

データ駆動型状態空間モデル同定とカルマンフィルタを用いた地震応答変位推定

東京大学

学生会員

垣内

優希

東京大学

正会員

楊

曜華

東京大学

正会員

北原

優

東京大学

正会員

○長山

智則

1. 研究背景と目的

地震後の構造物の被災状況を迅速に把握することは安全性や経済面の観点から非常に重要である。構造物の安全性の評価指標には最大変位や残留変位があり、変位を高精度に推定できることが望ましい。変位の推定方法には大きくモデルベースとデータ駆動型の2種類があるが、モデルベースではモデル化誤差を無視できない検討では変位の推定精度が低くなる場合がある。一方でデータ駆動型では状態空間モデルを直接多項式で近似する[1]が、状態方程式が閉形式で表現できない場合は変位の推定精度が低下する。そこで、本論文では有限要素モデルに対して変位を高精度に推定することを目的として、多項式近似による状態空間モデル同定と Unscented Kalman filter (UKF) を組み合わせて変位を推定する手法を提案する。

2. 推定手法

1 自由度系の運動方程式は式 1 のように表される。ただし、 m 、 x 、 $\ddot{x}_g$ はそれぞれ質量、相対変位、地動加速度であり、 f_h は減衰を含む非線形な復元力である。

$$\begin{cases} m\ddot{x} + f_h = -m\ddot{x}_g \\ \dot{f}_h = g(x, \dot{x}, f_h) \end{cases}$$

(1)

したがって、状態方程式は式 2 の通り表される。ただし、 $\mathbf{x} = [x \quad \dot{x} \quad a_h]^T$ である。ここで、 a_h は絶対加速度であり、相対加速度 $\ddot{x}$ と地動加速度 $\ddot{x}_g$ の和として表現される。

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}, \ddot{x}_g) = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ -a_h - \ddot{x}_g \\ \frac{1}{m}g(x, \dot{x}, ma_h) \end{bmatrix}$$

(2)

Lai and Nagarajaiah[1]より、非線形の関数 f は基底関数の和として式 3 のように基底関数の和で近似できる。ここで、 Θ は基底関数の集合、 Ξ は対応する係数である。

$$\dot{\mathbf{x}} = \Xi[\Theta(\mathbf{x}, \ddot{x}_g)]'$$

(3)

また、基底関数の集合 Θ は式 4 のように表現される。

$$\Theta(\mathbf{x}, \ddot{x}_g) = [1 \ X \ X^2 \ \cdots \ \ddot{x}_g]$$

(4)

X^i ($i = 2, 3, \dots$)は i 次の多項式であり、例えば X^2 は式 5 の通りである。

$$X^2 = [x^2 \ \cdots \ |a_h|^2 \ x\dot{x} \ \cdots \ x|a_h| \ \dot{x}a_h \ \cdots \ |\dot{x}||a_h|]$$

(5)

本研究では、 $\dot{\mathbf{x}}$ 、 $\Theta(\mathbf{x}, \ddot{x}_g)$ はともに対象システムの数値モデルを用いて計算する。これらに基づいて生成した地震応答データに対して、LASSO アルゴリズムによるスパース回帰で係数行列を推定する。LASSO アルゴリズムにおける多項式の最高次数と正則化係数は、赤池情報量規準に基づいて決定される。

また、線形応答領域と非線形応答領域は応答の特性が異なり、これらを同一の状態方程式で表現することは困難である。そこで、線形領域と非線形領域で個別に状態方程式を推定する。ただし、本研究では領域遷移点を履歴曲線の真値を用いて決定する。

次に推定した状態方程式に UKF を適用する。状態方程式と観測方程式は式 6、式 7 の通りである。ただし、 $\mathbf{v}_k$ と $\mathbf{w}_k$ はそれぞれシステムノイズと観測ノイズである。また、観測量は加速度のみであり、観測行列は $\mathbf{C} = [0 \ 0 \ 1]$ と

キーワード 変位推定, データ駆動型, 状態空間モデル, カルマンフィルタ, 有限要素モデル

連絡先 〒113-8656 東京都文京区本郷 7-3-1 東京大学 TEL 03-5841-6097

する。

$$\dot{\mathbf{x}}_k = \Xi_{\text{lasso}}[\boldsymbol{\Theta}(\mathbf{x}_k, \ddot{\mathbf{x}}_{gk})]' + \mathbf{v}_k$$

(6)

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}}_k + \mathbf{w}_k$$

(7)

