

論のた 塔の構造は助の/c

吊橋の振り振動に對する安定性に就て (III)

正員 工學博士 平 井 敦*

On the Stability of Torsional Oscillations in Suspension-bridges (III)

By Atsushi, Hirai, Dr. Engr., Member.

要 旨 本篇に於ては、第 1 篇第 2 篇の結果を綜合し、長徑間吊橋設計上注意すべき點を述べたものである。

吊橋補剛桁断面としては、流體抵抗小にして且つ揚力の發生せざる断面が一般的には有利なりと認められる事を指摘し、長徑間吊橋設計上、特に其の振れ捩屈に關し、準據すべき實用的條件式として次式を提案せるものである。

$$\frac{EI \cdot m(b/s)^2}{l^4 f} \geq 1200 \quad (kg^2/m^4)$$

但し、

- l支 間 (m)
- f索條垂距 (m)
- b補剛桁の幅員 (m)
- S補剛桁單位長當りの側面有效曝露面積 (m)
- m片側索條に關する單位長當りの死荷重 (kg/m)
- EI補剛桁の撓み剛性 (kg-m²)

第 3 篇 吊橋の補剛桁に就て

1. 吊橋發達史の瞥見

吊橋の發達史を按ずるに、今日の吊橋の有する總ての要素を原始的乍らも具備する最初の吊橋は James Finley (1762-1828) に依つて架設せられた吊橋であると認められ、所謂補剛吊橋の建設は彼を以て嚆矢²⁾とするのである。然し乍ら當時にもつては補剛桁の機能に對する認識薄く、吊桁 (Suspended girder) の剛性は一般に無視し得る程小であつた。其後自重に比して重量の大なる移動荷重が設計の對照となるに及び、所謂補剛桁が吊橋の重要なる構成要素となつた事は周知の事であつて、1883 年には Brooklyn (支間 1595 ft.)、1903 年には Williamsburg (支間 1600 ft.) の如き吊橋が架設せられるに至つたのであるが、當時に於ける補剛吊橋の基礎理論は所謂「彈性理論」である。この理論の適用は剛性の大なる補剛桁を有し撓度の小なる吊橋に對しては適切であるが、長徑間の吊橋で比較的剛性の小なる補剛桁を有する場合、或は死荷重大なる場合に對しては安全度の過大なる構造となり不經濟なものとなる虞れがある。

1888 年に至り J. Melan は吊桁の變形を考慮に入れた所謂「撓度理論」³⁾ を發表し前記の缺を補つたが、L. S. Moisseiff がこの理論を最初に取り上げて 1909 年 Manhattan 橋 (支間 1470 ft.) の架設に成功した事はよく知

* 東京帝國大學助教授

1) World engineering congress. Tokyo. 1929., Proceedings. Vol. X., "Suspension Bridges with Special Reference to the Philadelphia-Camden Bridge, U.S.A." by Ralph Modjeski. P. 189 & P. 195.

2) Wapdell; Bridge engineering. Vol. I. P. 21.

3) "A practical treatise on Suspension bridges." D. B. Steinman. 1929.

られて居る所である。

「撓度理論」に従へば、移動荷重に依る吊橋の撓度は補剛桁の剛性に關係するよりも寧ろ死荷重の大いさに關係する所大なる爲、輒近米國に於ては長徑間吊橋に於ける補剛桁の剛性を極度に小ならしめる傾向を生じ、遂には補剛桁として鈹桁を採用するに至り、表-1 に示す如き Whitestone 其他の長徑間吊橋が建設せられ、更に 1940 年 7 月には極めて繊細な Tacoma 橋が架設されたのである。

表-1.

橋名	Goldengate.	Deer Isle.	Whitestone.	Tacoma.
完成年	1937	1939	1939	1940
補剛桁の種類	トラス	鈹桁	鈹桁	鈹桁
主徑間長 (ft.)	4200	1080	2300	2800
索條垂距 (ft.)	475		200	232
補剛桁高 (ft.)	25	6.5	11	8
水平構幅 (ft.)	90		74	39
自重 (lb/ft.)	22100		11000	6000

而して、強風に依る吊橋の破壊或は事故の記録を按ずるに表-2 に示す如く、吊橋の破壊或は事故は吊橋吊桁の剛性に關聯するもの如く、主として初期の吊橋及び近年建設せられたる長徑間の且つ輕構造の補剛桁を有する吊橋に多い事が認められ、就中 1940 年 11 月 7 日の Tacoma 橋の惨事は今吾吾人の記憶に新なる所である。

同橋は工事中より其振動性の多い事に注目せられ、Prof. Farquharson は 100 分の 1 の模型及び小型風洞を用ひ實驗を進め其防止策を研究中のものであつたが、遂に 42 mile/hour

寫眞-1.

