

篩分作業に関する實驗的考察

准會員 丸 安 隆 和*

要 旨 砂粒子を篩分けする場合、その能率が種々の因子によつて支配されるが、其中特に填充量、砂粒子の大きさ、振動數、砂の有する湿度及不通過粒子の影響について、又之等の相互の關係について實驗的な考察をなし、砂粒子の篩分け作業中及びその結果の判定に際し特に注意すべき事項について結論し、更に篩中の砂の運動について統計的な考察を行つて、篩分けを行ふ事によつて砂の運動状態の一面を窺知し得るだらうと言ふ著者の推論を加へたものである。

1. 緒 言

篩分作業を行ふ場合、その能率如何については、特に選鑛學の方面に於て重要な問題を提供して居る如く、種々の研究⁽¹⁾もなされてゐるのであるが、吾々土木の方面に於てもコンクリート骨材の選別其他種々の問題に關係する事項であるので、少し立入つて篩の特性、篩分作業中に起る問題特にその能率について調べて見たのであるが、その實驗の結果を報告し少し之について検討して見ようと思ふ。

篩分作業の能率は、勿論使用する材料の性質、使用する篩の機械的能力、篩分作業の方法等によつて左右される。即ち、粒子の形、大きさ、比重等の材料の諸性質、篩面の傾斜、振動を與へる方法等の機械的な諸性質、更に一度に篩ふる試料の量、篩分作業の時間、篩分け作業中にその試料の有する湿度等も非常に大きな影響を與へる因子となるのであるが、本論文に於ては、特に

1. 粒子の大きさと通過量との關係
2. 1 度に篩分すべき試料の量と通過率との關係
3. 振動數の通過率に及ぼす影響
4. 試料の有する湿度と通過率
5. 2 成分系特に不通過粒子を有する場合の通過率

の各項について實驗を行ひ、その結果を報告し、尙些か愚見を添へたいと思ふ。

本實驗を行ふについて、朝鮮鐵道局コンクリート試驗室の多大の御好意を得た事を誌上に於て感謝する次第である。

2. 使用せる試料及び實驗方法

使用せる砂は總て朝鮮漢江より採集せるもので、その平均比重は 2.76 である。篩は日本標準規格 (JES) 第 238 號 A 12 に規定したものを使用し、振動を與へる方法としては Ro-Tap 型篩振動機を用ひたのであるが、廻轉速度を變化させる爲に同じ型のもの 2 臺を使用し、1 臺は 120 r. p. m. 他の 1 臺は可變速度型にて 180 r. p. m. 及 240 r. p. m. 附近に變速が可能のものである。何れも 1/4 H. P. のモーターを有し、その他の寸法も殆んど同じである。

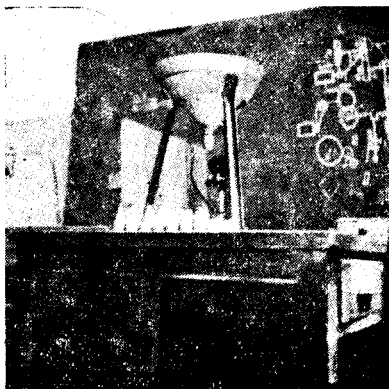
* 京城帝國大學助教授

(1) 例へば山口吉郎: Studies on the Mineral Grains in relation to Dressing. 東京帝大工學部紀要 Vol. 9, No. 9 (1930)

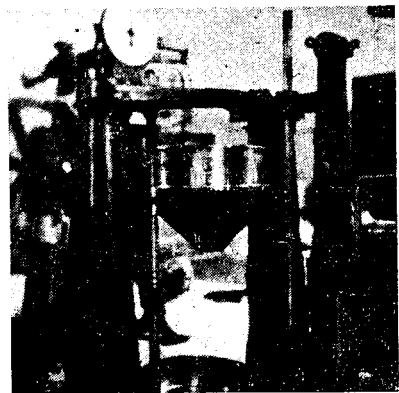
試料は、例へば、1.2 mm 篩について試験する場合には、1.2 mm 篩を通過せる砂で、その次の 0.6 mm 篩には残留するもので、總て通過可能な粒子のみである。然し、二成分系の実験に於ては、2.5 mm 篩を通過せる砂で、1.2 mm 篩に残留した砂と上記の砂を混合して使用した。後述する湿度の実験に於ても明かな様に、砂粒子は少量の湿度を含むと篩の能率に極めて顕著な影響を與へるので、特に細粒子になる程、よく之を乾燥せしめた。然し乾燥器にて約 110°C 附近まで乾燥した砂を直ちに篩分作業に使用すれば、篩目が砂の熱の爲に膨張し、極めて篩分け結果を不規則にするので、乾燥器の温度を徐々に降下せしめ、気温と略々同等の温度にしてから之を用いたのである。

篩の中に試料を充填する場合、その方法如何が、特に低廻轉の場合に影響が大きいため、之を一定にする爲に、**寫眞-1** に示す如き注入器を用ひ、上面は柔い刷子で水平にならした。尚、一定時間中に通過した分量を秤量するのに、その度に廻轉を中止したり始動したりするのでは、篩中の砂の運動状態が變動するので面白くなく、又所要時間のみで一度づゝ充填し直せば、充填の状態や篩の状態が微妙な影響を與へるので、通過試料の連続採集を必要としその爲に**寫眞-2** の如き装置を施した。實驗値は、凡て各々について 3 回づゝ行ひ、その平均値を採用した。

寫眞-1. 資料 填充 装置



寫眞-2. 通過資料連続採集装置



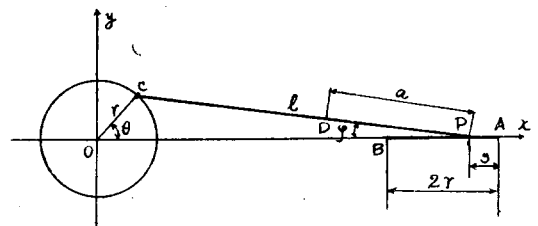
3. 篩の運動に関する考察

(**圖-1** 参照), Ro-Tap 型篩振動機は、周知の如く、1 端が圓運動をなし、他端が直線運動を行ふ 1 種の連桿上に篩を乗せて振動を與へるものである。従つて左方のクランク軸が一定の角速度で廻轉してゐる時、左方のピストンがこれに伴つて一定週期を以て直線運動をする事になる。この時兩者を繋ぐ連桿上の任意の點 D が如何なる運動をするかを調べて見よう。之が篩の運動を示すことになる。

C が θ だけ廻轉した時の點 D の座標 x, y の値は

$$\left. \begin{aligned} x &= l + r - (s + a \cos \varphi) \\ y &= a \sin \varphi \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (1)$$

圖-1.



