

動的モード解析による2自由度系の振動特性の同定

東京都市大学 学生会員 三上 晃生

東京都市大学 正会員 丸山 収

1. 研究背景・目的

計測技術の発達やコンピュータによる計算能力の向上により、大量の観測点を設けて測定データを得ることが可能になった。これにより、物理モデルの作成が困難な構造物に対して、膨大な測定データを用いて現象を正確に捉えることが可能となってきた。しかし、膨大な量の多次元時系列データの解析には困難を伴う場合もある。このような問題に対して、本質的な情報を抽出するための新たな手法の開発が進められている。近年、そのような多次元時系列データの解析手法として動的モード分解(DMD :Dynamic Mode Decomposition)と呼ばれる手法が注目されている。

本研究では基本的なシミュレーション例を用いて、構造物に外力が加わった際の構造物の振動情報に動的モード分解を適用することで、構造物が振動する際に特に大きな影響をもたらす支配的なモードを特定することで、センサーによる情報から構造物内部の挙動を探り、構造物の保守に役立てることを可能にするという点にある。

2. 解析の方法

動的モード分解では、センサー等により得られた多次元の時系列データを次のように定義する。

$$X_0 = \begin{bmatrix} x_{1\ 0} & x_{1\ 1} & \cdots & x_{1\ m-1} \\ x_{2\ 0} & x_{2\ 1} & & x_{2\ m-1} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ x_{n\ 0} & x_{n\ 1} & \cdots & x_{n\ m-1} \end{bmatrix}$$

$$X_1 = \begin{bmatrix} x_{1\ 1} & x_{1\ 2} & \cdots & x_{1\ m} \\ x_{2\ 1} & x_{2\ 2} & & x_{2\ m} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ x_{n\ 1} & x_{n\ 2} & \cdots & x_{n\ m} \end{bmatrix}$$

ここで X_0 , X_1 はそれぞれ $n \times m$ のデータ行列であり、 n は観測点の個数、 m は観測した時系列データの個数を表す。 X_0 , X_1 に対して、

$$X_1 = AX_0 \quad (1)$$

が成り立つとする。 A は各データの時間発展に関する情報を有していると考えられる。本研究における動的モード分解では応答データのみから行列 A の固有値と固有ベクトルを求めることを行う。従来は AR

モデルなどのモデル化が行われてきたが、後述するように動的モード解析では多くの観測点に対しても適用可能である。 A は (1)の両辺に X_0 の逆行列 X_0^{-1} をかけると、 $X_1X_0^{-1} = AX_0X_0^{-1}$ となり、

$$A = X_1X_0^{-1} \quad (3)$$

により求めることができる。そして、 A に対して固有値分解を行うことで、系の時間発展に寄与するモード情報が A の固有値と固有ベクトルとして与えられる。しかしながら、 X_0 は正方行列ではないため、一般的な手法で逆行列を求めることができない。このため、 X_0 の擬似逆行列 X_0^+ で代用することにより、

$$A \approx X_1X_0^+ \quad (4)$$

として求めることができる。擬似逆行列 X_0^+ は特異値分解を用いて計算され、 X_0 の特異値分解は

$$X_0 = V\Sigma W^* \quad (5)$$

となる。ここで W^* は W を転置し、成分を複素共役にした、随伴行列である。これらの行列を用いて擬似逆行列 X_0^+ は

$$X_0^+ = W\Sigma^{-1}V^* \quad (6)$$

として計算される。

このとき、 A も正方行列ではないため、固有値分解を行うことができず、以下の特異値分解により A のモード情報を得ることとなる。

$$A = UFV^* \quad (7)$$

3. 使用したデータ

解析は2自由度系の質点(図-1)に対して行い、入力データのには阪神淡路大震災の神戸での加速度記録のデータ(図-2)を使用した。1次の固有振動数12.36rad/s, 2次の固有振動を32.36rad/sとして応答計算をした。加速度のみのデータでは結果が不安定となると予想されるため、速度と加速度を用いて応答計算を行ってそれぞれ0.01秒刻みで30秒の応答を求めた。減衰なし、減衰0.1, 0.1で応答波形にノイズを加えたものについてシミュレーションした。ノイズは速度には平均0標準偏差10, 加速度は平均0標準偏差20のガウス性の乱数とした。

キーワード 動的モード分解, 多次元時系列データ, 特異値分解

連絡先 〒158-8557 東京都世田谷区玉堤 1-28-1 東京都市大学建築都市デザイン学部都市工学科 TEL03-5707-0104

4. 解析結果

上記のデータに対して動的モード分解を行い、固有振動数を算出した結果、減衰無しでは質点 1 が 12.87rad/s 、質点 2 が 32.05rad/s 、減衰 0.1 では質点 1 が 14.95rad/s 、質点 2 が 31.20rad/s 、減衰 0.1 のノイズありでは質点 1 が 14.10rad/s 、質点 2 が 31.70rad/s として推定された。

