

流体力学 橋梁工学 10/0

吊橋の振り振動に對する安定性に就て (II)

正員 工學博士 平 井 敦*

On the Stability of Torsional Oscillations in Suspension-bridges (II)

By Atsushi Hirai, Dr. Engr., Member.

要 旨 筆者は昭和 17 年 9 月に吊橋の振り振動に對する安定性に就て小論を發表したが、本篇以下は其續篇である。前篇に於て筆者は、吊橋補剛桁の安定性に關しては補剛桁の“流體力學的モーメント”及び“流體抵抗”が關與する事を指摘し、剛性の比較的小なる長徑間の吊橋に於ては後者に起因する所謂“振れ挫屈” (Kipping; lateral buckling.) の現象に注目すべき事を述べた。

第 2 篇即ち本篇に於ては、細長き帯片が流體中を移動する場合を取上げ、此場合に於ても一般的には“振れ挫屈”に關する項を算入する方が實驗的にも妥當なる事を述べたものである。特に帯片が I 型斷面を有し比較的“流體抵抗”の大なる場合に於ては其支間の増大と共に“振れ挫屈”の現象が帯片の安定性を支配する重要な因子となる事を示したものであるが、この事は前篇に於ける筆者の見解を支持すべき資料を與へるものと認められる。

第 2 篇 細長き帯片の流體中に於ける安定性

第 1 章 理 論 的 考 察

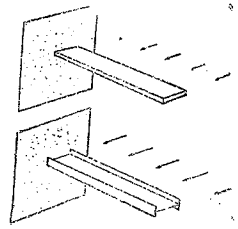
1. 緒 言

筆者は第 1 篇¹⁾に於て、吊橋の氣流中に於ける振り振動に對する安定性に就き研究を行ひ、吊橋の振り振動の安定を支配する主要なる因子は所謂“振れ挫屈” (Kipping; lateral buckling.) であつて、“流體力學的モーメント”の影響は、剛性の小なる長徑間の吊橋の場合には二義的と豫想される事を指摘し、其結果を又實際の吊橋に適用し、筆者の見解の妥當性の大きな事を認めたのである。其後筆者は更に一應之等を實驗的にも再確認せんと志したのであるが、現時局下に於ては、風洞を使用し吊橋構造の模型試験を行ふには種々なる困難がある。こゝに於て筆者は先づ筆者の見解を最も簡単な構造物に適用し其結果を更に實驗的にも再検討すると云ふ方途を撰ぶ事とした。現に筆者が (昭和 19 年) 利用し得る實驗設備及び資材關係を考慮し、圖-1 の如き細長い突桁 (以後之を帯片と略稱す) が流體中を移動する場合に於ける安定性に關し研究を行つた所次の如き結果を得たので之を御報告する次第である。

而して筆者の見解に従へば、此種構造物の安定性は又“振れ挫屈”の影響を受くべき筈のものであるが、一般に此種文献²⁾には本項を算入せざる模様である故かゝる點を明瞭にする事は筆者の主張の妥當性を檢する上よりのみならず、又前記構造物が航空機の片持翼、快速艇の水中心翼及プロペラの振動等にも多少關係する所あると認められる故に、此種吟味は工學上意義ある事と信ぜられる。

かゝる觀點の下に本篇に於ては、圖-1 の如き帯片の流體中に於ける安定性に就き考察を進め、主として“振れ挫屈”の影響を檢討せるものである。

圖-1.



* 東京帝國大學助教授

1) 土木學會誌, 昭和 17 年 9 月; 28 卷 9 號, 拙著。

2. 細長き帯片の流體中に於ける安定性

帯片が靜的平衡状態にある時帯片の中心軸方向に z 軸を、流れの方向と (流れの方向は前篇と同様に帯片に對し平行なるものと假定する) 逆方向に y 軸を、之等と直角方向に x 軸を撰び、更に帯片の任意の點 Z に於ける断面の中心に圖-2 の如く座標系 ξ, η, ζ を考へる。 ξ 及び η は断面の主軸方向に、 ζ は帯片の變形後の中心線の切線方向に撰ぶ。帯片は $Z=0$ に於て埋込まれ、 $Z=l$ に於て自由端を有する全断面一樣な突桁とし、 z 軸に關する振れ剛性を KG 、 y 軸に關する撓み剛性を EI とする。但し KG 及び EI は共に荷重の大きいさに對し比較的小なるものと考へる。振れに基く断面の回轉角 (振れ角) を ϕ 、断面の中心の x 方向の變位を u とし之等は何れも極めて小なるものと假定し、更に y 方向の變位の影響は本篇に於ては省略する事とする。而して帯片が撓みに對し比較的敏感なる断面を有する場合には、圖-3 に示す如く僅かの振れに基く揚力の發生は相當大なる撓みを生ずる事が豫想せられる故この影響をも考慮に入れる事とする。

圖-2.

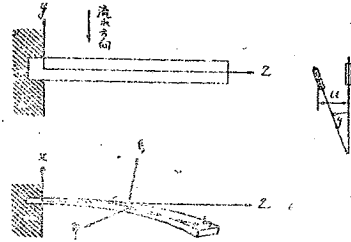
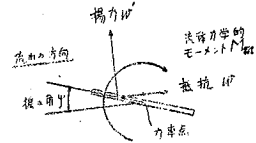


圖-3.



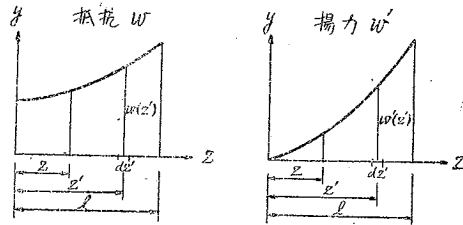
帯片が ϕ だけ振れた状態を考へると、帯片に働く流體抵抗 w 及び揚力 w' は夫 ϕ の函數である故之等の z 軸に沿ふ分布は一様ではなく例へば圖-4 の如く Z の函數である。抵抗に起因する Z 點の曲げモーメントを M_x (指標 x はこの Vector としての方向を意味する) とすれば、

$$M_x = \int_z^l w(z')(z'-z) dz'$$

揚力に關する Z 點の曲げモーメント M_y は

$$M_y = - \int_z^l w'(z')(z'-z) dz'$$

圖-4.



2) (1) Gekoppelte Torsion u. Biegungsschwingungen von Tragflügeln. H. Blenk u. F. Liebers. Z. F. M. 16 (1925) P. 479-486.
 (2) Über Schwingungerscheinungen an einholmigen Unterflügeln. H. Blasius. Z. F. M. 16 (1925) P. 39-42.
 (3) An investigation of wing flutter. R. A. Frazer. Tech. Rep. A. R. C. No. 1042., Feb. 1926. P. 468-489.
 (4) Wing oscillation. A. E. Parker. Flight (Aircraft Engineer.) 1931 Vol. 23 P. 1174 a-c.
 (5) Neuere Probleme aus der Flugzeugstatik. H. Reissner. Z. F. M. 14 April. (1926) P. 137, 14 Mai (1926) P. 179, P. 381.
 (6) 分析的實驗から見出された翼の振り。妹澤克惟。航研報。11 卷 (昭 11) 136 號 P. 105-161.
 (7) 翼フラッターの限界速度を高くする一方法。妹澤克惟。航研報。12 卷 (昭 12) 149 號 1 P. 及び P. 499.
 (8) 翼フラッターの防止に關する模型實驗。妹澤克惟。航研彙。昭 12, 158 號。
 (9) 彈性的片持翼の屈曲一振りフラッター。妹澤克惟。航研彙。昭 13, P. 478, P. 572 及び昭 14, P. 182.

