

負のポアソン比を有するメタマテリアルトポロジー最適化の初期値依存性に関する基礎的研究

名古屋大学 学生会員 ○島田 知明
 名古屋大学 正会員 干場 大也
 ヤマハ発動機 非会員 奥田 裕也
 名古屋大学 正会員 西口 浩司
 名古屋大学 正会員 加藤 準治

1. はじめに

本研究は、線形弾性体で構築されるメタマテリアルを対象に、加藤ら [1] が提案した、負のポアソン比を発現するためのトポロジー最適設計法に関する初期値依存性について調査することを目的とする。この最適設計法には、初期条件として設定する材料パラメータや使用材料体積量によっては、目標とする負のポアソン比、ひいては目標とする弾性係数行列に安定的に近づけることができないという初期値依存性の問題がある。本研究では、この原因を把握するために2次元問題を対象として、(i) トポロジー最適化を実施するに際し、初期の材料配置を種々変化させてその傾向を分析する方法と、(ii) 微視構造の目標ヤング率および目標ポアソン比、材料体積比という3つのパラメータを変化させてトポロジー最適化を行い、最適化に成功したケースをもとにそれらの相関関係を調査する方法に分けて調査を行なった。

2. 最適化問題の設定

加藤ら [1] の提案手法では、目的関数は以下に表される目標弾性係数行列 $\mathbb{C}^*$ と均質化弾性係数行列 $\mathbb{C}^H$ との差をとり、それを最小化する。ここで、 $\hat{\nu}$, $\hat{E}$ は、それぞれ目標とするマイクロ構造のポアソン比、ヤング率を表している。

$$\mathbb{C}^* = \frac{\hat{E}}{1 - \hat{\nu}^2} \begin{pmatrix} 1 & \hat{\nu} & 0 \\ \text{sym.} & 1 & 0 \\ & & \text{free} \end{pmatrix} \quad (1)$$

また、制約条件 g は、使用材料の体積量が最適化の過程において所与の値以下であるという不等式制約条件である。この場合の最適化問題は以下のように表すことができる。

$$\min \quad f(s) = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^2 \omega_{ij} (\mathbb{C}_{ij}^H(s) - \mathbb{C}_{ij}^*)^2 \quad (2)$$

$$\text{s.t.} \quad g(s) = \int_Y s_p d\Omega - V_0 \leq 0 \quad (3)$$

$$0 \leq s_p \leq 1, p = 1, \dots, N \quad (4)$$

ここで、 s_p は、ユニットセル内の各有限要素で定義される

材料体積比率、 ω_{ij} は行列成分の誤差の二乗をスカラーに変換するための重み係数、 V_0 は初期の材料体積量、 s_p は、 p 番目の要素の材料密度、 N はユニットセル内の有限要素の総数である。

3. 初期材料配置に関するパラメータスタディ

本手法は図1のような正規化された一辺の長さが1のユニットセルの中心から半径 r の円形領域の設計変数を s_l 、それ以外の領域の設計変数を s_h として材料配置がされている。ここで、 s_l は初期の密度として若干低く設定した値、一

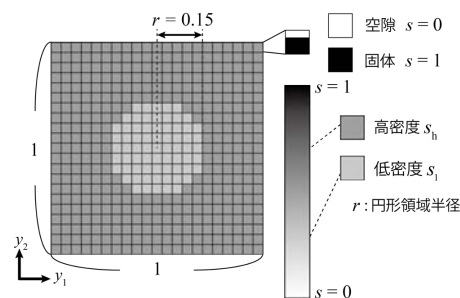


図-1 本手法の初期材料配置

方、 s_h は若干高く設定したものを指す。便宜上、これらをそれぞれ低密度および高密度と呼ぶこととする。ここで、初期材料配置のパラメータスタディを実施するために、初期の材料配置を以下の4つのパターンで変化させ、得られる結果の考察を行なった。

- ・パターン(A) 全設計領域の密度をランダムに振り分ける。
- ・パターン(B) s_h と s_l の値を入れ替える。
- ・パターン(C) 低密度領域の半径を変化させる。
- ・パターン(D) 低密度領域と高密度領域の密度差を変化させる。

なお、使用材料や目標値はすべて同じ条件で最適化を行った。以下に、その最適化結果の一部を示す。まず、図-2 および3で示すように、材料を初期段階でランダムに配置したり、中央円の内外の密度を入れ替えると、非対称な構造

