

諸君の橋梁の構造

# 横荷重を受ける吊橋

正員 岡本舜三\*

## The Suspension-Bridge with Lateral Load

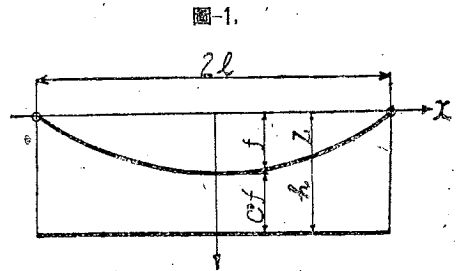
By Shunzō Okamoto, C.E., Member.

標記の問題に對する L.S. Moisseiff の elastic distribution method<sup>1)</sup> はその方法が逐次近似法なるが故に計算が面倒である。私は之を三角級数を用ひて解く事を試みた。記號を圖-1の如く定める。垂直荷重と横荷重は等分布とし索に對して  $w_s, q_s$  補剛桁に對して  $w_s, q_s$  とする。索の形狀を

$$z = f \left( 1 - \frac{x^2}{l^2} \right) \dots\dots\dots (1)$$

なる拋物線とし、横荷重による索の水平張力の變化を無視すれば一條の索に働く水平張力  $H$  は

$$H = \frac{l^2}{4f} w_s \dots\dots\dots (2)$$



である。吊材の長さ  $h$  及  $q_s, q_s$  は近似的に次の多項式で表はせる。

$$h = f \left[ c + \frac{1}{3} - \frac{4}{\pi^2} \left( \cos \frac{\pi x}{l} - \frac{1}{4} \cos \frac{2\pi x}{l} + \frac{1}{9} \cos \frac{3\pi x}{l} \right) \right] \dots\dots\dots (3)$$

$$q = \frac{4q}{\pi} \left[ \cos \frac{\pi x}{2l} - \frac{1}{3} \cos \frac{3\pi x}{2l} + \frac{1}{5} \cos \frac{5\pi x}{2l} - \frac{1}{7} \cos \frac{7\pi x}{2l} \right] \dots\dots\dots (4)$$

索に働く全横方向力は  $\frac{w_s}{2}\theta + \frac{q_s}{2}$  であるから索の撓み  $y$  は

$$H \frac{d^2y}{dx^2} + \frac{w_s}{2}\theta + \frac{q_s}{2} = 0 \dots\dots\dots (5)$$

を満足する。又補剛桁の横側への剛度を  $EI$ 、撓みを  $\eta$  とすると

$$EI \frac{d^4\eta}{dx^4} = q_s - w_s\theta \dots\dots\dots (6)$$

猶  $\eta, y, \theta$  の間には次の關係がある。

$$\eta - y = h\theta \dots\dots\dots (7)$$

$\theta$  を次の多項式にて表はし得るものとする。

$$\theta = \sum A_n \cos \frac{n\pi x}{2l} \quad n=1, 3, 5, 7, \dots\dots\dots (8)$$

\* 工學士 東京帝國大學助教授。

1) Suspension Bridge under Action of Lateral Forces. Proc. A.S.C.E. 1932.

しからば  $h\theta$  は近似的に

$$\begin{aligned} \frac{\pi^2 h\theta}{f} = & \left[ \left\{ \pi^2 \left( c + \frac{1}{3} \right) - 2 \right\} A_1 - \frac{3}{2} A_3 + \frac{5}{18} A_5 - \frac{2}{9} A_7 \right] \cos \frac{\pi x}{2l} \\ & + \left[ -\frac{3}{2} A_1 + \left\{ \pi^2 \left( c + \frac{1}{3} \right) - \frac{2}{9} \right\} A_3 - 2A_5 + \frac{A_7}{2} \right] \cos \frac{3\pi x}{2l} \\ & + \left[ \frac{1}{18} A_1 - 2A_3 + \left( c + \frac{1}{3} \right) \pi^2 A_5 - 2A_7 \right] \cos \frac{5\pi x}{2l} \\ & + \left[ -\frac{2}{9} A_1 + \frac{1}{2} A_3 - 2A_5 + \pi^2 \left( c + \frac{1}{3} \right) A_7 \right] \cos \frac{7\pi x}{2l} = \sum_1^7 B_n \cos \frac{n\pi x}{2l} \end{aligned}$$