次に帯片の撓みに基く抵抗に關する z 軸方向のモーメントを \bar{M}_z とすれば、

$$\bar{M}_z = - \int_z^l w(z') [\bar{u}(z') - u(z)] dz'$$

茲に、 $u(z)$ は Z 點に於ける撓みであり、 $\bar{u}(z')$ は Z' 點に於ける撓みとする。

更に圖-3 の如き、斷面の中心點に關しての“流體力學的モーメント”、 M_m を考慮すれば(斷面の中心點即ち彈性軸に關し非復原性のモーメントを正とす。猶指標 m は單なるモーメントの表示である)、 z 軸方向のモーメント M_z は、

$$M_z = \bar{M}_z + (-M_m) = - \int_z^l w(z') [\bar{u}(z') - u(z)] dz' - M_m$$

従つて η 軸及 ζ 軸の周圍のモーメントは夫々：

$$M_\eta = -\phi M_x + M_y$$

$$M_\zeta = \frac{du}{dz} M_x + M_z = \frac{du}{dz} M_x + \bar{M}_z - M_m$$

Θ を帯片の中心軸の廻りの質量慣性モーメントとすれば、 dz なる部分の質量慣性モーメントは $\Theta/l \times dz$ である故帯片の振動方程式は

$$\begin{aligned} \frac{\Theta}{l} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} dz &= \frac{\partial}{\partial z} \left[KG \frac{\partial \phi}{\partial z} - M_\zeta \right] dz \\ &= \left[KG \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} - \frac{d^2 u}{dz^2} M_x + \frac{dM_m}{dz} - \left\{ \frac{du}{dz} \frac{dM_x}{dz} + \frac{d\bar{M}_z}{dz} \right\} \right] dz \end{aligned}$$

最終のカッコの項を計算すると、結局

$$\frac{d\bar{M}_z}{dz} = \frac{du}{dz} \int_z^l w(z') dz' \quad \text{及び} \quad \frac{dM_x}{dz} = - \int_z^l w(z') dz'$$

従つて振動方程式として次式が得られる。

$$\frac{\Theta}{l} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = KG \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} - \frac{d^2 u}{dz^2} M_x + \frac{dM_m}{dz}$$

安定の限界のみを考へる際には、彈性振動の復原力の無くなる所を調べれば充分である故、上式の右邊を零とおく事に依り次式が得られる。

$$KG \frac{d^2 \phi}{dz^2} - \frac{d^2 u}{dz^2} M_x + \frac{dM_m}{dz} = 0 \dots\dots\dots(1)$$

帯片の Z なる部分の振りに對する“流體力學的モーメント”、 M_m は、 C_m を彈性軸に就ての“流體力學的モーメント係數”とすれば、

$$dM_m = \left(\frac{\partial C_m}{\partial \phi} \right) F b \left(\frac{1}{2} \rho V^2 \right) \phi dz$$

と考へる事が出来る。

- 茲に、 b帯片の幅
- F帯片の單位長當りの水平投射面積；所謂“翼面積”であつて本例の如き場合では、 $F=b \times l=b$
- ρ流體の密度
- V流速

前篇と同様に簡単に

$$C_m \doteq \alpha \rho$$

と考へれば、

$$\frac{dM_m}{dz} \doteq \alpha F b \left(\frac{1}{2} \rho V^2 \right) \phi \dots\dots\dots (2)$$

又帯片の撓みに關しては、

$$EI \frac{d^2 u}{dz^2} = M_x = -\rho M_x + M_y \dots\dots\dots (3)$$

(2) (3) を (1) に代入し、且 M_x 及び M_y に關する關係式を考慮すれば、

$$KG \frac{d^2 \phi}{dz^2} + \frac{1}{EI} \left[\int_z^l w(z')(z'-z) dz' \right]^2 \phi + \frac{1}{EI} \left[\int_z^l w(z')(z'-z) dz' \right] \times \left[\int_z^l w'(z')(z'-z) dz' \right] + \alpha F b \left(\frac{1}{2} \rho V^2 \right) \phi = 0 \dots\dots\dots (4)$$

こゝに於て亂暴な取扱ひではあるが、 M_x 及び M_y に對し次の如き概算の取扱ひを行ふ。即ち w は積分領域中に於ては一定と見做し、之は Z 點に於ける値即ち $w(z)$ に等しいと考へると、

$$\left. \begin{aligned} M_x(z) &\doteq w(z) \int_z^l (z'-z) dz' = \frac{1}{2} (l-z)^2 \cdot w(z) \\ M_y(z) &\doteq -w'(z) \int_z^l (z'-z) dz' = -\frac{1}{2} (l-z)^2 \cdot w'(z) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

又同様にして、

今單位長當りの帯片に働く力である所の流體抵抗 w 及び揚力 w' を夫々次の如く書き表はす。

$$\left. \begin{aligned} w &= C_w F \left(\frac{1}{2} \rho V^2 \right) \\ w' &= C_l F \left(\frac{1}{2} \rho V^2 \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

C_w は抵抗係數、 C_l は揚力係數であり、之等は周知の如く迎角 ϕ (振れ角 ϕ に等しいものと考へる) の函數であるが、簡単に次の如く考へる事とする。

$$\left. \begin{aligned} C_w &\doteq \beta + \gamma \phi \\ C_l &\doteq \gamma \phi \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6')$$

更に本篇に於ては、高次の微小量たる ϕ^2 以上の項を省略して議論を進める事に限定すれば、

$$\begin{aligned} w^2 + ww' &= [C_w^2 \phi + C_w C_l] F^2 \left(\frac{1}{2} \rho V^2 \right)^2 \\ &\doteq [\beta^2 + \beta \gamma] \phi \cdot F^2 \left(\frac{1}{2} \rho V^2 \right)^2 \end{aligned}$$

と考へられる故、この關係を (4) に代入して次の基本式が得られる。

$$\frac{d^2 \phi}{dz^2} + \left[\frac{F^2 \left(\frac{1}{2} \rho V^2 \right)^2 (\beta^2 + \beta \gamma)}{4(EI \cdot KG)} (l-z)^4 + \frac{F \left(\frac{1}{2} \rho V^2 \right) b \alpha}{KG} \right] \phi = 0 \dots\dots\dots (7)$$

座標の原點を埋込端より自由端に移し、

$$\bar{z} = z = \bar{z}$$

とおけば (7) は;

$$\frac{d^2\varphi}{d\bar{z}^2} + (K_1\bar{z}^4 + K_2)\varphi = 0 \dots\dots\dots (8)$$

但し,

$$\left. \begin{aligned} K_1 &= \frac{(\rho FV^2)^2(\beta^2 + \beta\gamma')}{16(EI \cdot KG)} \\ K_2 &= \frac{(\rho FV^2)b\alpha}{2KG} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8')$$

境界條件は、

$$\left. \begin{aligned} \bar{z} = l \quad &\text{に對し} \quad \varphi = 0 \\ \bar{z} = 0 \quad &\text{に對し} \quad \frac{d\varphi}{d\bar{z}} = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

(8) に於ける \bar{z}^4 を Fourier 級數に展開すれば;

$$\bar{z}^4 = A_0 + A_1 \cos \frac{\pi\bar{z}}{l} + A_2 \cos \frac{2\pi\bar{z}}{l} + \dots\dots\dots$$