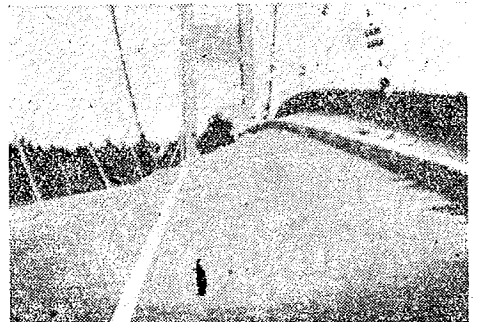


表-2.

橋名或は場所	完成年	支間呎	摘要
Union (英)	1820	448	6ヶ月後に破壊
Menai (英)	1826	580	1839年1月暴風の爲床部の1/4點附近破壊
Montrose (英)	1829	432	1838年10月11日床部の一部暴風により破壊
Wheeling (米)	1848	1010	1854年5月17日 Tacoma 橋と同様なる狀況にて破壊
Niagara (Lewiston) (米)	1850	1040	1864年暴風により墜落
Niagara-Clifton (米)	1869	1268	74哩/時と稱せらるゝ颶風の夜破壊
Goldengate (米)	1937	4200	1938年夏、78哩/時の烈風の際補剛桁8呎程側方へ撓むと共に波動現象を生ぜり
Thousand Island (米)	1938	800	工事中より風による振動性大なり
Deer Isle (米)	1939	1080	同上
Whitestone (米)	1939	2300	同上
Tacoma (米)	1940	2800	同上、1940年11月7日風速42哩/時の際墜落

4) "Growth in Suspension bridge knowledge." Leon S. Moisseiff. E. N. R. Aug. 17. 1939., P. 206~209.

と稱せらるゝ風の日に破壊したのである。寫眞-1 は Tacoma 橋破壊直前に於ける床部の波動状況を參考の爲「ニュース・フィルム」より再録せるもので、橋上にあるのは乗り捨てられた自動車である。

O. H. Ammer, Theodore von Kármán, 及び Glenn B. Woodruff. 等に依る Tacoma 橋調査委員會の報告⁵⁾として傳へらる所に依れば、同橋に關する調査及び二三の實驗結果に基づき、吊橋吊桁の振りに對する剛性、死荷重及び幅員等が吊橋の安定を支配する重要因子なるべしと推定を下せるも、理論的取扱ひは目下の所不可能なりとして設計上必要な算式等には言及せざる模様である。同橋の設計並びに工事は荷重をも含むあらゆる靜力學的の力に對し充分安全であると述べて居る。

2. 吊橋補剛桁の安定性

筆者は第 1 篇に於て、單徑間の吊橋の氣流中に於ける振り振動⁶⁾に注目し、其基本微分方程式の構成に際し“流體力學的モーメント”の項の他に“振れ挫屈”の影響を考慮に入れ、其の振り振動が安定である爲の條件よりして、其に限界風速を與ふる式として次式を得たのである。

$$\frac{(k\rho SI^2)^2}{128EI\left(KG + \frac{b^2}{2}H\right)} \left[1 + \frac{apb^2}{2\left(KG + \frac{b^2}{2}H\right)} V^2 - 4\frac{\pi^2}{l^2}\right] \dots\dots\dots (1)$$

茲に、

- l支 間 (m.)
- b補剛桁の幅員 (水平構の中) (m.)
- S補剛桁單位長當りの側面有效曝露面積 (m.)
- ρ空氣密度; 0.125 (kg-sec²/m⁴)
- k補剛桁の風壓係數; $k=1$
- a補剛桁の揚力に關する係數
- H死荷重に基く片側索條の水平張力 (kg.)
- KG補剛桁の振れ剛性 (kg-m²)
- EI補剛桁の撓み剛性 (kg-m²)
- V限界流度 (m/sec.)

本式に於て注目すべきは、吊橋全體としての換算振り剛性とも考へられるべき所の $(KG + 1/2b^2H)$ なる項に對し、撓み剛性に關しては單に吊橋補剛桁の撓み剛性 EI を採用して居る點である。この代りに吊橋全體としての換算撓み剛性⁷⁾を採用すべきであると云ふ事も一應は考へられるが、當面の問題に於けるか如き荷重状況を對照とする限りは、結果に於て第 1 編に取扱つた如く、近似的には補剛桁のみの慣性モーメントを主體にして考へて差支へないのでないかとの見解を現在筆者は有して居る。此點に關する再檢討は將來の研究に讓る事とし、 EI は今の所上記の如く補

5) “Why the Tacoma-Narrows Bridge failed.” E. N. R. May, 8, 1941. P. 743.