然るに

$$l \sin \varphi = r \sin \theta$$

$$s + l \cos \varphi + r \cos \theta = l + r$$

$$\therefore \cos \varphi = \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \theta}{\lambda^2}}$$

但し $\lambda = l/r$ とする。

$$\therefore x = l \cos \varphi + r \cos \theta - a \cos \varphi$$

$$= (l-a) \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \theta}{\lambda^2}} + r \cos \theta$$

$$y = \frac{a}{\lambda} \sin \theta$$

} (2)

今 x を展開すると

$$x = (l-a) \sum_{n=0}^{\infty} A_{2n} \cos 2n\theta + r \cos \theta$$

但し

$$A_0 = -\frac{1}{4\lambda} - \frac{1}{64\lambda^3} - \frac{5}{256\lambda^5} - \dots$$

$$A_2 = \frac{1}{4\lambda} + \frac{1}{16\lambda^3} - \frac{15}{512\lambda^5} + \dots$$

$$A_4 = -\frac{1}{64\lambda^3} - \frac{3}{256\lambda^5} - \dots$$

$$A_6 = \frac{1}{512\lambda^5} + \dots$$

所が、今使用してゐる Ro-Tap 型振動機では $\lambda = 20$ であるから、 λ^3 以下の項は省略して

$$x = -\frac{l-a}{\lambda} \frac{1}{4\lambda} (1 - \cos 2\theta) + (l-a) + r \cos \theta$$

$$\doteq l-a + r \cos \theta \dots \dots \dots (3)$$

(2) 及 (3) 式より

$$\frac{\{x - (l-a)\}^2}{r^2} + \frac{y^2}{\left(\frac{a}{\lambda}\right)^2} = 1 \dots \dots \dots (4)$$

之は明かに $(l-a, 0)$ に原點を有し、 r 及び a/λ を兩軸とする楕圓の方程式であり、従つて點 D_1 は略楕圓運動を行ふ事が判るのである。然して、各點の速度及加速度は、

$$\frac{dx}{dt} = -r \sin \theta \frac{d\theta}{dt} = -r\omega \sin \theta$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{a}{\lambda} \omega \cos \theta$$

} (5)

但し ω はクランク軸の角速度である。

加速度は

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -r\omega^2 \cos \theta$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -\frac{a}{\lambda} \omega^2 \sin \theta$$

} (6)

之は後で篩の中の砂粒子の運動エネルギーを考へるのに役立つ。又 a を種々に變へた場合、即ち連桿上の各點の stroke の大いさを計算する事も出來、 x 方向では、 a には關係なく各點一様に $2r$ であり、 y 方向は $2(a/\lambda)$ であるから、今 $\lambda=20$ として次の如き値を取る。

a (cm)	10	15	20	25	30
(a/λ)	0.5	0.75	1.0	1.25	1.5

上記の a は篩ののる範圍に當る。

4. 篩中の砂粒子の運動に就て

Westman 及 Hugill⁽²⁾ 及 Dr. Oyama⁽³⁾ が、水平な直線運動を行ふ容器の中の砂の運動状態に就て研究して居るが、その發表文獻中に見られる砂の運動が、水平な橢圓運動を行ふ篩中の砂の状態に就ても觀察する事が出來る。即ち運動が開始すれば直ちに各粒子が沈降し始めるが、振動行程及び振動回数がある一定の値に到達するまでは、側壁附近を除いては殆んど篩と粒子の相對運動が認められない。之等の一定値はその粒子の物理的性質、即ち粒子の大いさ、形狀、比重及び表面の粗度等によつて決まるものであるが、この極限の値に達すると、粒子は圖-2(a) に示す如き循環運動を起す様になる。この様な現象を水平運動を行つた際にも起る事を矢島祐利氏⁽⁴⁾ が實驗されてゐるのであるが、吾々の場合は比較的扁平な橢圓運動であるので、直線運動の場合よりは幾分複雑な様ではあるが、本質的には相似した運動を認める事が出來るのである。

運動行程及振動數が増加すると、圖-2(b) の如く、粒子が側壁と衝突を起し、その上層部粒子が跳返り運動を

圖-2.

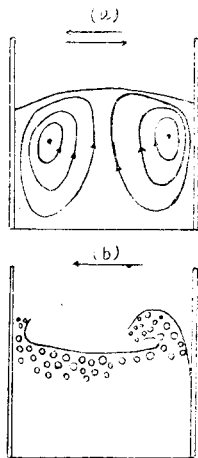
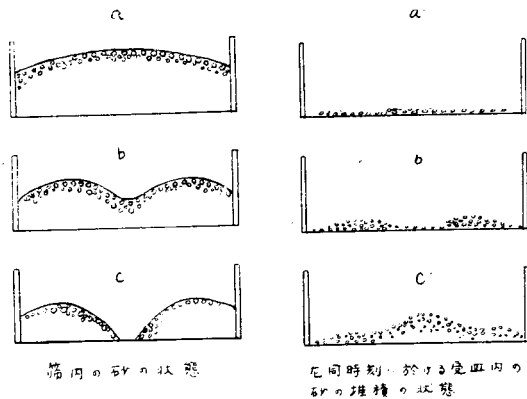


圖-3. 振動中間時に於ける篩内の砂粒子の状態



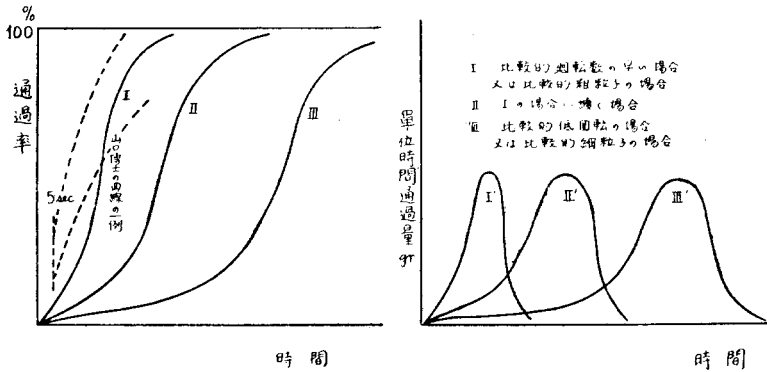
(2) Westman & Hugill: J. Am. Ceramic Soc. 13 (1930), 16 (1936)

(3) Oyama: Packing and Mixing of Broken Solids by a Horizontal Skaking Motion. Sic. Pap. I. P. C. R., 34 (1938) 1262

(4) Yazima: "Some Experiments on Powder and Sand", Sci. Pap. I. P. C. R., (27) (1935) 116~121

起すに到る。従つて廻轉数が比較的少い場合には、最上部の粒子は側壁に向つて外側に運動し、外郭部で下向の運動を生じた粒子は篩の目を通つて落下する。而して、外側の粒子群は廻轉が始まると同時に速やかに一定の深さまで沈降し(圖-3 a)、相當後までこの状態を維持する。故に振動時間が進むに従つて中央部が緩い填充の状態に於て表面が沈降し、外側部は緊密な状態に於て沈降するので、その中間が滑らかな丘陵状に盛上つた如き状態となる(圖-3 b)。これが更に進行すると、中央部分が遂に開口し、この前後になると今までの定常的な運動状態が破れて(圖-3 c)、今まで略々一定の通過量(單位時間當り)を示してゐたものが、急に通過量を増し、通過量の累加曲線が速かに上昇するのである。その典型的な例が圖-4 の如きである。

圖-4. 砂の通過量累加曲線の例



然るに、廻轉数が相當増大すれば、圖-2 (b) の如き攪亂運動が起り、粒子の運動が猛烈となるが、廻轉数を順次に上げて行つて、その變化の状態を見ると、前述の定常状態が比較的低廻轉に於ては長く持續して、圖-4 の如き状態を示すのであるが、高廻轉になるに従つて定常状態が短くなり或一定廻轉数以上になると最初から攪亂の状態となり、篩面全面から篩目を通過するに到る様である。従つて、通過量累加曲線には、前述の様な反曲點もなく最初から外側に凸な曲線を辿るに到るのである。山口吉郎博士の論文⁵⁾に依れば、この通過量累加曲線が

$$\log y = a + n \log t$$

- 但し y : 累加通過量
 t : 振動時間
 a 及 n : 常 數

にて表はされる如くであるが、これは、山口博士が 310 r. p. m. の如き高廻轉によつて實驗を行はれた結果であつて、篩分特性のある極端な一例が出て來たものと解する事が出来ると思ふ。結局、篩の特性は一般的には圖-4 に示す如き曲線を辿ると考へてよいと思はれるのである。