故に (8) は、

$$\frac{d^2\varphi}{d\bar{z}^2} + \left[(K_2 + K_1A_0) + K_1A_1 \cos \frac{\pi\bar{z}}{l} + K_1A_2 \cos \frac{2\pi\bar{z}}{l} + \dots\dots\dots \right] \varphi = 0$$

之は Hill の微分方程式であるが、先づ大體の傾向を辿る目的を以て近似的に上記 Fourier 展開の最初の 2 項をとれば、

$$\frac{d^2\varphi}{d\bar{z}^2} + \left[(K_2 + K_1A_0) + K_1A_1 \cos \frac{\pi\bar{z}}{l} \right] \varphi = 0$$

茲に、

$$A_0 = \frac{1}{l} \int_0^l \bar{z}^4 d\bar{z} = \frac{l^4}{5}$$

$$A_1 = \frac{2}{l} \int_0^l \bar{z}^4 \cos \frac{\pi\bar{z}}{l} d\bar{z} = -0.31776l^4$$

更に

$$\frac{\pi}{2l} \bar{z} = v \dots\dots\dots (10)$$

及び、

$$\left. \begin{aligned} \lambda &= \left(\frac{l}{\pi} \right)^2 \left[\frac{1}{5} K_1 l^4 + K_2 \right] \\ q &= \frac{0.31776}{4} \left(\frac{l}{\pi} \right)^2 K_1 l^4 = 0.07944 \left(\frac{l}{\pi} \right)^2 K_1 l^4 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

とおけば、前記微分方程式は次の形となる。

$$\frac{d^2\varphi}{dv^2} + (4\lambda - 16q \cos 2v)\varphi = 0 \dots\dots\dots (12)$$

(12) は Mathieu の微分方程式である。境界條件は (9) 及 (10) より;

$$\left. \begin{aligned} v = 0 \quad &\text{に對し} \quad \frac{d\varphi}{dv} = 0 \\ v = \frac{\pi}{2} \quad &\text{に對し} \quad \varphi = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

(13) を満足する (12) の解は、

$$\varphi = A \cdot C e_1(v, q) \dots\dots\dots (14)$$

であり、 q が小なる場合に λ の近似値は次式で與へられる。

$$4\lambda = 1 + 8q - 8q^2 - 8q^3 - \frac{8}{3}q^4 + \dots\dots\dots (15)$$

(11) 及び (15) を聯立に解けば限界流速が得られる事は前篇と同様である。今

$$4\lambda = 1 + 8q - 8q^2 \dots\dots\dots (15')$$

と考ふれば、限界流速 V は結局次式に依り算出される。

$$l^2 K_1^2 + 32.15 l^6 K_1 + 781.99 l^2 K_2 - 1929 = 0$$

或は、

$$k_1^2 V^3 + 32.15 k_1 V^4 + k_2 V^2 - 1929 = 0 \dots\dots\dots (16)$$

茲に、

$$\left. \begin{aligned} k_1 &= \frac{l^6 (\rho F)^2}{16 (EI \cdot KG)} (\beta^2 + \beta \gamma') \\ k_2 &= 391 \frac{l^2 \rho F}{KG} b \alpha \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (17)$$

帯片が矩形断面を有する平板の場合には (近似的には揚力は平板の前端より 1/4 點に作用すると考へられる)、次式が成立するものと考へられる。

$$\alpha = \frac{1}{4} \gamma' \dots\dots\dots (18)$$

従つて (17) の第 2 式は、

$$k_2 = 97.75 \frac{l^2 \rho F b}{KG} \gamma' \dots\dots\dots (19)$$

(16) で與へられる限界流速 V は (12) に基き算出せる限界流速であつて、これ以上の流速に對しては帯片は不安定となる事が期待せられる。係數 k_1 は (17) より明かな如く之は主として抵抗に關する係數である。(帯片の撓みに基く影響が入つては居るが) 従つて之は主として“振れ挫屈”に關係する。係數 k_2 は“流體力學的モーメント”に關する係數であつて、既出の脚註 2) 等の文獻にも見られる如く、從來より航空機の翼本體の安定問題に主として論ぜられたる項である。(翼と補助翼との機械的聯成問題の安定とは別である) Kármán が Tacoma 橋の破壊の説明に試みた手法) もこの Wing fluttering と軌を同じくする考へ方であるが、この考へのみでは充分なる説明が與へられなかつたのである。従つて (16) の第 1 項及び第 2 項は主として“振れ挫屈”の項であり、第 3 項は“流體力學的モーメント”に關係する謂はば fluttering の項である。係數 k_1 及び k_2 には、(17) に見られる如く、種々なる要素 (變數) を含むのであるが、係數 k_2 に比し k_1 が支配的となる場合には“振れ挫屈”の現象が主役を演ずる事となるわけである。例へば、今他の變數は一定として單に支間 l のみを取り出して考へると、帯片の支間 l が相當大になれば通常の場合“振れ挫屈”の項が支配的となり、“流體力學的モーメント”の項が無視し得られる状態の發現が期待せられる。逆に l が極めて小となれば“流體力學的モーメント”の項が優勢となり、中間の場合には両者が關係する事が窺はれるのである。(特に流速 V が高速となるにつれて漸次“振れ挫屈”の項の影響が無視し

3) “Aerodynamic Stability of Suspension Bridges,, E. N. R. Nov., 21, 1940. P. 670.

得られない場合があり得る點は、ロケット型航空機等の場合多少注目すべき點であるかも知れない。

猶 (16) の運用に當り注意すべきは (11) で規定せらるゝ q が小なるものとして展開式 (15) を使用して居る點で、然らざる場合には別途に數學的措置を講ずべき事である。

3. 特に“振れ挫屈”が支配的の場合に就て

前節に述べた如く、流體中に於ける (或は流體中を移動する) 帶片の安定性には、一般的に云つて、通常考へられる“流體力學的モーメント”、他に所謂“振れ挫屈”の現象も關係する。而して前者に就ては既によく論ぜられて居る事である故、後者の現象が今の所主として追求すべき問題となる。従つて今特に“振れ挫屈”が極めて支配的な場合を取り上げると、かゝる場合に於ては (16) に於て、 $k_2=0$ とおけば其限界流速が得られるが、(16) は既述の如く \bar{z} を Fourier 級數に展開し其最初の 2 項を採用した近似計算であつて、“振れ挫屈”が支配的の場合には多少其近似性が劣る様である。従つて本節に於ては再び (8) に戻り改めて $K_2=0$ とおき、限界流速を求めらる事とする。かくすれば、

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2\phi}{d\bar{z}^2} + K_1\bar{z}^4\phi &= 0 \\ K_1 &= \frac{(\rho F V^2)^2(\beta^2 + \beta\gamma')}{16(EI - KG)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (20)$$

此の解は⁴⁾

$$\phi = \sqrt{\bar{z}} \left[A J_{\frac{1}{6}} \left(\frac{\sqrt{K_1}}{3} \bar{z}^{\frac{3}{2}} \right) + B Y_{\frac{1}{6}} \left(\frac{\sqrt{K_1}}{3} \bar{z}^{\frac{3}{2}} \right) \right]$$

として與へられるが $J_{1/6}$ 及び $Y_{1/6}$ の函數表を必要とする故、(20) の解として次の如き無限級數法を用ふる事とする。

$$\phi = f_1\bar{z}^{m_1} + f_2\bar{z}^{m_2} + f_3\bar{z}^{m_3} + \dots\dots\dots (21)$$

