云ふ様な點に關し、其の相互關係が不明なのは遺憾である。又同氏の條件に従はない例外事例が多い様に思はれる。筆者の結論は同氏のもとは全く異なるが、特に第5條件の特殊の場合である $S_2 < 0$ の條件は Steinman 氏の結論に反してゐる様である。

猶 Steinman 氏の論文抄録及び之に對する筆者の見解はサイエンス・ダイジェスト誌(土木學

34) N. A. C. A., Rept. (1935) No. 496, P.418, Theodore Theodorsen'

會，及び科學弘報協會發行) 第7輯に掲載決定である。

勿論この小論にも今後猶修正を要する點もあらうかと思はれるが、會員各位の御教匠を仰ぎ、整つたものに仕上げたい次第である。

終りに臨み、御繁用中を種々御指導を頂いてゐる恩師東大教授田中 豊博士に厚く御禮申上げる次第である。

註

(34) 式に於て、剪断力の影響をことさらに省略すると、或る場合に $R > 0.41 \sim 0.56$ と云ふ様な條件が得られるが如何に微小なりとは云へ剪断力の影響を取除く事はいけない事と考へられる。

堰堤々體及基礎の接觸線附近の應力分布に就て

正員 工學博士 石原 藤次郎*

准員 丹 羽 義 次**

On the stress distribution near the line of contact between triangular gravity dam body and foundation

By Tojiro Ishihara, Dr. Eng., C.E., Member

Yoshiji Niwa, C.E., Assoc. Member

要 旨 堰堤内部應力の弾性學的解析に際しては、従來は専ら半無限長三角形斷面に就て行われたので、堤體と基礎との接觸線附近に於ける應力分布を明かにすることが出来なかつた。本文は應力修正函数を用いて半無限長三角形堰堤内の應力を修正し、修正函数中の諸常數を接觸線に沿う堤體と基礎との變位を一致せしめることから決定し、接觸線附近の應力分布を求めたものである。その結果は水平な接觸線に於ける應力分布が、堤頂まで満水した際の水壓及堤體自重のみを考えた場合にも直線的變化をなさず、堤體及基礎の弾性性質に應じて大きい影響を受けることを知つた。この事實は基礎の影響を無視し半無限三角形斷面に就て行われた在來の弾性學的計算法と著しく趣を異にするもので、高堰堤の合理的設計上注目すべき事柄である。

目 次

1. 緒 言
2. 堤體の應力分布及變位
 - (1) 水壓による應力分布, (2) 自重による應力分布, (3) 水壓及自重による變位, (4) 應力修正函数, (5) 應力修正函数による應力及變位, (6) 接觸線附近の應力及變位
3. 基礎の應力分布及變位
 - (1) 鉛直力の影響, (2) 水平力の影響
4. 堤體及基礎の接觸線附近の應力分布

* 京都大學教授

** 工學士 京都大學大学院特別研究生