である。(5) 及 (7) に (4) (8) を代入して解けば

$$y = \frac{1}{H} \sum \left\{ (-1)^{\frac{n-1}{2}} \frac{2}{n\pi} q_c + \frac{w_s}{2} A_n \right\} \left( \frac{2l}{n\pi} \right)^2 \cos \frac{n\pi x}{2l}; \quad (n=1, 3, 5, 7) \dots\dots\dots(10)$$

$$\eta = \frac{1}{EI} \sum \left\{ (-1)^{\frac{n-1}{2}} \frac{4}{n\pi} q_s - w_s A_n \right\} \left( \frac{2l}{n\pi} \right)^4 \cos \frac{n\pi x}{2l}; \quad (n=1, 3, 5, 7) \dots\dots\dots(11)$$

上式を (7) に代入し係数を比較すると

$$A_n \left( \frac{aw_s}{n^4} + \frac{8\mu}{n^2} \right) + B_n = (-1)^{\frac{n-1}{2}} \frac{4}{\pi} \left( \frac{aq_s}{n^5} - \frac{8}{n^3} \frac{q_c}{w_c} \right) \dots\dots\dots(12)$$

但し  $\alpha = \frac{16l^4}{\pi^2 f EI} \quad \mu = \frac{w_s}{w_c} \quad \nu = \frac{q_c}{w_c}$

即ち次の 4 個の聯立方程式から係数  $A_1 A_3 A_5 A_7$  を定めることが出来る。

$$\left. \begin{aligned} \left\{ \pi^2 \left( c + \frac{1}{3} \right) - 2 + aw_s + 8\mu \right\} A_1 - \frac{3}{2} A_3 + \frac{5}{18} A_5 - \frac{2}{9} A_7 &= \frac{4}{\pi} (aq_s - 8\nu) \\ \frac{3}{2} A_1 - \left\{ \pi^2 \left( c + \frac{1}{3} \right) - \frac{2}{9} + \frac{aw_s}{3^4} + \frac{8\mu}{3^2} \right\} A_3 + 2A_5 - \frac{A_7}{2} &= \frac{4}{\pi} \left( \frac{aq_s}{3^5} - \frac{8\nu}{3^3} \right) \\ \frac{1}{18} A_1 - 2A_3 + \left\{ \pi^2 \left( c + \frac{1}{3} \right) + \frac{aw_s}{5^4} + \frac{8\mu}{5^2} \right\} A_5 - 2A_7 &= \frac{4}{\pi} \left( \frac{aq_s}{5^5} - \frac{8\nu}{5^3} \right) \\ \frac{2}{9} A_1 - \frac{1}{2} A_3 + 2A_5 - \left\{ \pi^2 \left( c + \frac{1}{3} \right) + \frac{aw_s}{7^4} + \frac{8\mu}{7^2} \right\} A_7 &= \frac{4}{\pi} \left( \frac{aq_s}{7^5} - \frac{8\nu}{7^3} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(13)$$

補剛桁の曲げモーメントは (11) により

$$M_s = \frac{4l^2}{\pi^2} \sum \left\{ (-1)^{\frac{n-1}{2}} \frac{4}{n^3\pi} q_s - \frac{w_s}{n^2} A_n \right\} \cos \frac{n\pi x}{2l}$$

にて與へられるがこの式は近似的に

$$M_s = \frac{q_s l^2}{2} \left( 1 - \frac{x^2}{l^2} \right) - \frac{4l^2 w_s}{\pi^2} \sum \frac{A_n}{n^2} \cos \frac{n\pi x}{2l} \dots\dots\dots(14)$$

と表はすことが出来、索二條に働く横方向力  $p_c$  は

$$p_c = q_c + w_s \sum A_n \cos \frac{n\pi x}{2l} \dots\dots\dots(15)$$

にて與へられる。

圖-2.