(21) を (20) に代入すれば、

$$\begin{aligned} f_1 m_1(m_1-1)\bar{z}^{m_1-2} + f_2 m_2(m_2-1)\bar{z}^{m_2-2} + f_3 m_3(m_3-1)\bar{z}^{m_3-2} + \dots\dots\dots \\ + f_1 K_1 \bar{z}^{m_1+4} + f_2 K_1 \bar{z}^{m_2+4} + \dots\dots\dots = 0 \end{aligned}$$

従つて指數 $m_1, m_2, m_3, \dots\dots$ の間に次の關係を必要とする。

$$m_2 = m_1 + 6, \quad m_3 = m_2 + 6$$

係數 $f_1, f_2, f_3, \dots\dots$ 間には、

$$\begin{aligned} f_2 &= -\frac{K_1}{m_2(m_2-1)} f_1 \\ f_3 &= -\frac{K_1}{m_3(m_3-1)} f_2 \text{ 等} \end{aligned}$$

の關係を必要とし指數 m_1 は次式より得られる。

$$m_1(m_1-1) = 0$$

m_1 の 2 箇の解より (20) を満足する 2 組の級數が得られる。従つて (20) の一般解は、

4) 佐野 應用數學, P. 306.

$$\varphi = A \left(z^0 - \frac{K_1}{5 \cdot 6} z^7 + \frac{K_1^2}{5 \cdot 6 \cdot 11 \cdot 12} z^{12} - \frac{K_1^3}{5 \cdot 6 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 17 \cdot 18} z^{18} + \dots \right) + B \left(z - \frac{K_1}{6 \cdot 7} z^7 + \frac{K_1^2}{6 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 12} z^{13} - \dots \right)$$

(9) なる境界条件を考慮すれば、

$$\varphi = A \left(1 - \frac{K_1}{5 \cdot 6} z^7 + \frac{K_1^2}{5 \cdot 6 \cdot 11 \cdot 12} z^{12} - \frac{K_1^3}{5 \cdot 6 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 17 \cdot 18} z^{18} + \dots \right) \dots \dots \dots (22)$$

$z=l$ に對し、 $\varphi=0$ 故

$$1 - \frac{(\sqrt{K_1 l^3})^2}{5 \cdot 6} + \frac{(\sqrt{K_1 l^3})^4}{5 \cdot 6 \cdot 11 \cdot 12} - \frac{(\sqrt{K_1 l^3})^6}{5 \cdot 6 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 17 \cdot 18} + \dots = 0$$

左邊は $\sqrt{K_1 l^3}$ の函数であるが、其最初の零點を求めると、

$$\sqrt{K_1 l^3} = 6.425 \dots \dots \dots (23)$$

(8') 及び (23) より

$$V^2 = \mu^2 \times 25.7 \frac{\sqrt{EI \cdot K_1 G}}{\beta \rho F l^3} \dots \dots \dots (24)$$

但し、

$$\mu^2 = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\gamma'}{\beta}}} \dots \dots \dots (25)$$

$\gamma'=0$ 即ち $\mu=1$ の時の限界流速を V_w とおけば

$$V_w^2 = 25.7 \frac{\sqrt{EI \cdot K_1 G}}{\beta \rho F l^3} \dots \dots \dots (26)$$

之は揚力の影響を省略せる時の限界流速である。従つて μ は帶片の抵抗のみを考へて算出せる流速に對する一種の修正量である。即ち

$$V = \mu V_w \dots \dots \dots (24')$$

以上に於ては、單位長當りの帶片の流體抵抗を (6) の如く表はしたが、水平投射面積 F の代りに、通常我々の用ふる垂直投射面積 (單位長當りの側面有効曝露面積) S を用ひ

$$w = k \rho S V^2 \dots \dots \dots (27)$$

と表はせば、

$$C_w = 2k \frac{S}{F}$$

の關係がある故、修正量 μ は次式で與へられる。

$$\mu^2 = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{F}{2S} \frac{\gamma'}{k}}} \dots \dots \dots (25')$$

(24) に於て、限界流速に對する流體力學的係數の影響のみを取出して考へると、單に振れ挫屈に關する限り、

$$\beta \sqrt{1 + \frac{\gamma'}{\beta}} = (\beta^2 + \beta \gamma')^{\frac{1}{2}}$$

が出來得る限り小さい斷面形が有利なる事が窺はれる。(自勵振動の方から考へれば零になつては不可なるも)

第 2 章 實 驗 的 研 究

4. 實 驗 設 備

筆者は第 1 篇に於て、水平方向の風を受ける吊橋に於ては“振れ捩屈”の現象が補剛桁の安定性に關し重要な役割を演ずる事を指摘した。若しこの見解が妥當ならば、前章に取扱つた如く細長き帯片が流體中を移動する場合に於ても(或は帯片が静止し流體が流動する場合に於ても)、亦“振れ捩屈”の影響がある筈と窺見せられるわけであるが、從來航空機の翼等の安定性に就いてはこの影響を算入してない様に見受けられる。依つて筆者は簡單なる實驗により主としてこの“振れ捩屈”の現象が帯片の場合に如何に現れるかを確め、又前章の理論式を實驗的にチェックすると共に、間接的乍ら吊橋補剛桁の場合に對する筆者の見解を支持すべき一資料を得んとするものである。

筆者は細長き帯片につき水を使用して實驗を試みる事としたが、現有設備の關係上單純藥としての實驗の無理なる事を認め、前掲の圖-1 の如き突桁としての實驗を行ふ事とした。更に現在(昭和 19 年)入手し得る資材關係を考慮し結局次の 2 種類の試片を製作した。

[A] 良質の「ヒノキ」より製せる矩形斷面の突桁

[B] 亜鉛引鐵板製の I 型斷面の突桁

前章の式 (17) 及 (24) には揚力係數の増加率及び抵抗係數を含む故、之等係數の測定を行ふ必要がある爲筆者は模型飛行機の材料を使用し、寫眞-1 の如き一種の天秤を D. Riabouchinsky の裝置⁵⁾を模し、自作したが其結果は當面の目的に對しては先づ良好であつた。

揚力測定に際しては、天秤を平衡状態に調節したる後、A-方向に水を流せば天秤下部に取付けたる試片に働く揚力の爲天秤は偏倚するが、左右何れかの分銅皿に分銅を載せ之を元の位置に戻す時は其時の分銅の重量が試片に作用する揚力の大きさである。揚力測定状況は後掲の寫眞-3 参照。次に試片の抵抗の測定には、B-方向に水を流せば試片の抵抗の爲水流と同一方向に天秤が偏倚するが、前方に分銅皿に分銅を載せ之を元の位置に戻すに要する分銅の重量に依り試片の抵抗の大きさを知るのである。

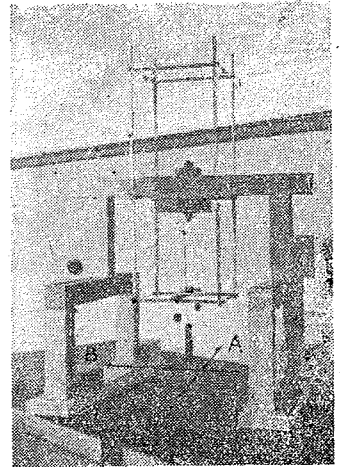
實際試片の大きさこの裝置に對しては 3 cm. × 9 cm. 程度を適當とし、之を試片支持棒の先端に取付けたら、此支持棒を天秤下端の 2 本の小梁を以て挟むのである。迎角 θ を測定する爲最初鏡裝置を取付けたがこの工作程度の天秤では、寫眞の如き目盛板が適當の様である。天秤の感度は、熟練すれば 0.2 gr. の分銅の差を認める事が出来る。

水面の影響即ち波の發生に基く影響を除く爲、試片の吃水の深さを變更し實驗を行ひ其兩者の差をとる事にした。

猶此天秤に依り得られた實驗値の信頼性を檢する爲、矩形斷面の木板の抵抗試験と獨逸に於る眞鍮板の抵抗試験結果とを照合(後記)したが、其結果前記天秤に依る實驗値は信頼し得られるものと認められた事を附記する。

この天秤を使用し揚力並びに抵抗測定に當つては、(以後天秤試験と略稱す)東京帝國大學第一工學部土木教室に於ける水理實驗室の水路の一部を使用し、幅 30 cm. 長 3.50 m. の小水路(圖面省略)を作り整流板(硝子板)を経て流量 2~15 litre/sec. 程度の水を流し、其略中央に天秤を据付け後方約 50 cm. の位置でピトー管に依り 3ヶ所の

寫眞-1.



