

GPU を用いたマルチグリッド前処理を導入した ISPH 法の高速度化

九州大学	学生会員	大崎 春輝
海洋研究開発機構	非会員	森川ダニエル
九州大学	正会員	浅井 光輝

1. 緒言

我が国では、2011 年の東日本大震災をはじめとして、大規模災害が頻発している。このような大規模な災害に備えるために数値解析による事前の災害影響評価は重要性を増している。なかでも、SPH 法¹⁾などの粒子法は、津波遡上解析のような、対象とする物体の形状変化の激しい問題を効率よく計算できる手法として注目されている。

都市規模の災害などの広域な領域を対象とした解析を行う場合、計算モデルが大規模になるとともに、高効率で並列計算を行うことは一般に難しい。本研究では、大規模津波遡上解析を高速に実施する SPH 法を開発することを目的とし、効率が期待できる GPU を用いた並列計算²⁾を拡張して複数 GPU 環境下で実装し、その並列化性能を測定した。

2. 解析手法

本研究で解析対象とする非圧縮性流体の運動方程式は、次式で表される。

$$\frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \nu\nabla^2\mathbf{v} + \mathbf{g} \quad (1)$$

ここで、 $\mathbf{v}$ は速度、 p は圧力、 ρ は密度、 ν は動粘度、 $\mathbf{g}$ は外力である。

本研究で用いた解析手法である SPH 法は、解析領域を有限個の粒子に離散化し、対象粒子の物理量を一定の領域内に存在する近傍粒子の物理量を重み付けした平均として計算する近似解法である。本研究で用いたのは、SPH 法の中でも非圧縮性流れに適した ISPH 法³⁾である。ISPH 法では、粘性項と外力項によって陽的に仮速度 $\mathbf{v}^*$ を求める予測ステップと、圧力 Poisson 方程式を陰的に解くことにより得られる圧力により速度 $\mathbf{v}^{n+1}$ を修正する修正ステップに分離して運動方程式を解く半陰解法型の解法である。ISPH 法は基本的に、速度は陽的に解き、圧力は(2)式で表される Poisson 方程式から得られる連立一次方程式を陰的に解く方法であるが、近似を行うことにより陽的に圧力を計算する陽解法型

の ISPH 法⁴⁾や、圧力だけでなく速度も陰的に連立一次方程式を解いて計算する完全陰解法型 ISPH 法⁵⁾もある。本研究では、議論を分かりやすくするため、陽解法と半陰解法について比較検討する。

$$\nabla^2 p = \frac{\rho_0}{\Delta t} \nabla \cdot \mathbf{v}^* \quad (2)$$

3. 性能検証

3. 1. 東京大学 Wisteria を用いた性能測定

東京大学・情報基盤センターのスパコン Wisteria-Aquarius (以下、Wisteria-A) は、1 ノード当たり 8 台の GPU (NVIDIA Tesla A100) が搭載されている。Wisteria-A を用いて陽解法・半陰解法によりダムブレイク問題の計算を行い、本コードの実行性能を計算時間により測定した結果を示す。1GPU 当たりの計算規模を固定して並列数を増加させる Weak スケーリングの評価を行った結果を図-1 に示す。1GPU 当たりの計算規模(流体粒子数)は、陽解法では約 2030 万、半陰解法では約 510 万とし、最大 64GPU までの実行性能を計測した。64GPU の条件で流体粒子数は、陽解法では約 12 億 9799 万、半陰解法では 3 億 2452 万である。64 台の GPU の場合で、陽解法では 96.9 % の並列化効率が得られ、ほぼ理想に近い良好な Weak スケーリングが得られた。一方で、半陰解法では 64.4 % の並列化効率に留まった。陽解法に対する半陰解法の効率低下と、半陰解法に用いた反復法ソルバーである共役勾配法 (CG 法) の 1 ステップ当たりの反復回数の関係を図-2 に示す。問題規模の増加に伴い収束に必要な反復回数すなわち演算数が増加することにより GPU の性能を十分に発揮できていないことが効率低下の原因といえる。これを踏まえ、演算数に対する並列化効率を計測すれば、64.4 % → 92.2 % と、陽解法と同程度の良好な効率が期待できる。

3. 2. マルチグリッド前処理の導入

圧力に関する連立一次方程式を解く半陰解法においても陽解法と同程度の効率で計算を行うためには、反復法ソルバーに計算規模の増加に対する反復回数の増

キーワード 粒子法, SPH 法, GPU, 並列計算, 前処理, マルチグリッド法

連絡先 〒819-0395 福岡県福岡市西区元岡 744 九州大学 構造解析学研究室 TEL: 092-802-3370

加を抑える前処理, 例えばマルチグリッド (以下, MG) 前処理³⁾を導入することが必要である. CG 法をはじめとした Krylov 部分空間法に対してマルチグリッド法による前処理を導入することで, 収束性を大きく改善できることがこれまで報告されている³⁾⁻⁵⁾.