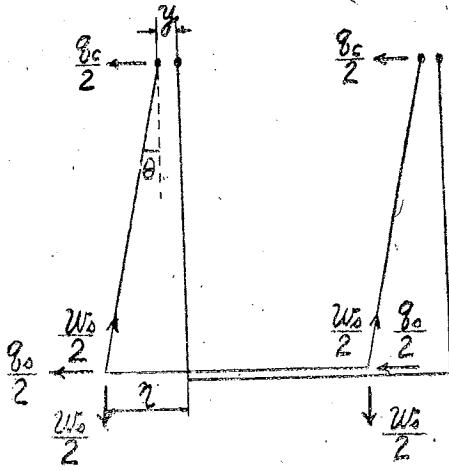


圖-4.

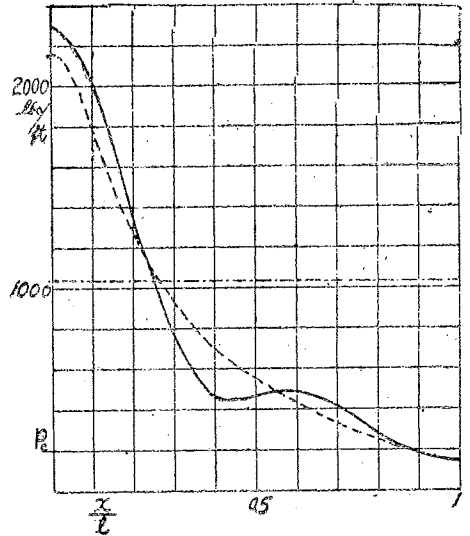
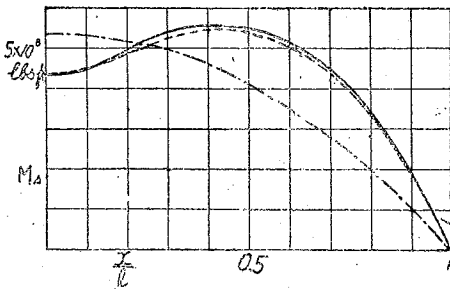


圖-3.



〔例題〕

$l=2000$  ft.  $f=509$  ft.  $cf=10$  ft.  $w_s=22$  kips/ft.<sup>2)</sup>  
 $w_o=28$  kips/ft.  $q_c=0.150$  kips/ft.  $q_s=1.150$  kips/ft.  
 $I=1.62 \times 10^9$  in<sup>2</sup> ft.<sup>2</sup>  $E=29000$  kips/in.<sup>2</sup> なる吊橋につ  
 いて、Moisseiff の行つた計算結果と比較する。上記の  
 data から  $c=0.0197$   $a=1.08 \times 10^{-3}$   $\mu=0.786$   $\nu=0.0054$   
 であるから (13) の聯立方程式は次の如くなる。

$$31.53A_1 - 1.5A_3 + 0.278A_5 - 0.222A_7 = 1.53$$

$$1.5A_1 - 4.25A_3 + 2A_5 - 0.5A_7 = 0.00445$$

$$0.056A_1 - 2A_3 + 3.77A_5 - 2A_7 = 0.0000650$$

$$0.222A_1 - 0.5A_3 + 2A_5 - 3.62A_7 = -0.0000660$$

之を解きて  $A_1=0.049$   $A_3=0.023$   $A_5=0.016$   $A_7=0.009$

之より  $M_s$  及  $P_s$  を求むれば 圖-3 及 圖-4 の實線となる。之と比較する爲に elastic distribution method と uniform distribution method から求めた値を夫々點線及鎖線を以て示したが、之によると elastic distribution method の如き迂遠なる方法を用ひずとも級數解を以て充分精確なる結果を得ることが認められる。

(昭. 19. 11. 10 受付)

2) kip/ft.=kilopounds per foot of bridge.