觀點を變へて、單位時間に於ける通過量を經過時間に對して圖示すれば、Pearson の度數曲線の中で第 I 種

$$y = y_0 \left| 1 - \frac{x}{c_1} \right|^{-p_1} \left| 1 - \frac{x}{c_2} \right|^{+p_2}$$

この中でも、特に $\kappa < 0$ であるが 1 に近く、又 $-p_1 > 0$, $p_2 > 1$ の場合と、その極限として $\kappa = 1$ の場合即ち第 V 種の曲線

(5) 前出 p. 353

$$y = y_0 |x - a|^{1-b} / x^{1/b}$$

となり、そのモードは、廻轉數の高い程原點に近く、廻轉數が低くなるに従つて右の方に漸次移動するが、これを積分したものが圖-4 になるのである。

此の曲線の形狀に就ては上述の如くであるが、其實際のモードの位置、平均値の位置等に就ては、種々の條件によつて異なるのであつて、篩分作業を行ふ場合に、その能率に對して如何なる因子が如何なる影響を與へるかに就て 2, 3 の實驗を行つたのであるが、これを以下に述べる事とする。

5. 填充量—粒子の大きさ—通過率の關係

各粒子に就て廻轉數 240 r. p. m. 附近に於て、試料の填充量を種々に變へ、その通過率に及ぼす影響に就て調べて見た。其の結果は表-1, 2, 3, 圖-5, 6, 7 の如くである。

今之等の實驗値より、一定時間經過後に於ける通過率と填充量との關係を見る爲に、横軸に填充量の對數値を、縦軸に通過率の對數値を取つて見る (圖-8 參照)。この圖から判る事は、一定時刻に於ける填充量と通過率の對數値は、各粒子共一定の關係を持つものゝ様であり、廻轉數 240 r. p. m. 附近に於ては次の様な代數式を以て表はす事が出来る。

$$\log y = a + b \log x$$

但し y : 通過率 (%), x : 填充量 (gr), a, b : 係數

然して此の係數 a, b を各粒子及各時刻に就て計算すれば、粒子の大きさが一定であれば、時刻の如何を問はず b 即ち、この直線の傾斜は一定となり、而も粒子が粗になる程傾斜が緩となつてくる。之は、粒子が粗になる程、填充量の増大による通過率に與へる影響の少い事を意味する。即ち、粒子が粗になる程内部摩擦が大きくなり⁽⁶⁾上部の粒子の重さが下部の粒子の運動に支障を與へる事が少く、又同時に、同じ廻轉狀態に於ては粗粒子程、填充に際して緊密性を得る事が困難であると言ふ事實⁽⁷⁾によるものと説明出来る。

最小自乘法によつて此等の係數を計算すると、 b の値は大約

2.5 mm 篩	-2.188
1.2 mm 篩	-2.310
0.6 mm 篩	-3.513

表-1. 2.5 mm 篩 填充量と通過率との關係

填充量 (gr)	1 000	1 100	1 200	1 300	1 400	1 500	1 600	1 700	1 800
時間 (秒)									
5	44.0	38.4	32.8	27.5	21.1	17.9	17.7	15.2	12.0
10	98.0	87.4	85.4	81.1	62.4	47.8	46.0	39.8	30.5
15	99.4	99.6	99.4	97.4	99.1	94.2	84.8	76.7	53.3
20						99.6	99.4	99.0	89.6
25									99.4

(6) 小野: 土木學會誌第 22 卷, p. 591 (1936)

(7) Oyama: 前出

となり、填充量の影響は、細粒子に向ふに従つて加速度的に増大するものである。

表-2. 1.2 mm 篩の填充量と通過率との關係

填充量 (gr) 時間 (秒)	1000	1100	1200	1300	1400	1500	1600	1700	1800
5	40.5	32.6	26.9	23.6	20.0	17.5	15.5	13.8	10.6
10	98.3	86.1	66.4	58.3	49.5	44.6	38.0	32.3	23.8
15	99.7	98.0	97.0	98.9	89.5	75.0	65.3	59.8	40.1
20	(11 sec)	(12 sec)	(14 sec)	99.8	99.6	99.4	98.8	97.0	62.4
25				(16 sec)	(19 sec)	99.7	99.9	99.8	89.5
30				●		(21 sec)	(23 sec)		99.8