解析から得られたモードと設定した固有振動数から与えられるモードの比較について図-3 に示す。

5. まとめ・今後の展望

本研究により、動的モード分解では、観測データ自体にノイズが含まれていると、逆行列の計算で精度が落ちることが確認された。また、式(1)に入力項の影響を考慮することが必要である。

参考文献

- 1) 大道勇哉, 五十嵐康彦 : 動的モード分解による多次元時系列解析, 日本神経回路学会誌 Vol.25, 2018
- 2) 土肥宏太, 武石直也, 矢入健久, 堀浩一 : 動的モード分解を用いた音響データの異常検知, The 32nd Annual Conference of the Japanese Society for Artificial Intelligence, 2018
- 3) 丸山収, 相沢旬, 星谷勝 : ARMA モデルによる既存構造

物の動特性の同定, 土木学会論文集 第 416 号/I-13, 1990

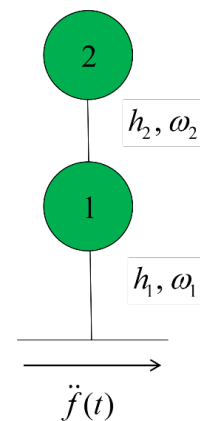


図-1 解析に用いた 2 質点モデル

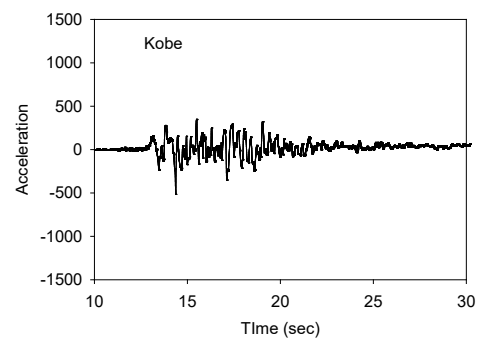


図-2 阪神淡路大震災の加速度記録

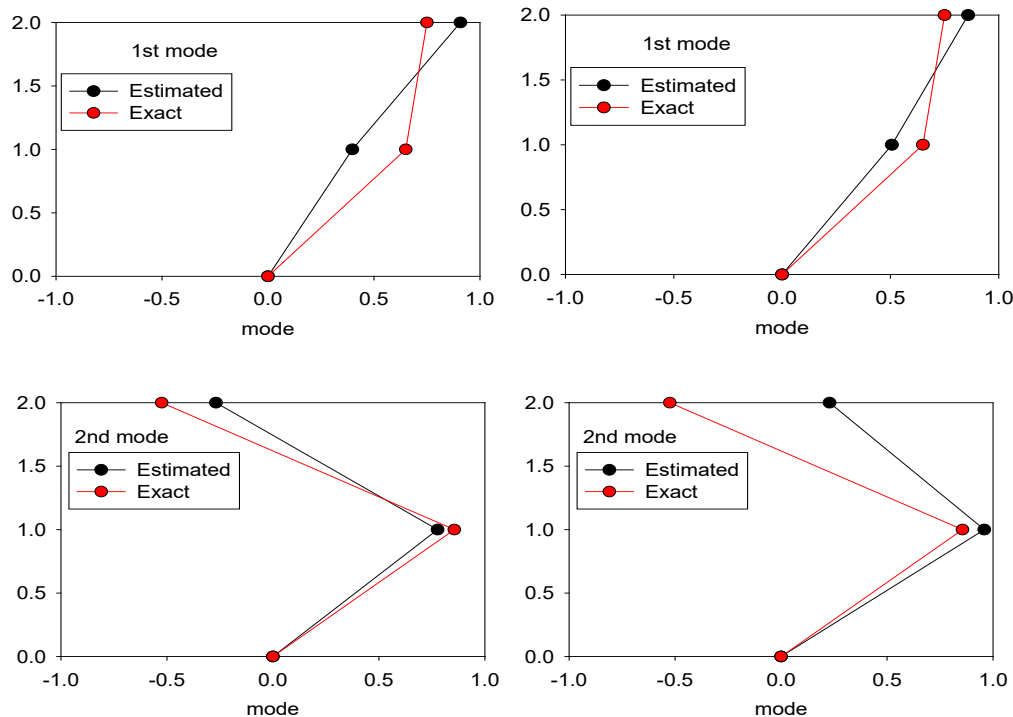


図-3 推定したモードと実際のモードの比較(上段: 減衰 0.1 ノイズなし 下段: 減衰 0.1 ノイズあり)