6) 猶この際次の如き事を附言したい： 第 1 篇の基本微分方程式の構成の所を (土木學會誌, 昭和 17 年 9 月, P. 773) 参照せられるとわかる様に、式の中には元來補剛桁の鉛直方向の撓み u が含まれて居る故、本來ならば當然撓み振動と振り振動との聯成問題になつてくる筈である。しかし同所では P. 773 下段の如き取扱ひにより撓み振動との聯成形體を式の上では脱し、振り振動のみの式の導入に成功してゐるのである。聯成問題に關してはこの小論では取上げない。

7) 例へば、中央一節點の場合に對し概算的には $\left(EI + \frac{l^3}{2\pi^2}H\right)$ となる。

剛桁の撓み剛性としておく(この點に關する實驗的研究の終了次第改めて取上げる)。

式 (1) の左邊第 1 項及び第 2 項を考へると, Tacoma 橋の場合に於ては, 第 2 項の影響は輕微である。

かゝる場合に關する限り, 吊橋設計上は之を靜力學的に取扱ひ“振れ挫屈”を考察の主對照とすればよいのである故, 此際吊橋の具備すべき必要條件としては式 (1) の第 1 項のみを考へた次式が得られる。其際

$$H = \frac{ml^2}{8f}$$

m吊橋の片側索條に負擔さるべき, 單位長當りの死荷重 (kg/m.)

f索條垂距 (m.)

なる關係を考慮すれば,

$$V^2 = \mu \frac{b}{S l^2} \sqrt{\frac{EI \cdot m}{f}}$$

但し,

$$\mu = \frac{4\sqrt{2}\pi}{k\rho} = 142 \left(\frac{m^4}{kg \cdot sec^2} \right)$$

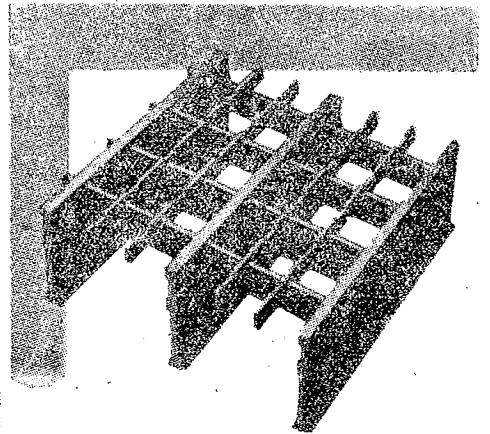
本式を更に書き替へれば, 振れ挫屈を考察の主對照とする限り,

$$\frac{EI \cdot m(b/S)^2}{l^4 f} \geq \frac{(k\rho)^2}{32\pi^2} V^4 \dots\dots\dots(2)$$

従つて Tacoma 橋に於ては, 死荷重 m の輕い事, 補剛桁の撓み剛性 EI の小なる事及び支間 l に比し幅員 b の小なる事等が主として指摘し得られるわけである。

第 2 篇に於て筆者は流體中を移動する細長き帶片の安定性を論じたが, 其際“振れ挫屈”に對する揚力の影響を指摘し, 其に對する修正量 μ は第 2 篇式 (25) で與へられる事を述べた。吊橋の場合にも同様な傾向が假にあるものとすれば揚力の存在しない方が有利な場合がある。又揚力が存在しない時には“流體力學的モーメント”も省略し得られる傾向にあるわけである。更に又補剛桁として揚力が極めて小なる断面形を採用する方が撓み振動を誘起せしむる公算を小ならしむるものと推定せられる故, この意味から云つても補剛桁としては揚力係數の小なる断面形の撰定が望ましい様に思はれる。車道部を寫眞-2 の如き網目の開床構造とすれば揚力の減殺に多少益するやも知れずと一應は推定せられるが, 之は實驗の上又更に死荷重の減少率等をも斟酌して決定すべき問題で, 今の所は單なる思ひつきに過ぎない。恐らく問題は網目の大いさであつて其效果如何は實驗的に研究を要する點であるが, 我國の現況を以てしては目下の所斷念せざるを得ない。猶橋床をこの様に網目にする事は別に新しい工法でもなく, 目的は多少異なるが可動橋等には屢々使用されて居り, 寫眞-3 は其一例である。

寫眞-2.