5) 「リアブチンスキー氏高速度流體力學解説」(上); 高須鶴三郎講述。

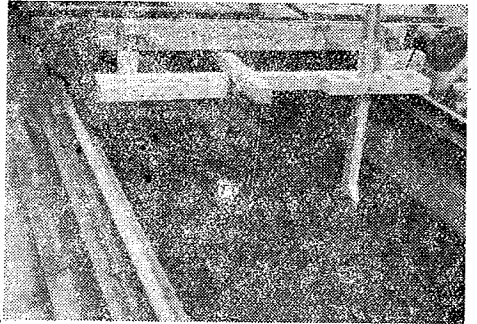
水深の點に於ける流速を測定した。

帯片の限界流速試験(水槽試験と略稱す)には、幅 1.2 m. 水深 1.2 m. 長さ約 15 m. の流速計檢定水槽を使用し、静水中を水槽上の電車の下部に取付けた試片を移動させて観測を行った。寫眞-2の如し。電車の速度は 10 cm./sec.~180 cm./sec. の間に互り速度を變じ得るものであつて、水槽中央部約 5 m. 部分を使用した。

猶前記水理實驗室の諸設備の使用を許された東大教授本間博士及び土質試験室の器材を貸與された東大助教授最上博士に厚く御禮申上ぐる次第である。

又實驗に當りては、東大助手島田勝次君及び山川雄君、井上清君の助力を得た事を記し、こゝに感謝申上ぐる次第である。

寫眞-2.



5. 矩形断面を有する帯片に関する實驗(實驗-A)

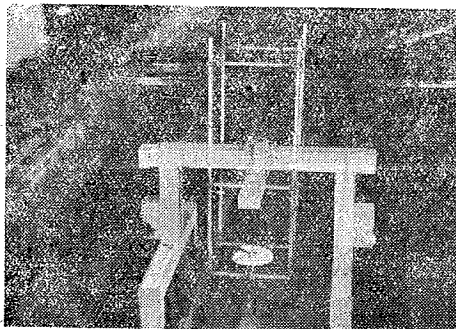
矩形断面を有する「ヒノキ」柱目材(無節)より、水槽試験用材として長さ 53 cm., 幅 3.01 cm., 厚 0.12 cm. 及び天秤試驗用材として長さ 9 cm., 幅 3.039 cm., 厚 0.12 cm. の試片を製作し、全表面にラックを塗り吸水性を防止した。

天秤試驗は流量約 20 litre/sec. 及び 15 litre/sec. に就き各々深吃水と淺吃水に就き行つた。1 例を示せば圖-5の如し。其結果(印刷紙面の制限の爲詳細は省略す) $\rho=0$ に於る抵抗係数の平均値として

$$\beta = 0.000057$$

を得た。即ち最初の有効數字は小數點下第 5 位にある。この結果の Order を檢する爲、同程度の試片に関する實驗結果を調べた所、Werft, Reederei, Hafen 1925 年 8 月 "Widerstand kurzer Flächen., (von Kempf u. Kloegs.) に幅 2 cm. 厚 0.25 cm. 長 10 cm. の真鍮板の抵抗値として $V=0.895$ m./sec. に對し抵抗 4.4 gr. なる實驗値がある。今 $\rho=1$ と假定し抵抗係数を算出すれば 0.000055 であり、最初の有効數字は小數點下第 5 位にある。従つて筆者の自作せる天秤は先づ信頼し得るものと認められよう。

寫眞-3.



揚力係数の測定状況を寫眞-3に示す。實驗結果は圖-6の如し。之より原點附近の $dC_L/d\rho$ を求むれば、

$$\gamma' = 0.0059$$

“流體力學的モーメント係数”は平板である故(18)により算出する事が出来る。

圖-5.

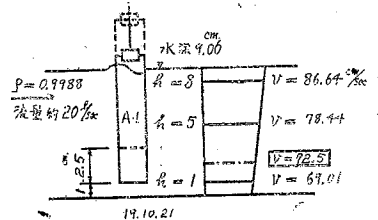
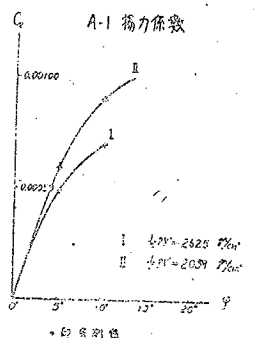


圖-6.



撓み剛性 EI は水槽試験用の試片につき試験前及後の 2 回に行つたが、振り剛性 KG は比較的吸水の影響小の如く認められた爲試験前に 1 回行つた。其結果

$$EI = 72\,000 \text{ (gr. cm}^2\text{)}$$

$$KG = 15\,850 \text{ (gr. cm}^2\text{)}$$

水槽試験に際し帯片が安定限界に達せる時の判定に資する爲、先づ静荷重（載荷點は帯片の中心線上の 13.ヶ所に約 4 cm. 間隔に撰び、略等分布せしめた。荷重としては 10 錢錫貨を用ひた。）に依る振れ挫屈試験を行ひ、帯片の變形狀況を觀測した。計算より得らるゝ挫屈値は挫屈荷重を ω gr./cm. とすれば

$$(\omega l)_{cr} = 12.85 \sqrt{\frac{EI \cdot KG}{l^3}} = 174 \text{ gr.}$$

であるが、此時の帯片先端の撓みは約 10 cm. である。従つて水槽試験に際しては先端の撓み 10 cm. を試片 A-1 の安定限界の基準とする事にした。然し乍ら水槽試験を實施してみると、帯片が安定限界に達する時はこの先端の撓みは急速に進行する故に大體 10 cm. 位との目安さへあれば其限界點の判定には思つた程の困難はなかつた。

帯片の限界速度を知る爲に、流速計檢定用水槽上の電車の下部に前掲の寫眞-2 の如く試片 A-1 を取付け、其安定限界を測定した。電車の速度が略一定と認めらるゝ範圍内に設定せる基線長 497.2 cm. を電車が通過するに要する時間を測定すると共に、帯片の變形狀況を觀測した。試験終了直後の帯片の狀況を示せるものが寫眞-4 である。

寫眞-4.