圖-5. 2.5 mm 篩の填充量—通過率曲線

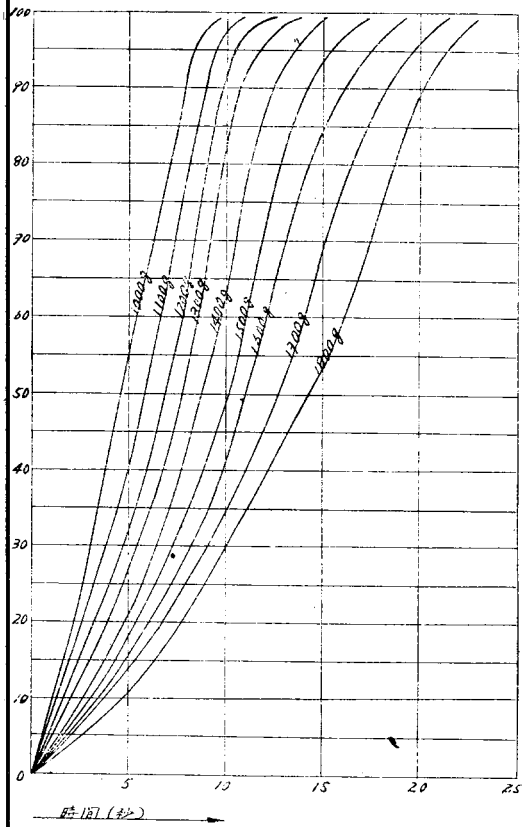


圖-6. 1.2 mm 篩の填充量—通過率曲線

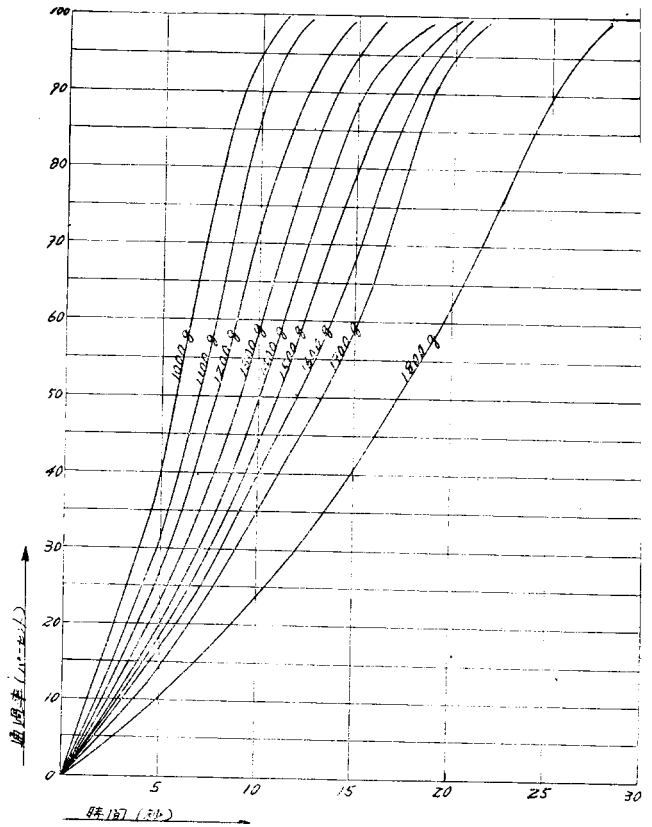


圖-7. 0.6 mm 篩域充量—通過率曲線

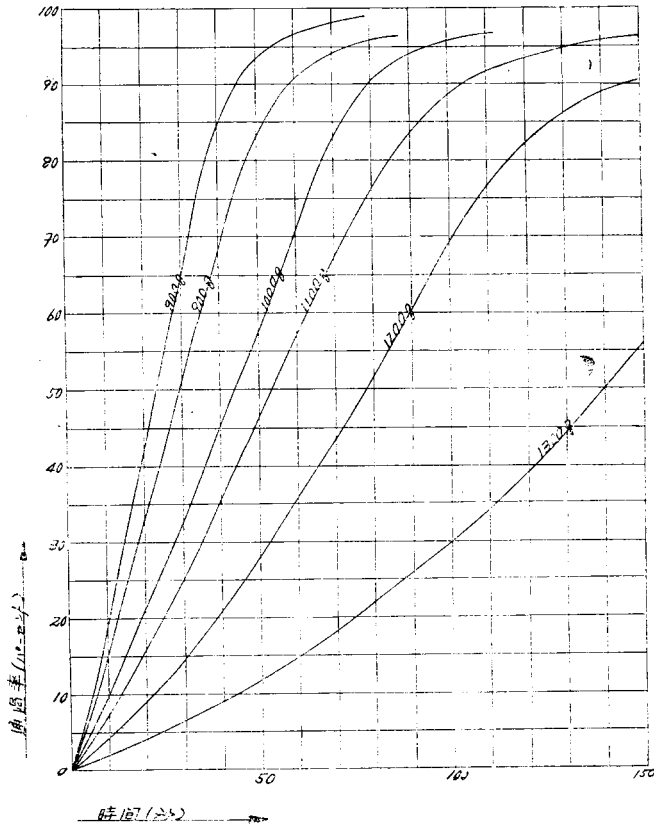


圖-8.

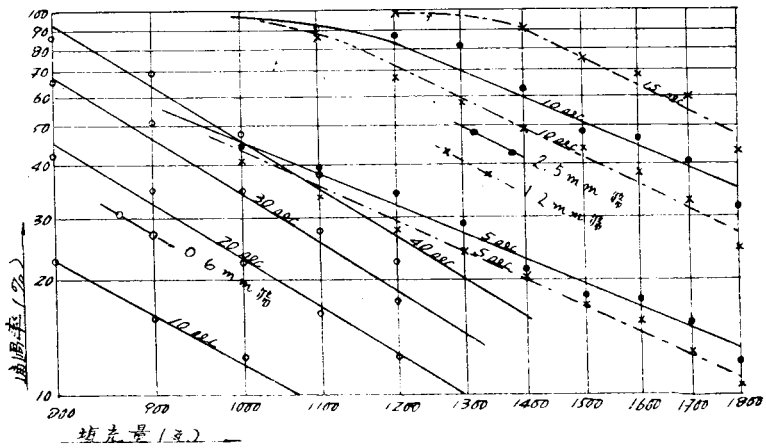


表-3. 0.6 mm 篩 填充量と通過率との關係

時間(秒) \ 填充量 (gr)	800	900	1000	1100	1200
10	20.8	15.7	8.7	7.5	4.7
20	42.1	33.7	21.8	16.0	9.6
30	65.0	51.2	33.5	26.3	15.2
40	85.1	69.0	46.7	36.5	21.5
50	94.0	83.5	57.6	47.0	28.1
60	96.8	90.8	69.0	56.4	35.4
70	98.0	94.1	79.7	66.9	43.7
80		95.1	87.4	76.1	51.1
90		96.6	90.4	83.7	60.8
100			92.5	88.9	69.4
110			93.9	91.5	76.8
120			94.9	93.0	82.8
130				94.3	87.0
140				95.6	88.8
150				96.5	90.5

6. 迴轉數と通過率との關係

迴轉數即ち篩の振動數を變化させれば通過率も亦變化するであらう事は明らかであるが、夫等間に如何なる關係が存在するだらうかを調べて見た。實驗装置の都合により、240 r. p. m. 附近、180 r. p. m. 附近、120 r. p. m. 附近の値のみに就て實驗を行つたので、説明の便宜上之等を順次に高迴轉、中迴轉及び低迴轉と呼ぶ事にする。

實驗に使用した粒子は 1.2 mm 篩通過 0.6 mm 篩止りのもので、試料を 1000 gr とした。その結果を圖示すれば圖-9 の如くである。

既に第 4 節に於て説明せる如く、實驗中の砂の運動狀況は、迴轉數と運動行程によつて異なるのであるが、低迴轉に於ては表面上には目につく程の粒子の迴轉運動は起らず、中迴轉になると最初局部的に起つた運動が漸次全面に傳播する傾向を生じ、高迴轉に達すれば最初から全表面に激烈な運動が起つてゐる。然し何れの場合にも先づ粒子の面に開口を生ずるのは、篩面が水平である限り、略々中央である。この事實は砂の運動狀態からも大體に見當はつくのであるが、更に次の様な事實からも説明出来る。即ち、大山博士の實驗⁸⁾によれば、運動行程と填充した砂粒子の空隙率の變化の關係は圖-10 の如くになり、この空隙率の變化の狀態が即ち砂粒子の運動の狀態を示すものと考へる事が出来るが、本實驗に於ては縦方向の運動行程は 5~15 mm であり(第 2 節参照)、横方向の行程は一定であるから、篩面の中央部は即ち縦方向の運動行程の 10 mm の所にあたるが、恰も、void-stroke 曲線の最低部に當つてゐる。従つて、この附近が砂の運動が最も効果的であり、その部分の篩面を通る粒子が通過する確率を増大し、先づ開口するに到るのである。

扱て圖-9 を参照して、各試料の一定量が通過するに要する時間と迴轉數の關係を調べて見よう。表-4 は之等の關係を一覽にしたものであるが、之から判る様に、迴轉數 n の 2 乗と通過に要する時間(秒)の對數との積は

圖-9. 迴轉數と通過率との關係

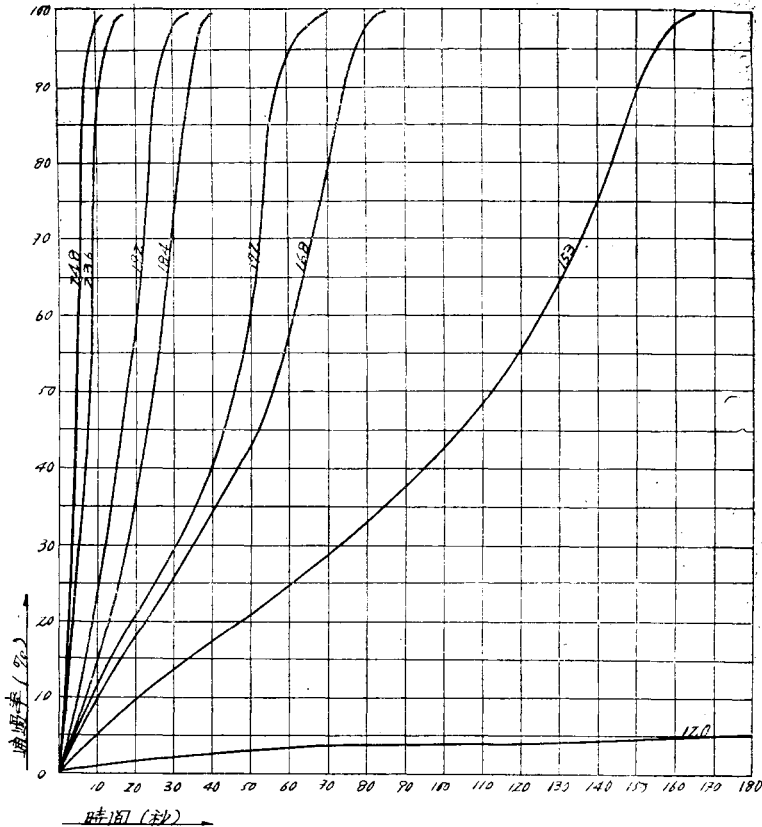
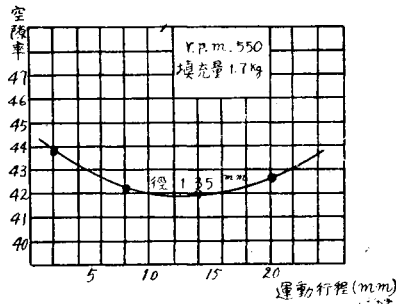


圖-10.