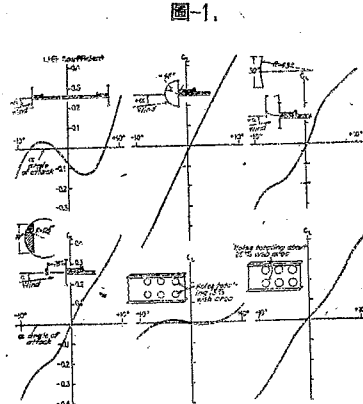
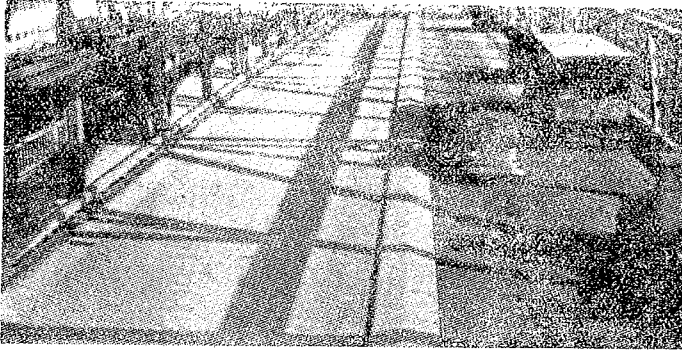


鉸桁断面の流體力學的特性を調べたものに Prof. Farquharson の實驗がある。圖-1 の如し。同教授は断面形の流線型化の他に, $C_1 - \rho$ 曲線の形を航空機翼は平板の其に近づける事を目標とする様であるが, 後者の考へには全

8) E. N. R. Nov., 21, 1940.

面的には贅成しかねる所である。抵抗を小ならしめる事はぜひ實行すべきではあるが、揚力が零に近い方が撓み振動の見地より——場合によつては“流體力學的モーメント”の見地よりするも——望ましい事は既に述べた所である。

寫眞-3.



Aerodynamic stability of the bridge deck was revealed by wind-tunnel tests as a model. The six curves show lift coefficient, plotted vs angle of attack of the wind, for the deck as built and five modifications downward slope of the lift curve scale being:

A. Deck as built. B. Deck with small perforations. C. Deck slotted by 20-50. mm. D. Deck slotted by 17-16. mm. E. Girders perforated. F. Larger perforations.

Note that angles are positive when wind acts at an upward angle to the deck, or when it is horizontal when the leading edge of the deck is raised, angles are negative when the wind blows from above the horizontal, or when it is horizontal and the leading edge of the deck is depressed.

ENGINEERING NEWS-RECORD • November 21, 1939

圖-1 の E 及び F 圖を比較すれば、鋸桁腹部の孔面積が大になれば揚力係數 C_L は平板の其に近似する傾向を匂はせるが、之は床部の影響が効いてくる事を示唆し、 $dC_L/d\rho$ の事は考へないとしても、流體力學的モーメント係數 C_m が正になる事が豫期せらるゝ爲、斷面形の決定に當つては式 (1) の第 2 項の fluttering の影響を一應は調べる必要がある。従つて單に揚力係數に關する實驗のみならず、“流體力學的モーメント係數”の實驗値が入手である。

吊橋の支間 l が或程度以上大になれば、撓み剛性 EI の増大が要求せらるゝ結果必然的に補剛桁としてトラス構造を採用する事となるが、普通の場合補剛桁斷面の流體力學的特性は平板の其に近似する公算が大である故、設計上注意が必要である。

3. 長徑間吊橋の設計に就て

今の所吊橋構造としての實驗を行ふ事が出来ない爲決定的事は申上げにくい、現在筆者の手にある資料だけから一應の結論を引出せば次の如くである。

前節に述べた如く、揚力の影響が帯片と同様な傾向にあり得る可能性を一應斟酌し、又或程度式 (1) の“流體力學的モーメント”が効く場合をも豫想して之も一部考慮の中に入れて、長徑間吊橋設計に際し考慮すべき條件式の一つとして式 (2) に所謂“Factor of ignorance” ν を挿入せる次式に據るを適當と信ずるものである。

$$\frac{EI \cdot m(b/S)^2}{l^4 f} = \nu \times \frac{(kp)^2}{32\pi^2} V^4 \dots\dots\dots (3)$$

我國風荷重の現況を考慮し、假に $V=56 \text{ m/sec. (125 mile/hour)}$ を設計基準風速とし、且つ $k=1, \rho=0.125 \text{ (kg. sec}^2/\text{m}^4)$ とおけば、

$$\begin{aligned} \frac{(kp)^2}{32\pi^2} &= 486.5 \text{ (kg}^2/\text{m}^4) \\ &= 20.4 \text{ (lb}^2/\text{ft}^4) \end{aligned}$$