連立一次方程式ソルバーの反復法では一般に, 残差の空間的高周波成分は速く減衰する一方, 低周波成分は減衰しにくい. MG 法は低周波成分を速く収束させるために粗い格子に対応する低次元の方程式を繰り返し解いて効率的に残差を減衰させる解法である.

MG 法には粗い格子に対応する方程式を, 支配方程式の幾何学的な情報を用いて作る幾何学的 MG 法と, 係数行列の情報のみからブラックボックス的に作る代数的 MG 法の2つがある. 本研究で用いる ISPH 法では物理的な偏微分方程式を離散化して解くため, 幾何学的 MG 前処理を導入した方がより大きな効果を発揮できると見込み, 既往研究⁵⁾でも提案されている近傍粒子探索用のバックグラウンドセルを活用した幾何学的 MG 前処理を導入し, 半陰解法の効率化を図る. 粒子法向けのセルベース幾何学的 MG 前処理の概念図を図-3に示す. 結果については講演当日に報告する.

4. 結論

本研究では, 大規模津波遡上解析を高速に実施する SPH 法を開発することを目的とし, 多数 GPU コードを実装し, 性能測定を行った. その結果, 圧力を陽的に更新する陽解法ではほぼ理想通りの良好な Weak スケーリングを達成できた. 一方, 半陰解法では, 問題規模の

増加に伴い連立 1 次方程式ソルバーの反復回数が増加するため, 陽解法ほどの効率は得られなかった. 現在では前処理により, 問題規模が増加しても反復回数が増加せず, また簡易かつ高速に処理できる MG 法の開発を試みている.

参考文献

- 1) 浅井光輝: 明解 粒子法, 丸善, 2022.
- 2) D. S. Morikawa, H. Senadheera and M. Asai: Explicit Incompressible Smoothed Particle Hydrodynamics in a multi-GPU environment for large scale simulations, *Computational Particle Mechanics*, Vol. 8(3), pp. 493-510, 2020.
- 3) 建部修見, 小柳義夫: マルチグリッド前処理付き共役勾配法, 情報処理学会研究報告, No.1992-HPC-042, pp. 9-16, 1992.
- 4) T. Ichimura, K. Fujita, P. E. B. Quinay, L. Maddegadara, M. Hori, S. Tanaka, Y. Shizawa, H. Kobayashi, and K. Minami: "Implicit Nonlinear Wave Simulation with 1.08T DOF and 0.270T Unstructured Finite Elements to Enhance Comprehensive Earthquake Simulation," *Proceedings of SC'15*, pp. 1-12, 2015.
- 5) A. Södersten, T. Matsunaga, S. Koshizuka: Bucket-based multigrid preconditioner for solving pressure Poisson equation using a particle method, *Computers and Fluids*, Vol.191, 104242, 2019.

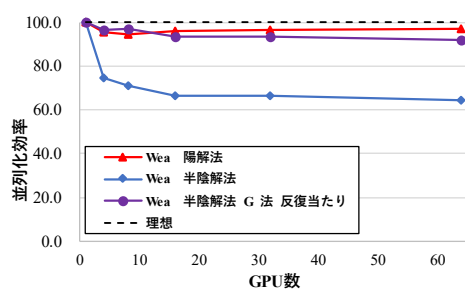


図-1 Weak スケーリング結果

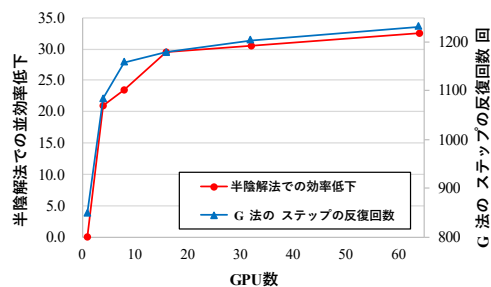


図-2 Weak スケーリングにおける半陰解法の効率低下と CG 法の反復回数

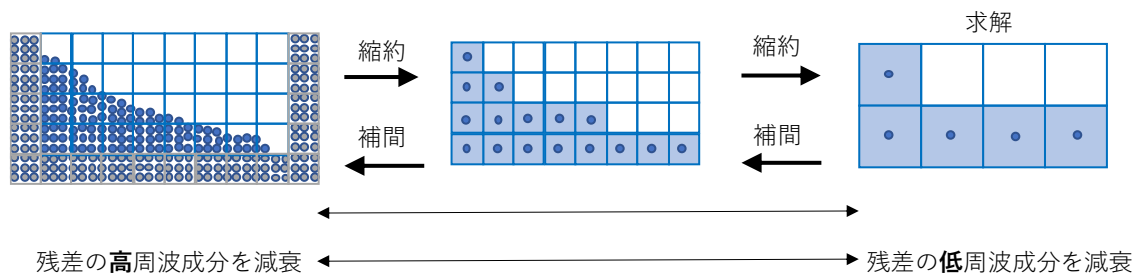


図-3 粒子法向けのセルベース幾何学的 MG 前処理の概念図