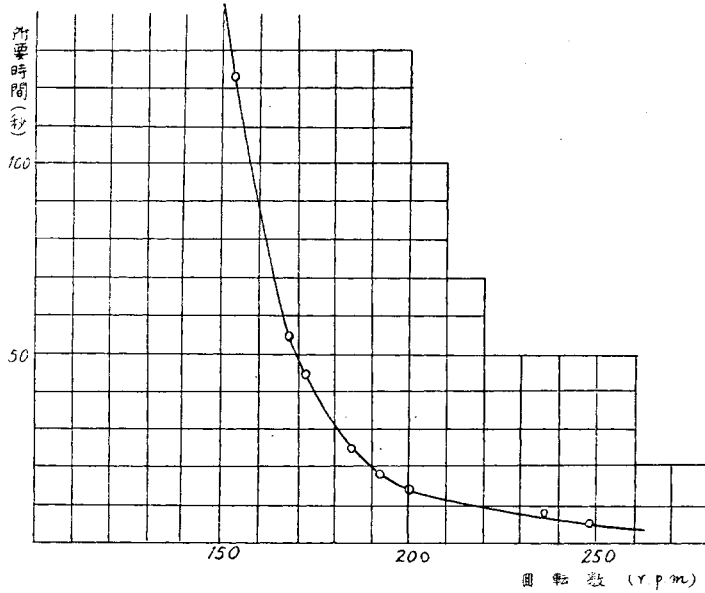
殆んど一定の値を示してゐる。即ち各通過率に對して

$$n^2 \log t = \kappa$$

であるが、 κ の値は、粒子の大きさ、試料の量、其の他種々の條件によつて支配される。今こゝに實驗値から推定して見ると、通過率 30, 50, 80 の各々に對して 42 000, 48 000, 51 000 となる。

要するに、 $t = e^{\kappa/n^2}$ なる近似的な關係から分る様に、篩分作業の能率は回轉數に影響される所極めて大である。之を圖示して見ると圖-11 の如くであり、回轉數が 180 r. p. m. 附近より遅くなれば急に能率（所要時間）を低

圖-11.



下し、又 240 r. p. m. 以上になると、回転数を増すことによつて左程能率を増大する事も少くなる。従つて、篩分作業を行ふ場合その回転数を 180~240 r. p. m. 附近を採用する事によつて最も効果的な結果を得る事になる。尙篩分析の結果を見る場合にも此の點を注意し、相當高回転、然らざれば相當長時間の篩分作業によるものでなければその結果には相當の誤差の導入されてゐる事に注意すべきである。

表-4.

廻 轉 數 (毎分)	通過率 30% の場合			通過率 50% の場合			通過率 80% の場合		
	t	$\log t$	$n^2 \log t$	t	$\log t$	$n^2 \log t$	t	$\log t$	$n^2 \log t$
248	4	0.60	37 025	5	0.70	43 052	6	0.78	47 850
236	5	0.70	38 987	8	0.90	50 126	9	1.00	55 473
192	12	1.08	39 776	18	1.26	46 449	24	1.38	50 872
184	18	1.26	42 489	25	1.40	47 398	32	1.51	50 953
172	30	1.48	43 696	45	1.66	49 109	54	1.73	51 239
168	33	1.52	42 844	55	1.74	49 110	71	1.85	52 243
153	74	1.87	43 751	123	2.09	48 924	143	2.16	50 446
120	1 830	3.26	46 944	2 340	3.37	48 528	2 850	3.46	49 752
平 均			41 939			47 837			51 103

7. 廻轉數と填充量の通過率に與へる影響 (圖-12 参照)

填充量が増大するに従つて通過率も夫に應じて減少する傾向のある事は既に述べた所であるが、この填充量の通過率に及ぼす影響が回転数の増減によつて如何に變化するか就て實驗を行つた。その結果は表-5, 6 に示す如

表-5. 240 r.p.m. に於ける填充量と通過量

時間 (秒) \ 充填量 (gr)	1000	1100	1200	1300	1400	1500	1600	1700	1800
5	40.5	32.6	26.9	23.6	20.8	19.5	16.5	14.8	10.6
10	98.3	86.1	66.4	58.3	49.5	44.6	42.0	36.3	23.8
15	99.7	98.0	97.0	98.9	89.5	75.0	69.0	59.8	40.1
20				99.9	99.6	99.4	98.8	97.0	62.4
25						99.7	99.9	99.8	89.4
30									99.8

表-6. 180 r.p.m. に於ける填充量と通過量

時間 (秒) \ 充填量 (gr)	800	900	1000	1100	1200	1300	1400
10	38.8	25.3	17.3	9.9	8.2	7.5	4.4
20	94.0	63.8	39.2	18.2	14.3	12.2	6.5
30	99.6	98.0	75.2	30.0	19.7	16.1	8.6
40		99.6	99.8	53.1	30.0	19.6	10.3
50				88.2	45.3	24.2	11.9
60				99.8	69.0	30.9	13.6
70					88.8	44.0	15.6
80					99.6	70.2	17.8
90						93.6	21.2
100							27.4
110							36.2
120							58.4
130							73.2
140							84.5
150							97.0

くである。この場合にも試料として 1.2 mm 篩を採用した。

之より明らかな如く、填充量の影響は低回転になるに従つて著しくなり、(圖-12 では直線の傾斜が急となる) 且単位時間内の通過量が低回転になるに従つて著しく少くなる事が判る。

振動機によつて篩内の砂粒子に與へられる運動エネルギーは

$$\int_N \int_{s_\theta} m \left(r^2 \cos^2 \theta + \frac{a^2}{\lambda^2} \sin^2 \theta \right)^{1/2} \omega^2 ds dN$$

$$= m \cdot \omega^2 \int_N \int_{s_\theta} \left(r^2 \cos^2 \theta + \frac{a^2}{\lambda^2} \sin^2 \theta \right)^{1/2} ds dN \dots \dots \dots (8.1)$$

但し 2 重積分中、 s_θ は一回轉中に各粒子に與へられた運動エネルギーであり、 N は篩面粒子についての積分である。而して積分の値は、試料と填充量が同じであれば回転數の如何に關せず一定の値を持つから、エネルギーの變化は専ら ω^2 即ち回転數の 2 乗に比例して増減する。勿論與へられたエネルギーがその儘運動に使はれるの

ではなく、内部摩擦其の他にも消へ、又砂の運動と通過率の間には複雑な關係もあるので（現在尙考究中である）、通過率と回轉數の2乗とは直接比例する事は不可能であるが、第6節にも出て來た様に通過率には回轉數の自乗の項が含まれてくる事が一應考へられる。要するに、篩の特性が回轉數の2乗によつて支配されるが故に、回轉數が相當大きくなれば、填充量の増加による内部摩擦の影響も極めて少くなるに到るものと思はれるのである。