また、UKF におけるプロセスノイズ分散共分散行列と観測ノイズ分散はそれぞれ Robbins-Monro アルゴリズムとマルコフ連鎖モンテカルロ法によって推定する。ここで、UKF やノイズの推定手法の過程の詳細は省略する。

3. 有限要素モデルに対する本提案手法の適用結果

橋脚を模擬した有限要素（FE）モデルを図1のように作成し、このモデルの頂点部分に対する本提案手法の適用可能性を検証する。ただし、各材料パラメータは表1、表2のように設定した。また、状態方程式の学習データに鷹取波、ノースリッジ波、神戸波を採用し、テストデータとしてサンフェルナンド波とインペリアルヴァレー波を採用した。また、それぞれの地震動は最大地動加速度が800gal となるようにスケーリングを行った。

表1 モデルパラメータ（弾性体・非弾性体共通）

Young's Modulus	Poisson's ratio	Mass density	Rayleigh damping coefficient α	Rayleigh damping coefficient β
$2.0 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$	0.3	7800 kg/m^3	0.7392	0.0006

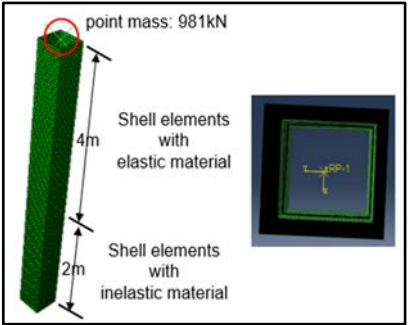


図1 FEモデルの概要

表2 モデルパラメータ（硬化）

Yield stress at zero plastic strain	Kinematic hardening magnitude C_1	Kinematic hardening magnitude C_2	Kinematic hardening rate γ_1	Kinematic hardening rate γ_2	Isotropic hardening magnitude Q_∞	Isotropic hardening rate
$3.39 \times 10^8 \text{ Pa}$	2.62×10^{10}	2.45×10^9	199.04	11.66	$1.34 \times 10^8 \text{ Pa}$	14.71

変位の推定結果を図2、表3に示す。ただし、図2には例としてサンフェルナンド波の結果を、表3には最大変位に対する変位推定の最大誤差と二乗平均平方根誤差を示している。図2内の2本の縦線は領域遷移時刻を示しており、誤差はUKF を適用した推定変位と変位の真値との差を示している。状態方程式の推定結果は省略する。

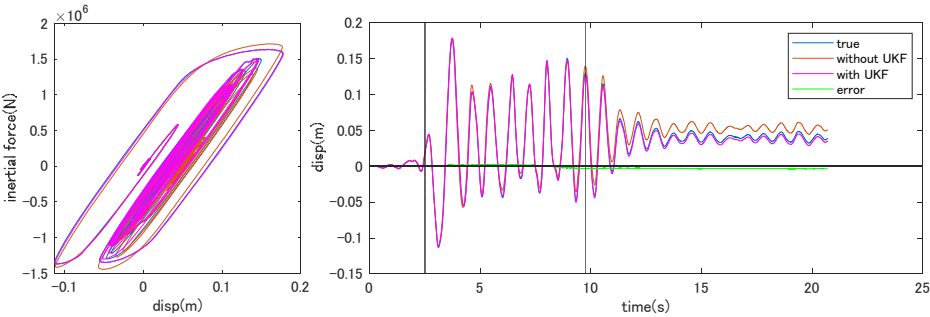


図2 履歴曲線と変位の推定結果（サンフェルナンド波）

表3 変位の推定結果

	地震動	最大誤差 (%)		二乗平均平方根誤差 (%)	
		UKF 適用無	UKF 適用有	UKF 適用無	UKF 適用有
学習データ	Takatori	15.1	1.4	2.8	0.4
	Northridge	22.6	3.7	9.5	1.5
	JMA Kobe	5.1	1.3	1.6	0.4
テストデータ	San Fernando	10.1	2.0	3.6	1.2
	Imperial Valley	6.6	3.0	1.0	1.1

に変位の推定精度が低い場合がある。しかし、UKF を適用することで推定精度が大きく向上し、最大誤差は4%以内、二乗平均平方根誤差は2%以内となった。

4. 結論

線形応答領域と非線形応答領域で別々に状態方程式を多項式近似し、さらに推定状態方程式にUKF を適用することで、有限要素モデルに対しても誤差を最大変位の4%以内に変位推定することができた。

参考文献

1) Z. Lai, S. Nagarajaiah : Sparse structural system identification method for nonlinear dynamic systems with hysteresis/inelastic behavior, Mechanical Systems and Signal Processing, August 2018, 813–84