キーワード トポロジー最適化、負のポアソン比、初期値依存性

連絡先 〒464-8601 愛知県名古屋市千種区不老町 E-mail: shimada.tomoaki.a9@s.mail.nagoya-u.ac.jp

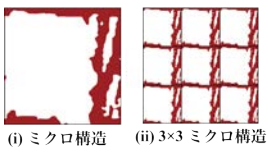


図-2 パターン (A) の最適化結果

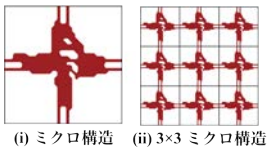


図-3 パターン (B) の最適化結果

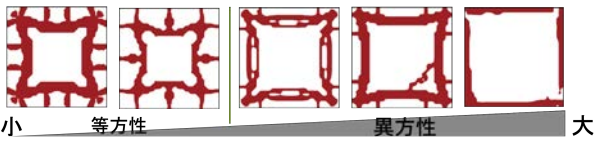


図-4 パターン (C) の最適化結果

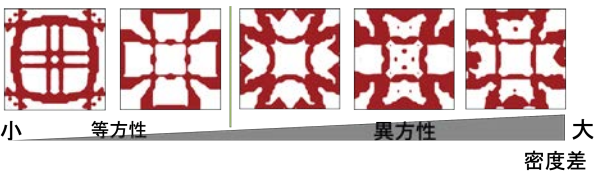


図-5 パターン (D) の最適化結果

表-1 検証に使用した材料パラメータ

材料	材料ヤング率 $E[\text{GPa}]$	材料ポアソン比 ν	目標ヤング率 $\hat{E}[\text{GPa}]$	目標ポアソン比 $\hat{\nu}$	材料体積比
a	100	0.4	20.0, 10.0, 5.0	-0.1, -0.3, -0.5	0.2, 0.3, 0.4, 0.5
b		0.3			
c	50	0.4	10.0, 5.0, 2.5		
d		0.3			
e	10	0.4	2.0, 1.0, 0.5		
f		0.3			

が現れ、結果として異方性が強くなることが確かめられた。これは、マイクロ構造の均質化弾性係数が、等方性として与えられた目標値と一致しないことを示唆している。一方で、図-4、5で示すように、中央円の半径や円の内外の密度差を小さい範囲で変化させると意図した等方性構造を発現するが、それらを大きくすると異方性が顕著になり、物理的に意味を持たないグレースケール（中間密度）が残りやすい傾向にあることがわかった。

4. 材料パラメータと目標値の相関関係

ここでは、使用材料によって、目標とするヤング率、ポアソン比、材料体積比の3つのパラメータ間に相関関係があ

るかどうかを検証した。対象となる構造は8節点四辺形要素で構成される2次元等方性構造である。検証方法は、表-1に示した各パラメータを変化させて最適化計算を行い、その傾向を捉えるためにグラフ化した。図-6は、材料a、材料b、材料e、材料fを対象に、その結果をバブルグラフとして示したものである。円の色が濃く、大きいほど最適化マイクロ構造の目標ヤング率が大きいことを示している。また、丸の数は目標値と均質化弾性係数の各成分の値が一致した数を表している。これより、使用材料のヤング率とポアソ

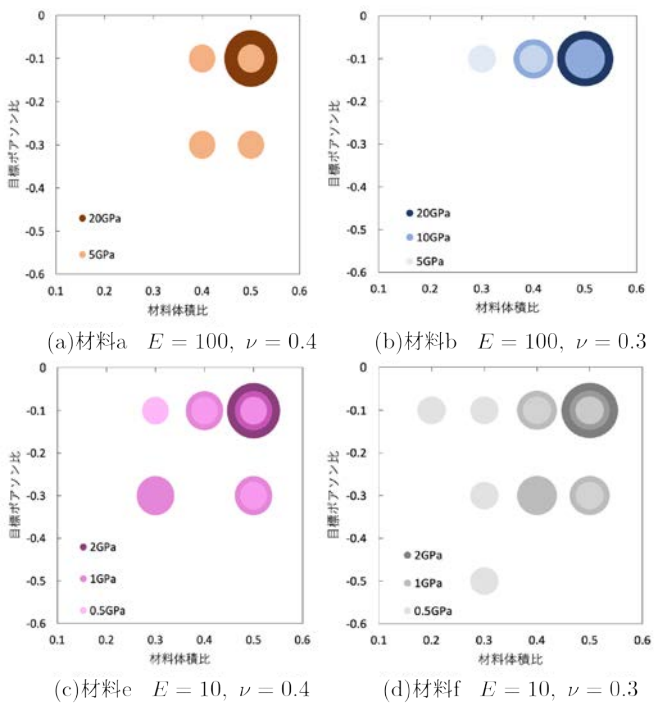


図-6 各使用材料のパラメータと目標値の相関関係

ン比が小さいほど、目標値と一致するケースの数が増加する傾向にあることがわかる。

5. 結論

本研究において、負のポアソン比構造の最適設計法の抱える初期値依存性問題に対し、2通りの方針に基づき検証を行った。初期材料配置について、中央円の半径や密度の差が小さい範囲であれば比較的安定した局所的最適解を得やすい。材料パラメータと目標値の相関について、使用材料のヤング率とポアソン比が小さいほど、目標値と一致するケースの数が増加する傾向にあることがわかった。

参考文献

[1] 加藤将貴, 加藤準治, トポロジー最適化によるメタマテリアル材料設計法の検討, 修士論文, 東北大学大学院工学研究科