ν の決定に就ては一應種々の實驗を経た上で確定すべきではあるが、現存せる吊橋の状態を觀察する事により、一應の規準を示せば $\nu=2.5$ 位が適當に非ずやと思はれる。參考の爲に既存の 2~3 の吊橋につき式 (2) の右邊の數値

を算出せる所、表-3を得た。但し側面曝露面積 S としては風上部分のみを考へ、(風下部分の影響及び風の方向をも或程度考へる事とすれば、この算出法には再考の餘地があるが、一應の目安を示すものと御諒承願ひたい。) S の數値の明確ならざるものに就ては筆者の推定値 (※印を附せるもの) を代入した。

表-3の最下欄の數値を見るに、必要なる最低値たる既出の $20.4 (lb^2/ft^4)$ に對し、Tacoma, Whitestone, 及び Goldengate 橋の數値の小なる事が目立つて居る。Whitestone 橋は必要量の 65% 程度である故先づ許容し得るぎりぎりの限界にありと評し得られようが、表-2に示せる如く同橋に就ても其振動性の多い事が指摘せられて居る故實際上は之では不充分と考へられる。又同橋は支間 $2300 ft.$ に對し補剛桁の高さ $11 ft.$ である故、鉸桁を使用する限界は現在の水準に於ては支間 $700 m.$ 位迄と認められよう。

表-3.

橋 名	Tacoma.	Whitestone.	Goldengate.	Delaware.	關門吊橋(案)
成年	1940	1939	1937	1926	1937 (設計完了年)
補剛桁の種類	鉸桁	鉸桁	トラス	トラス	トラス
支 間 (ft.)	2800	2300	4200	1750	2362
fl	1/12	1/11.5	1/8.84	1/8.58	1/10
幅員 (ft.)	39	74	90	89	72.2
一索條當りの死荷重 ($lb/ft.$)	2850	9370	10518	13000	8063
補剛桁の撓み剛性 ($lb-ft^2$)	7.71×10^{10}	17.58×10^{10}	264×10^{10}	422×10^{10}	171×10^{10}
曝露面積 (ft^2/ft)	8	11	※13	※10	10
$\frac{EI m(b/S)^2}{l^4 f}$ (lb^2/ft^4)	0.36	13.3	9	2270	111

$\mu=2.5$ と假にとれば、主として“振れ挫屈”に關する限り設計上準據すべき條件式として次式が得られる。

$$\frac{EI m(b/S)^2}{l^4 f} = 1200 (kg^2/m^4) \dots\dots\dots(4)$$

之を呎・封度系に換算すれば、

$$\frac{EI m(b/S)^2}{l^4 f} = 50 (lb^2/ft^4) \dots\dots\dots(4')$$

式(4)に従へば、たとひ補剛桁の斷面形に關する流體力學的特性の實驗値が得られない時にも、設計を進める事が出来る。然し乍ら長徑間吊橋設計に際しては少くとも式(1)に含まるゝ流體力學の諸係數を實驗的に決定する事が望ましい事は云ふまでもない事である。

之を要するに、筆者は吊橋補剛桁の振り振動に對する安定性に就て、特に其の振れ挫屈に就て研究を行ひ、長徑間の吊橋補剛桁に就ては“振れ挫屈”(Kippung, lateral buckling.)に對する考慮が設計上必要條件の一である事を確め、其際設計上準據すべき條件式(4)として式を得たのであるが、之を以て多少なりとも長徑間吊橋設計に資する所あらば筆者の幸である。

吊橋設計上考慮すべき問題は多々残されて居る。第1篇の最初に斷つて除外した側徑間、塔、ケーブル等の影響、撓みと振りの聯成振動、補剛桁の局部挫屈と補剛桁全體としての“振れ挫屈”との關係及び補剛桁の側方への撓みの影響更に非線型振動、自勵振動等に對する吟味等である。

補剛桁の斷面形の撰定に關する實驗的研究は筆者の最も追求したい問題の一つであるが、現時局下に於ては種々の

都合により斷念せざるを得ない状況にある。

本篇の終りに臨み、時局下御繁忙中にも拘らず種々御教示を賜つた、恩師東京帝國大學教授田中 豊博士に厚く御禮申上ぐる次第である。——未完—— (19. 12. 20 受付)

附 記

今になつてこの小論を顧みると、筆者自身にもかなり意に滿たぬ所が多いが、其等の點に就いては別の機會に譲る事とし、一應このまゝの形で發表させて頂く。