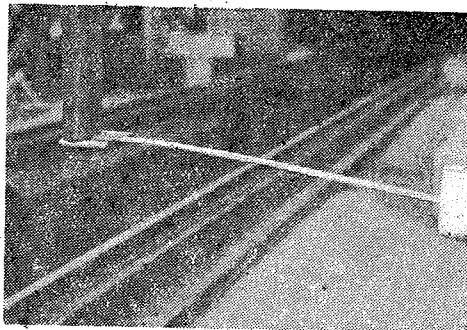


表-1. 試片 A-1 の水槽試験結果

基線通過時間 (sec.)	速度 (cm./sec.)	試片先端撓み (cm.)	摘記
27.9	17.8		
25.1	19.8		
21.1	23.6		
16.9	29.4		
14.7	33.8		
13.0	38.2	殆ど零	
11.5	*43.2	約 10	
10.4	47.7	>10	不安定状態にあるを認む
12.1	*41.0	約 10	
11.0	45.2	>10	不安定状態にあるを認む
11.8	*42.1	約 10	
10.8	46.0	>10	不安定状態にあるを認む
12.0	*41.4	約 10	
12.4	40.4		安定状態にありと認む

註 $\rho = 0.99912$, *印は限界流速と考へらるゝ數値なり。

表-1 に示す如き數回の觀測の結果の平均値より限界流速として、

$$V=41.9 \text{ cm/sec.}$$

以上の實驗結果を表で示せば表-2 の如し。

表-2. 試片 A-1

試片番號	A-1
斷 面	矩 形
用 材	「ヒノキ」(柵目)
腕長; l	50 (cm.)
巾; b	3.01 (cm.)
板 厚	0.12 (cm.)
EI	72 000 (gr. cm ²)
KG	15 850 (gr. cm ²)
$\sqrt{EI \cdot KG}$	33 780 (gr. cm ²)
β	0.000 057
γ'	0.005 9
水槽ノ水ノ密度	0.999 12 (gr. sec ² /cm ⁴)
限界流速實測値 (平均値)	42 (cm./sec.)

6. A-1 試片に關する限界流速の理論値と實驗値の比較

表-2 の數値に基き式 (16) の係數 k_1 及び k_2 を算出すれば;

$$k_1 = 2.628 \times 10^{-6} \text{ (sec}^4/\text{cm}^4\text{)}$$

$$k_2 = 0.8234 \text{ (sec}^2/\text{cm}^2\text{)}$$

故に (16) は、

$$6.904 \times 10^{-12} V^8 + 84.49 \times 10^{-6} V^4 + 82.34 \\ \times 10^{-2} V^2 - 1929 = 0$$

之より限界流速として

$$V=43 \text{ cm./sec.}$$

之に對し實測値の平均は前節に述べた如く 42cm./sec. である。參考の爲に、“流體力學的モーメント”の項— k_2 項のみ考へる—のみに依る限界値を算出すれば、

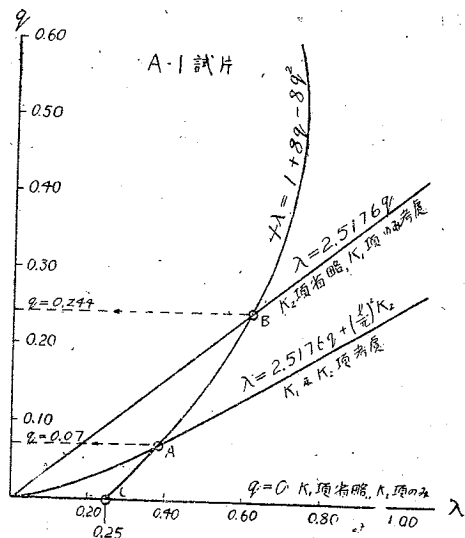
$$V=48 \text{ cm./sec.}$$

であり、“振れ挫屈”の項— k_1 項のみ考へる—のみに依る限界値は;

$$V=59 \text{ cm./sec.}$$

従つて本試片では、抵抗係數が小なるに對し支間 l の長さが猶不充分の爲“流體力學的モーメント”の影響の方が比較的大であると認められる。然し乍ら此場合“流體力學的モー

圖-7.



メント,,の他に“振れ拵屈,,の影響をも考慮する方が實驗値により近似する事が窺はれよう。

式 (16) に依らず, 直接 (11) 及び (15') を聯立に解けば, 圖-7 の如し。圖の交點 A より $q=0.07$ を得るが, 之を (11) に代入して,

$$V=42.65 \text{ cm./sec.}$$

“流體力學的モーメント,,の項 (k_2 項即ち K_2 項) のみを考ふれば, 交點 C 即ち $q=0$ より,

$$V=48.40 \text{ cm./sec.}$$

“振れ拵屈,,の項 (k_1 項即ち K_1 項) のみを考ふれば, 交點 B 即ち $q=0.244$ より

$$V=58.28 \text{ cm./sec.}$$

以上に述べた如く“振れ拵屈”の項を算入した限界流速の計算値は $V=43 \text{ cm./sec.}$ であるが, 之は實測値 $V=42 \text{ cm./sec.}$ に殆ど一致してると考へて差支へはないと思はれる。

航空機の翼の如く比較的腕長 l が短く, 剛性 EI 及び KG が大で且つ抵抗係数が小なる場合に於ては, 通常の場合 k_1 の影響即ち“振れ拵屈,,の効果は小なるものと考へられる。之に反し(吊橋補剛桁の如く)支間が大で又剛性も比較的小であり且つ抵抗係数の大なる断面を有する帯片を考へると之とは反對に“振れ拵屈,,が支配的になると期待されるがその様な場合に近い實驗を次に行ふ必要がある。

7. I 型断面を有する帯片に關する實驗 (實驗-B)

試片 A-1 は比較的“流體力學的モーメント,,の影響が“振れ拵屈,,の影響より大なる場合であつたが, 此様な場合に相當する構造物に對しては主として fluttering の現象に注目すべきである。次に我々は比較的“振れ拵屈,,の影響の大なる場合の實驗を行つて見よう。腕長 l も多少増し, 比較的抵抗係数の大なる試片を作る事とし, 筆者

表-3.

試 片 番 號		B-1	B-2	B-3
水槽 試驗 用	支 間 (cm.)	85	96.9	80
	板 厚 (//)	0.038	0.038	B-2 に同じ
	突縁幅 (//)	1.011	1.020	//
	桁 高 (//)	2.124	2.147	//
天秤 試驗 用	長 さ (//)	7	7	B-2 に同じ
	突縁幅 (//)	1.010	1.036	//
	桁 高 (//)	2.140	2.127	//

は表-3 の如き (平均値) I 型断面の試片 3 ケを亜鉛引鐵板より作つたが, 天秤試驗用試片は之等の先端部分より採取せるものである。試片 B-3 は試片 B-2 の實驗後のものより製作せるものである。猶 B-2, B-3 の工作は B-1 に比し比較的一様性を缺く様である。

天秤試驗は流量約 15 litre/sec. につき行つた。一例を圖-8 に示す。吃水を變へて造波の影響を除去したが吃水差は 2.5 cm. であり其部分の中央部の流速は圖の枠内の數値である。

圖-8.