附. 砂の運動と回轉速度の統計的な試索

篩が運動を始めると、その上にある砂粒子が篩面に對して相對的な運動を行ふに到るのであるが、篩面全體に互つて全般的に眺める時、相對運動は、或軸に對して各粒子の運動方向 α は正負の方向に對稱であると考へる事が出来る。すると $\overline{\sin \alpha_n} = 0, \quad \overline{\cos \alpha_n} \equiv c \dots\dots\dots(8.2)$ であつて全般的な平均値を與へる事になる。c は n に無關係であると考へられるが、n-1 番と n 番の砂粒子の間には勿論一定の關係がある。

$k > i$ とすれば

$$\begin{aligned} \overline{\cos \theta_i \cos \theta_k} &= \overline{\cos \theta_i \cos (\theta_i + \alpha_{i+1} + \alpha_{i+2} + \dots + \alpha_k)} \\ &= \overline{\cos^2 \theta_i \cos (\alpha_{i+1} + \dots + \alpha_k)} \\ &= \frac{1}{2} c^{k-i} \dots\dots\dots(8.3) \end{aligned}$$

第 0 番目の粒子として全く任意に採る事が出来るから、0 番目の粒子の運動方向は一様分布であると考へられる。故に θ_i も一様分布で $\overline{\cos \theta_i} = \frac{1}{2}$ となる。

今各粒子が單位時間に動き得る距離が相等しいと考へる⁽⁹⁾。今この長さを a で表はす事にする。勝手な x 軸

(9) 粒子の移動距離が偶然に支配されて各々獨立に移動する場合にも同じ様な計算が可能である。但し第 n 番目の粒子は第 n-1 番目の粒子にのみ直接に依存し、第 n 番目の移動距離と方向とは獨立であるとする。之を三次元の場合について考へて見ると

$$\overline{r_n^2} = \overline{(a_0 + a_1 + \dots + a_{n-1})^2}$$

を求める爲に結局スカラー積の平均 $\overline{(a_{n+n} a_n)}$ を求める事になる。そこで例へば

$$\begin{aligned} (a_0, a_2) &= a_0 a_2 \cos (a_0 a_2) \\ &= a_0 a_2 (\cos \alpha_1 \cos \alpha_2 - \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 \cos \varphi) \end{aligned}$$

(但し、 φ は $a_0 a_2$ の張る面と $a_1 a_2$ 面との間の角) から、移動距離同士又移動距離と角とは獨立、角同士も全部獨立、方位角 φ については一様分布であると假定すれば

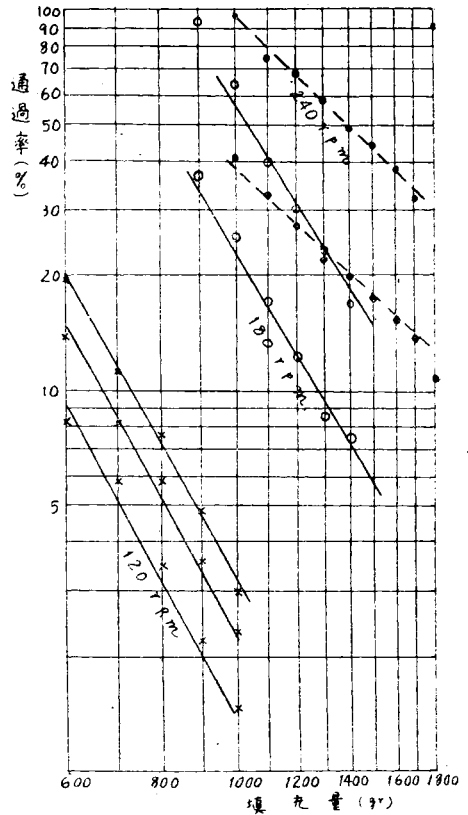
$$\overline{(a_0 a_2)} = \overline{a_0 a_2} \cos \alpha_1 \cos \alpha_2$$

更に、各粒子は全部統計的に同等と見て

$$\overline{a_n} = \overline{a}, \quad \overline{a_n^2} = \overline{a^2}, \quad \overline{\cos \alpha_n} = c$$

と置けば $\overline{(a_0, a_2)} = \overline{a^2} \cdot c^2$ となり一般に

圖-12.



と第 n 番目とのなす角を θ_n とすれば、二次の能率は第 0 番目の粒子の方向も勝手として

$$\begin{aligned} \bar{x}^2 &= a^2 (\cos \theta_0 + \cos \theta_1 + \dots + \theta_{n-1})^2 \\ &= a^2 \sum \cos \theta_i \cos \theta_k \dots \dots \dots (8.4) \end{aligned}$$

所が、(8.3)式を (8.4) 式に代入する事によつて

$$\begin{aligned} \bar{x}^2 &= \frac{a^2}{2} \sum_{k=0}^{n-1} c^{k-k} \\ &= \frac{a^2}{2} \left\{ \sum_{i=0}^{n-1} 1 + 2 \sum_{k=0}^{n-1} \sum_{i=0}^{k-1} c^{k-1} \right\} \\ &= \frac{a^2}{2} \left\{ n + 2 \cdot \frac{c}{1-c} \left(n - \frac{1-c^n}{1-c} \right) \right\} \dots \dots \dots (8.5) \end{aligned}$$

大きな n に対しては

$$\bar{x}^2 = \frac{a^2}{2} n \frac{1+c}{1-c} \dots \dots \dots (8.6)$$

之は、 x 軸に對する射影であるが、之に直角な y 軸に對しても同じ値を得る。兩者を加へて原點からの距離は

$$\bar{r}_n^2 = n \cdot a^2 \frac{1+c}{1-c} \dots \dots \dots (8.7)$$

之は砂の粒子が移動して行つた距離の平均的な總和であると考えられる。

次に、振動機が動き始めると、砂粒子が篩面と相對運動を始めるが（之は一種の剪斷作用である）、この際砂粒子が變位する時に受ける抵抗が、例へばその速さに比例するものと考へる⁽¹⁰⁾。然る時は、稍長時間 t を取り之を微小時間 $\Delta t = t/n$ に分割して Δt 内に起る速度の變化 Δv を考へて見る。上記より

$$\Delta v = -\beta \cdot v \cdot \Delta t \dots \dots \dots (8.8)$$

β は種々の條件によつて支配される抵抗係数とも呼ぶべきものである。此の平均値が Δt の始めに於ける速度を一定に保つた時の條件付平均である。 v をかけて平均をとると

$$(v + \Delta v) v = (1 - \beta \Delta t) v^2 \dots \dots \dots (8.9)$$

を得る。故に Δt の前後に於ける速度の相関係数は $(1 - \beta \Delta t)$ で與へられる。

$\Delta x = v \cdot \Delta t$ と置いて、之を Δt 内の粒子の變位と解釋し、更に、 Δt 後の變位と、此の Δx との相関係数も、 $(1 - \beta \Delta t)$ と考へる事が出来るわけで、然る時は、 t 時間内の變位の平方平均は、(8.6) 式より

$$\begin{aligned} \bar{x}^2 &= n \cdot (\Delta x)^2 \frac{1+c}{1-c} \\ &\cong \frac{t}{\Delta t} (v \cdot \Delta t)^2 \frac{2}{\beta \Delta t} \end{aligned}$$

$$(\alpha_{n+m}, \alpha_n) = \bar{a}^2 \cdot c^m$$

を得る。然る時は

$$\begin{aligned} \bar{r}_n^2 &= \sum_{i=0}^{n-1} (\alpha_i \alpha_i) + 2 \sum_{k=0}^{n-1} \sum_{i=0}^{k-1} (\alpha_k, \alpha_i) \\ &\cong n \cdot \bar{a}^2 + 2 \cdot \bar{a}^2 \cdot nc / 1 - c \end{aligned}$$