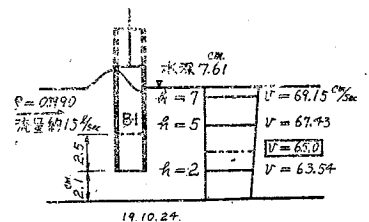


表-4. B-1 揚力係数 (圖-8, 圖-9 参照)

迎角 (度)	深吃水の時の揚力(gr.)	浅吃水の時の揚力(gr.)	兩者の差 (gr.)	揚力係数; C_L
-30°	-16.5	-5.7	-10.8	-0.00096
-25	-12.0	-3.8	-8.2	-0.00073
-20	-6.0	-1.2	-4.8	-0.00043
-15	-2.25*	-0.5	-1.75	-0.00016
-10	-1.0	0	-1.0	-0.00009
-5	+0.2	0	+0.2	+0.00002
0	0	0	0	0
+5	-0.85*	0	-0.85	-0.00008
+10	+0.5	0	+0.5	+0.00004
+15	+4.5	+1.5	+3.0	+0.00027
+20	+14.5	+4.5	+10.0	+0.00089
+25	+18.5	+6.5	+12.0	+0.00106
+30	+22.5	+10.0	+12.5	+0.00111

註 *印は 2 回の實測値の平均値

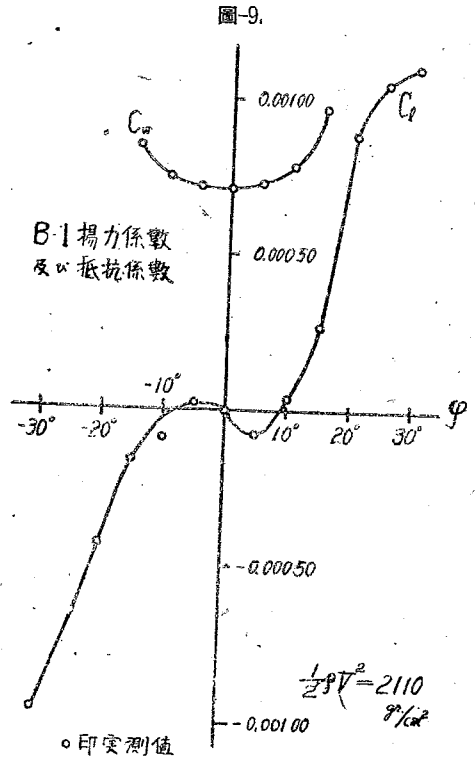
抵抗係数に関する實驗結果より、 $\phi=0$ に対する抵抗係数即ち β を求めれば、

B-1. $\beta=0.00071$

B-2, B-3. $\beta=0.00064$

であり試片 A-1 に比し著しく抵抗の大なる事が認められる。試片 B-1 の揚力係数の實測値は表-4 であり之を圖示せるのが圖-9 であるが、矩形断面の場合の圖-6 と比較すれば著しく異なる。この様な傾向は Harold A. Thomas⁶⁾ の實驗結果にも見られるし、又 Prof. Farquharson⁷⁾ の結果も同様である。今 $\phi > 0$ の部分を考へると、 $C_L < 0$ の範圍に於ては揚力は寧ろ復原性を有するものと考へられる故、問題はこの範圍外である。筆者の理論式に於ては式(6')の如く $C_L = \gamma\phi$ と假定して居るので圖-9 の様な場合には改めて考へなほさなければならぬのであるが、揚力が復原性を有する範圍が比較的小範圍の時、近似的に非復原性になった時の揚力の増加率を採用して大體の性格は辿り得られる筈である。

従つて非復原性の部分の $dC_L/d\phi$ の平均値を求め之を γ' と考へ計算を進め一先づ實驗値と比較する事とする。但し其際 ϕ を Radian に換算する。試片 B-1 については、



6) E. N. R. April. 10. 1941., p. 548.

7) E. N. R. Nov., 21. 1940.

$$\frac{dC_l}{d\phi} = 0.0014$$

次に B-2, B-3 の揚力係数の測定値は表-5 である。原點附近の測定値がやゝ不整であるのは試片の工作不良の影響もある事と思はれる。揚力係数の増加率はこの場合

$$\frac{dC_l}{d\phi} = 0.0041$$

試片の捩れ剛性の測定結果は、

$$B-1. \quad KG = 46\,500 \text{ (gr.-cm}^2\text{)}$$

$$B-2, B-3. \quad KG = 47\,740 \text{ (gr.-cm}^2\text{)}$$

表-5. B-2, B-3 揚力係數

迎角 (度)	深吃水の時の揚力(gr.)	淺吃水の時の揚力(gr.)	兩者の差 (gr.)	揚力係數; C_l
-35°	-23.0	-9.6	-13.4	-0.00122
-30	-20.0	-7.0	-13.0	-0.00118
-25	-15.5	-3.0	-12.5	-0.00113
-20	-9.5	-1.0	-8.5	-0.00077
-15	-2.8	+0.3	-3.1	-0.00028
-10	+1.4	+1.0	+0.4	+0.00004
-5	+0.6	+0.6	0	0
0	0	0	0	0
+5	-0.5	-0.4	-0.1	-0.00001
+10	-0.5	0	-0.5	-0.00014
+15	+2.5	+0.6	+1.9	+0.00026
+20	+6.5	+1.6	+4.9	+0.00054
+25	+13.0	+3.6	+9.4	+0.00085
+30	+17.5	+6.6	+10.9	+0.00099

I 型桁の撓み剛性は表-3 の平均寸法に基き計算により次の數値を得た。

$$B-1. \quad EI = 0.1376 \times 10^8 \text{ gr.-cm}^2$$

$$B-2, B-3. \quad EI = 0.1413 \times 10^8 \text{ gr.-cm}^2$$

限界流速の測定に於ては、A-1 の場合と同様に試片先端の撓み及び其變形進行状況を観測する事にしたが、I 型桁の場合は變形比較的少く限界値に達すると共に突然明瞭に屈曲或は折損する。又 A-1 と異なる點は劇しき振り振動が發現する事である。此事實は今後の問題の取上げ方につき或る示唆を與へる。

試片 B-1 ($l=85 \text{ cm.}$) に關する實測結果は表-6 の如し。試片の折損は基線の終端近くで起つたが、其狀況は寫眞-5 の如し。

$$B-1. \quad V = 111 \text{ cm./sec.}$$

寫眞-5.

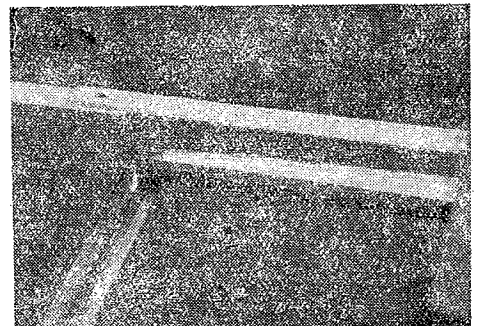


表-6. 試片 B-1 限界流速の測定

基線通過時間 (sec.)	速 度 (cm./sec.)	摘 要
11.3	44.2	殆ど變形なし
7.8	64.1	撓み, 約 2 cm.
6.5	76.9	振り振動發生
5.9	84.7	
5.4	92.6	撓み, 3~4 cm.
5.0	100.0	
4.5	111.0	基線の終端近くで折損 寫眞-5 参照

註 水槽内の水の密度, $\rho=0.99909$
支間, $l=85$ cm.

表-7. 試片 B-2 限界流速の測定

基線通過時間 (sec.)	速 度 (cm./sec.)	摘 要
15.6	32.0	緩く撓み振動す
12.5	40.0	撓み振動の他に振り振動發生
11.9	42.0	撓み及び振り振動
11.3	44.2	振り振動卓越す
10.3	48.5	〃
10.2	49.0	〃
10.0	50.0	〃
9.2	54.3	振り振動劇し, 先端の撓み殆ど零
9.1	50.0	〃 撓み約 1 cm.
8.5	58.7	〃 〃
8.0	62.5	〃 〃
7.6	65.7	〃 〃
7.2	69.5	〃 〃
6.8	73.5	〃 〃
6.7	74.5	〃 撓み約 4 cm.
6.4	78.1	〃 撓み約 5 cm.
6.3	79.4	屈曲す. 寫眞-6 参照

註 水槽内の水の密度, $\rho=0.99903$
支間, $l=96.9$ cm.

表-8. 試片 B-3 限界流速の測定

基線通過時間 (sec.)	速度 (cm./sec.)	摘 要
10.7	46.7	多少撓み振動
8.9	51.2	振り振動發生
7.2	69.4	振り振動卓越, 先端の撓み約 1 cm.
6.9	72.4	〃
6.5	76.8	〃 撓み約 3 cm.
6.1	81.9	〃
5.9	84.7	〃
5.5	91.0	〃
5.3	94.3	〃 撓み約 4 cm.
5.0	100.0	〃
4.85	103.0	基線の終端近くで屈曲す 屈曲點は埋込端より 14.5 cm. 附近

註 水槽内の水の密度, $\rho=0.99975$

支間, $l=80$ cm.

試片 B-2 ($l=96.9$ cm.) の測定結果は表-7 に示す。其限界流速は、

$$B-2. \quad V=79 \text{ cm./sec.}$$

寫眞-6 は B-2 の屈曲狀況である。

試片 B-3 は試片 B-2 の實驗後のものより再採取したもので、B-2 と異なる點は支間のみである。 $(l=80$ cm.) 表-8 より;

$$B-3. \quad V=103 \text{ cm./sec.}$$

以上の實驗結果を一覽表にすれば表-9 の如し。

表-9. 實驗-B

試片番號	B-1	B-2	B-3
断面	I 型	〃	〃
用材	亞鉛引鐵板 (板厚 0.038 cm.)	〃	〃
支間 (cm.)	85	96.9	80
幅 $b(=F)$ (cm.)	2.124	2.147	〃
EI (gr. cm ²)	1376×10^4	1413×10^4	〃
KG (gr. cm ²)	465×10^2	477×10^2	〃
$\sqrt{EI \cdot KG}$ (gr. cm ²)	8×10^5	8.213×10^5	〃
B	0.00071	0.00064	〃
γ'	0.0014	0.0041	〃
水槽内の水の密度	0.99909	0.99903	0.99975
μ	0.76	0.61	0.61
限界流速實測値 (cm./sec.)	111	79	103

8. I 型試片に關する限界流速の理論値と

實驗値との比較

筆者が主張せんとする所は、式 (16) に於る係數 k_1 が k_2 に比し支配的の場合に於ては (或は第 1 項及び第 2 項が第 3 項に比し支配的の場合と云ふ方が正しいかもしれない) “振れ挫屈” が帶片の安定を支配する重要な因子となると云ふ事であり、實際にもその様な現象が存在する事を實驗的に提示し且つ其際得らるゝ實驗値が筆者の理論式より算出せる數値と一致する事を示し、從つて第 1 篇に於て試みた筆者の見解の妥當性を裏書せんとするものである。其爲に筆者は前節に示せる如く比較的抵抗大にして且つ腕長も大なる試片につき實驗を試みたが、此場合には “流體力學的モーメント” の影響は省略し得られるものと考へられる故、(16) による計算は省略し、直接式 (24) により限界流速を算出すれば、表-10 の如き結果が得られた。

寫眞-6.

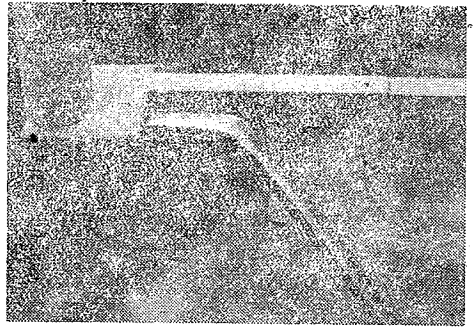


表-10.

試片番號	B-1	B-2	B-3
支間 (cm.)	85	96.9	80
μ	0.76	0.61	0.61
V_w (cm./sec.)	148	130	173
限界流速計算値 (cm./sec.)	112	79	106
限界流速實測値 (cm./sec.)	111	79	103

即ち計算値と實測値とは殆ど一致する事が認められる。從つて條件次第に依つては——係數 k_1 ——“振れ挫屈” が帶片の運命を左右する場合がありますのであり、從つて一般的に云へば、式 (16) の如く “振れ挫屈” の項を算入する事の妥當なる事が窺はれるのである。

9. 結 語

以上の實驗を通して、實驗-A の如く抵抗係數及び腕長が比較的小なる帶片の安定問題には通常 “流體力學的モーメント” が主動的立場をとり “振れ挫屈” の現象は從屬的立場をとるが、實驗-B の如く抵抗係數が大なる場合には (更に腕長の長き場合には特に) “振れ挫屈” の現象が支配的となる事を實驗的にも認めたのである。

我々橋梁技術者の立場から申せば、我々の對象とする構造物は一般に航空機の翼等に比し比較にならぬ程大なる流體抵抗を有し又支間も大なる場合があるので、後者の場合即ち “振れ挫屈” の支配的の場合が重要である。

突桁の撓みに對する敏感性を考慮し算入したる揚力の限界流速に對する影響は式 (25) 即ち

$$\mu^2 = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\gamma}{\beta}}}$$

の μ で與へられるが、前記實驗數値につき改めてこの數値を取出せば表-11 である。

γ/β の數値を見ると、實驗-A と B とに差が認められる。抵抗の大なる試片 B-1, 2, 3 に於ては μ は 6~7 割であるが、試片 A-1 に於ては 3 割であつて修正率が大である。この傾向より推定すれば、吊橋補剛桁の如き場合に假に式 (25) を適用すると、この修正率は比較的小となる事が豫想される。

表-11.

試片番號	A-1	B-1	B-2
γ'	0.0059	0.0014	0.0041
β	0.000057	0.00071	0.00064
γ/β	104	1.97	6.41
$1+\gamma/\beta$	105	2.97	7.41
μ	0.31	0.76	0.61

再び元に戻り、帯片の場合にこの揚力係數の影響を特に取出して考へるならば、第 7 節に述べた如く、

- i) 正の角 ϕ に對し C_i が負となる場合は少くも $dC_i/d\phi < 0$ の範圍に對しては $\beta + \gamma' > 0$ ならば“振り挫屈”に關する限り安全側にある。(自勵振動よりの要請條件は、⁸⁾ こゝでは考へない事とする。)
- ii) $dC_i/d\phi > 0$ の範圍に於ては、揚力は漸次非復原性に轉ずる傾向にある故この部分の $dC_i/d\phi$ が出來得る限り緩かな斷面が有利であらう。

平板と同様な揚力係數を有する場合 (實驗-A に相當す) には改めて述べる迄もなく前記第 2 項即ち $dC_i/d\phi$ の出來得る限り小なる斷面が有利である。しかし乍ら帯片に撓み振動が發現しない事を希望するならば、揚力が發生しない方が有利の様に考へられ、又其場合には當然 $dC_i/d\phi = 0$ となる故、一般的には揚力零と云ふ斷面が帯片の安定性を増す上から我々には好ましい様に考へられる。

筆者は I 型斷面の腹部を金網にした斷面の試片につき實驗を行はんとし、天秤試験用試片を作つたが水槽試験用の長尺試片の製作が困難な爲、之等の試験はまだ行つてないが、かゝる斷面については揚力係數がかなり異なる傾向のものが得られさうな氣がする。

最後に抵抗係數は出來得る限り小なる方が有利なるは斷る迄もない事である。

猶 $\beta + \gamma' \leq 0$ の場合に就ては、改めて取扱ふ事とする。

——未完—— (19. 11. 25. 受付)

8) J. P. Den Hartog “Mechanical Vibration,” Chap 6, § 59. 参照。