となる。

(10) 之は全くの假定である。理論を進める上には之で差支ない。假定を變へればその結果の式が異なるだけでここではその計算の途筋を考へたに過ぎない。

即ち
$$\bar{x}^2 = \frac{2v^2}{\beta} t$$

β は時間と共に變化し、相當複雑な關係式とはなるが、廻轉速度と粒子の平均移動距離との關係を概括的に考察出来ると思ふ。移動距離と通過率との關係即ち移動距離と粒子の網目を通過する確率との關係を知る事が出来たら尙一層興味深いと思ふ。

要するに、篩の面を砂が運動する狀況から更に一步進め砂の運動に對する機構の一端を窺ひ知る爲に、篩分析が役立つ事がありはせぬかと想像する譯で、此點に關し、更に研究を進めたいと思ふ次第である。特に次節にのべる砂の運動の湿度によつて受ける影響等を知るには非常に有用である様である。

8. 通過率に及ぼす湿度の影響

細粒子の集合體が湿度を含むと其の性質に著しい差異の生ずる事は周知の事實であるが、今篩分けを行ふに當つて湿度が通過率に、即ち篩分け能率に如何なる影響を與へるかについて檢したのである。實際に實驗を行つて見て最も顯著なる事實は、湿度をごく緩かに含むと砂の移動性が急速になくなる(内部摩擦が急速に増大する)事であつて、従つて通過率も著しい影響を受けるのである。逆に、篩分作業中の諸現象を解析する事によつて、湿度を合

圖-13. 2.5 mm 篩 240 r. p. m.

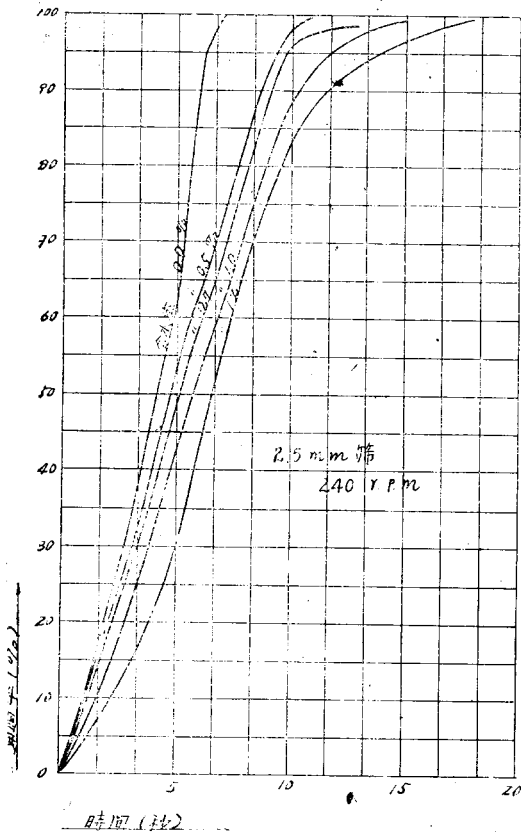
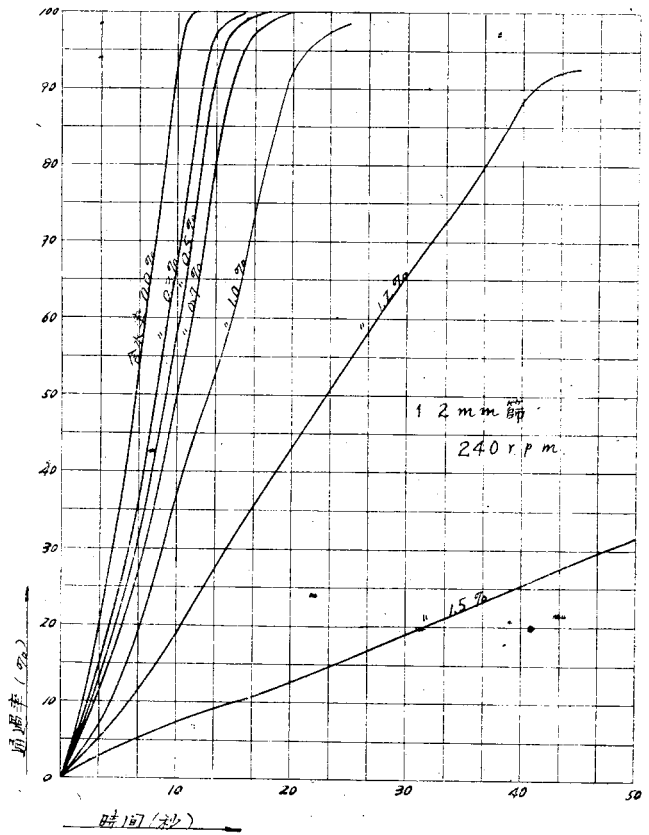


圖-14.

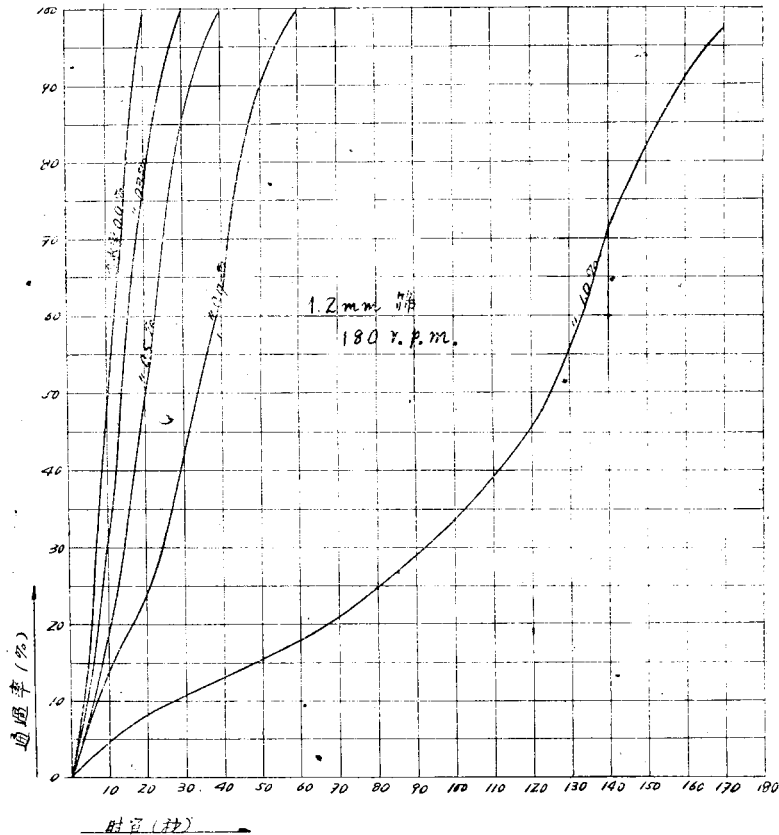


んだ砂の諸性質を解明し得られる點がある様である。

砂が湿度を含むと篩分能率が低下するものであると言ふ事は一般に知られてゐるが、その實際的な資料については著者は寡聞にして未だ文獻に接する事は出来なかつた。従つて、最も原始的な方法ではあるが、砂に一定の湿度を與へる爲に次の如き方法を採用した。先づ試料を乾燥器中に入れ略々 110°C の附近に於て、一定重量となるまで乾燥し（表面乾燥飽和状態に近いもの）、まだ砂が充分高温度にある時一定の試料を手早く秤量した。之を空氣中に放置して大氣の温度に到るまで冷却するのである。この温度に達すると試料は大氣中の湿度を吸収して多少重量を増加する。勿論之は内部まで浸透するまでの餘裕がないので、自然にある時の含水量とは異つて居り、天氣の様様でも變つてくるが、大體 $0.05\sim 0.1\%$ ⁽¹¹⁾ 程度の湿度を帯びてくる。之に霧吹きを以て注水し、容器中の砂を攪拌し乍ら所要の含水量を與へたのである。1回の實驗が5分以上に亘ると、篩分作業中に湿度の變化する虞があつたが、それ以下の短時間に終る時は、篩に蓋を施すことによつてその影響を防ぐ事が出来た。

實驗の結果は表-7, 8, 9, 10, 圖-13, 14, 15 に示す如くである。

圖-15.



實驗の結果によると、細粒子程湿度の影響は鋭感であり吾々が想像してゐる以上に通過率に影響を及ぼす事を知つた。實際 0.6 mm 以下の粒子について諸種の實驗を行ふ場合には、大氣の湿度で充分大きい變化の生じ得る事

(11) 實驗中京城は當時 $55\sim 65\%$ 程度の湿度であつた。

表-7. 2.5 mm 篩 迴轉數 240 r. p. m.

含水率 (%) 時間(秒)	0	0.5	0.7	1.0	1.2
5	60.2	55.1	50.1	36.8	27.7
10	99.5 (7)	98.0	95.9	88.4	83.7
15		99.6 (11)	98.0 (13)	99.4	97.2
20					99.5
25					(18)

表-8. 1.2 mm 篩 迴轉數 240 r. p. m.

含水率 (%) 時間(秒)	0	0.3	0.5	0.7	1.0	1.3	1.5
5	34.1	25.0	21.9	19.9	12.3	8.5	—
10	92.1	65.9	57.0	48.3	36.4	18.6	7.2
15	99.9 (12)	99.6 (16)	98.3	91.1	60.6	31.6	—
20			99.9 (18)	99.9 (20)	92.2	43.0	12.6
25					98.4	53.9	—
30						65.3	18.8
35						75.6	—
40						87.9	25.5
45						92.7	—
50							31.6

表-9. 1.2 mm 篩 迴轉數 180 r. p. m.

含水率 (%) 時間(秒)	0	0.3	0.5	0.7	1.0
5	15.6	13.1	—	—	—
10	39.7	30.8	17.9	13.4	4.7
15	72.0	53.0	—	—	—
20	99.4	77.6	44.5	22.7	8.1
25		90.0	—	—	—
30		99.8	83.6	42.0	10.7
40			99.7	62.0	13.4
50				89.7	15.4
60				99.4	18.0
70					21.1
80					24.6
90					29.0
100					33.6
110					39.8
120					46.9
130					56.1
140					71.0
150					81.4
160					90.7
170					96.9

を確認し得たのである。更に廻轉數の變化に對しては、低廻轉程その影響は顯著であつて、120 r. p. m. になると1分間内に通過する量が數瓦にも達しないと言ふ狀況である。篩分析の結果の判斷について特に注意すべき點だと思ふ。

表-10. 1.2 mm 篩 同轉數 120 r. p. m. (試料 500 gr)

時間(秒)	含水率 (%)	0	0.4	0.6	摘 要
30		75.0	25.2	6.6	(註) (1) 此れ以上の含水率を有する場合通過殆んど不可能の狀態なり (2) 試料 1000 gr とすれば 含水時通過殆んどなき爲 500 gr とせり
60		99.0	49.4	11.6	
90			74.2	16.2	
120			91.6	21.0	
150			98.6	25.6	
180			99.4	31.4	
210				37.8	
240				46.2	
270				54.6	
300				61.6	
330				69.0	
360				77.6	
390				86.6	
420				91.4	
450				94.0	
480				95.8	

9. 二成分系時に於ける不通過粒子の影響について

既に述べたのは、一度通過した粒子即ち全部が通過すべき粒子について、種々の條件が通過率に對して如何なる影響を與へるかについて調べたのであるが、實際の場合には、その篩目を通過し得る粒子とその篩より一段だけ粗い篩は通過したが、その篩には止まるべき粒子とが共存してゐる譯である。この不通過粒子が存在する爲に可通過粒子の通過率に如何なる影響を與へるかについて、1.2mm 篩を以て實驗を行つた。其の他の篩についても同様の事を行つたのであるが確とした資料を得ることが出来なかつたので、こゝでは1種だけに止める。たゞ篩目が細かくなる程、不通過粒子の影響が大きき、與へる運動エネルギーが少い程又影響が大きくなる。

不通過粒子の混合率に關しては、廻轉數が 240 r. p. m. 程度になれば、通過率に及ぼす影響は極めて少いが、180 r. p. m. になると、混合率が増大する程通過率の減少する事が判る。従つて實際に篩分け作業を行ふ場合には篩に與へる運動が相當大きくなければ、不通過粒子の存在の爲に、その能率と精度が著しく減退する事が窺知出来るのである。

實驗の結果は表-11 に示す如くである。

表-11. 不通過粒子の通過率に對する影響

混合率 回轉數	0		10%		20%		30%		40%		50%	
	240	180	240	180	240	180	240	180	240	180	240	180
5	37.4	—	35.8	—	35.5	—	39.2	—	36.0	—	41.6	—
10	91.2	25.2	94.0	29.3	91.5	20.6	90.6	17.1	85.6	13.7	90.6	8.8
15	99.8	—	99.5	—	99.0	—	100.0	—	99.8	—	99.5	—
20	(12)	62.2	(13)	62.2	(13)	38.1	(14)	32.9	(14)	23.0	(14)	15.8
30		99.5		98.0		64.7		51.5		32.2		21.2
40				99.7		96.0		77.0		42.2		25.0
50						99.7		92.7		53.0		26.2
60								97.0		64.0		28.5
70										78.2		30.6
80										87.6		32.0
90										93.0		33.6
100										95.0		34.8
110										96.0		36.0
120										97.2		39.4
130												40.8
140												43.0

10. 結 論

以上を要するに、篩の使命は與へられた試料について、之を可通過粒子と不通過粒子との2種類に分類する事であつて、今まで吾々は可通過粒子について論じて來たのである。従つて、篩の根本的な使命よりして、可通過粒子は100%通過すべきであり、この要求を満す爲に今まで種々の篩の考察及び篩分方法が提案されて來たのである。然るに以上述べた所によれば、可通過粒子のみにても種々の條件に支配されて100%の通過率を得る爲には非常な長時間を要する場合あり、ある種のものでは實際上100%の通過率を得る事が不可能な場合も起り得るのである。

篩の能率を示すのに種々の方法が提案されてゐるが、之等の中特に時間的な因子を挿入して能率を表はす事を奨調せるもの、例へば、Rabblingの公式¹²⁾等が著者の今考へようとする能率に近いものである。即ち著者は“如可に早く實際の組成のものに分類する事が出来るか”と言ふ問題を解決したかつたのである。然して上述の實驗より得たる結果は

1. 粗粒子程篩の能率がよい。
2. 填充量を増加すれば通過率が減少するが、絶對量に就ては最大の能率を示す如き填充量が存在する。

$$(12) \quad E = \frac{100 \cdot Y}{B \cdot X}$$

X = ton of feed per day

Y = ton of undersize per day

B = % of fine material in the feed

Eng. & Min. Journal. July, 1917.

3. 廻轉數が、ある程度大きくなければ著しい能率の減退を生ずる。特に細粒子の場合に著しい。然し無闇に早い同轉を與へても通過率の増加は少く、最も能率のよい範圍が存在する。
4. 少量の濕度を含んでも篩分の能率に對して顯著な影響を與へる。
5. 濕度の影響は細粒子程又低廻轉である程著しい。
6. 不通過粒子の影響も濕度の場合と同様であるが、これは 240 r. p. m. 附近の所では最早其の影響はなくなる。従つて、篩分けを行ひ、又篩分析の結果を精密に判斷する爲には、その當時の狀況を斟酌し、種々の影響について一層の注意を拂ふ事が必要である。

(昭. 18. 11. 24. 受付)