

Reference map 法による陰的オイラー型流体-構造連成解法

名古屋大学 学生会員 ○近藤 景斗

名古屋大学 正会員 西口 浩司

名古屋大学 正会員 干場 大也

名古屋大学 正会員 加藤 準治

1. はじめに

オイラー型構造-流体連成解法 [1] は、空間固定直交メッシュを用いる数値解法であり、構造の大変形解析、構造-流体の強連成解析、大規模並列計算に適している。ただし、ヤング率の高い構造と流体の連成問題は既往のオイラー型解法では数値安定性に課題があった。この原因には、1. 速度勾配の不連続による数値不安定、2. 固体応力波のクーラン条件による時間増分制約、以上の2つが挙げられる。そこで本研究では、Reference map 法 [3] を用いて前者を解消した上で、半陰解法を導入して後者を緩和した手法を提案する。

2. 基礎方程式

本研究では、非圧縮性の仮定の下で固体と流体の基礎方程式を体積平均化した方程式 (1)(2) を用いる [2]。

$$\nabla \cdot \mathbf{v}_{\text{mix}} = 0 \quad (1)$$

$$\rho_{\text{mix}} \left\{ \frac{\partial \mathbf{v}_{\text{mix}}}{\partial t} + (\mathbf{v}_{\text{mix}} \cdot \nabla) \mathbf{v}_{\text{mix}} \right\} = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}_{\text{mix}} + \rho_{\text{mix}} \mathbf{b} \quad (2)$$

式 (1)(2) の各物理量は式 (3)(4)(5) で定義される。

$$\mathbf{v}_{\text{mix}} = \sum_{i=1}^n \phi_i \bar{\mathbf{v}}_i \quad (3)$$

$$\rho_{\text{mix}} = \sum_{i=1}^n \phi_i \rho_i \quad (4)$$

$$\boldsymbol{\sigma}_{\text{mix}} = \sum_{i=1}^n \phi_i \bar{\boldsymbol{\sigma}}_i \quad (5)$$

式 (3)(4)(5) において、 ϕ_i は検査体積中の物質 i の体積率であり、1 つの計算セルにおける物質 i の体積率に相当する。式 (1)(2) では各物質の速度 $\mathbf{v}_i$ ではなく体積平均化された単一の速度場 $\mathbf{v}_{\text{mix}}$ を求める。さらに、式 (4)(5) の計算では物質毎に体積率 ϕ_i 、質量密度 ρ_i 、構成方程式を与える。また、本研究における構成方程

式は、固体は粘性応力を付加した非圧縮性 neo-Hooke 体、流体は Newton 流体を仮定し、式 (6)(7) に表す。

$$\boldsymbol{\sigma} = G(\mathbf{B} - \mathbf{I}) + 2\mu\mathbf{D} - p\mathbf{I} \quad (6)$$

$$\boldsymbol{\sigma} = 2\mu\mathbf{D} - p\mathbf{I} \quad (7)$$

また、Reference map は初期配置における固体領域の位置ベクトルを指し、現在配置との相対位置により変形勾配テンソル $\mathbf{F}$ を求め、左コーシーグリーン変形テンソル $\mathbf{B}$ に変換して式 (6) に代入する。

3. 数値解析手法

本研究では、式 (2) をフラクショナルステップ法により速度場と圧力場に分離し、セル中心有限体積法により空間離散化を行う。移流項の空間離散化は2次アダムス・バッシュフォース法、圧力ポアソン方程式の求解には Red-Black SOR 法を用いる。中間速度の算出にあたり運動方程式の時間積分は、応力項は陰解法の2次クランク・ニコルソン法、移流項は陽解法の2次アダムス・バッシュフォース法を用いる。

また、本研究の数値解析はすべて名古屋大学のスーパーコンピュータ「不老」を使用し、OpenMP と MPI によるハイブリッド並列計算により実施した。

4. 数値解析例

数値解析例として、固体-流体界面の速度勾配が不連続であるキャビティ流れ問題 [3] を計算した。解析領域は 256×256 に分割したオイラーメッシュを利用し、1 メッシュあたり 16×16 にセルを分割する。総セル数は 65536 個である。上面に周期境界条件、他面に滑り境界条件を設定し、無次元時間 $t = 7.03$ まで計算を行った。総粒子数は 59776 個である。固体と流体の質量密度は $\rho_s = \rho_f = 1.0$ 、粘性係数は $\mu_s = \mu_f = 1.0 \times 10^{-2}$ 、固体のせん断弾性係数は $G = 10$ 、時間ステップ数は $\Delta t = 1.0 \times 10^{-3}$ である。始めに、固体変形を Zhao ら

(2008) の参照解 [4] と比較して妥当性を検証した。図-1 より、提案手法の固体変形は 256×256 のメッシュにおいて参照解と同等であると確認できる。

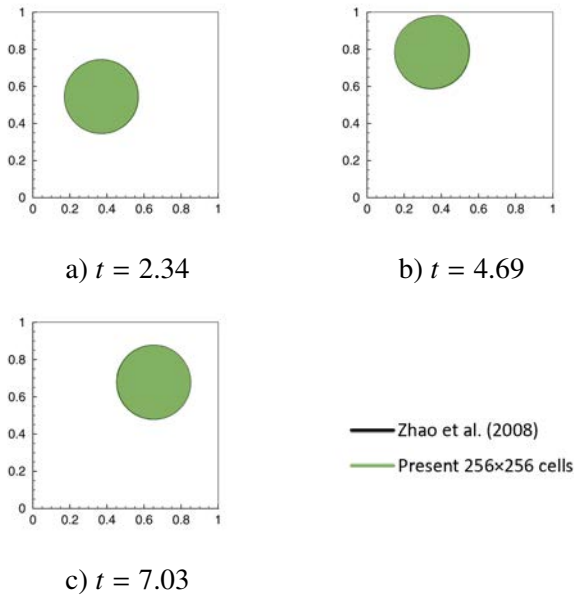


図-1 comparison of solid deformation

次に、計算の実行時間の比較により提案手法の有効性を検証した。せん断弾性係数を $G = 10, 20, 30$ に分け、粘性係数を $\mu_s = \mu_f = 1.0 \times 10^{-3}$ 、クーラン数 S_c を $0.1 \sim 0.8$ の 0.1 刻みで変更し、固体応力項の時間積分を半陰解法と陽解法で比較した。各手法における実行時間を図-2 に示す。図-2 より、 $G = 20, 30$ において提案手法は優位であり、 $G = 20$ では約 22% 、 $G = 30$ では約 48% の短縮効果が得られた。

5. 結論

本研究では、Reference map 法を用いた陰的オイラー型流体-構造連成解析を行い、固体-流体界面の速度勾配が不連続な問題である、キャピティ流れ問題を用いてその妥当性と有効性を検証した。本例題において、陽解法と比較すると実行時間の観点で提案手法が優位であることが判明した。

参考文献

[1] K Nishiguchi, R Bale, S Okazawa, and M Tsubokura : Full Eulerian deformable solid-fluid interaction scheme based on building-cube method for large-scale parallel computing, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 117(2), 221-248, 2019.

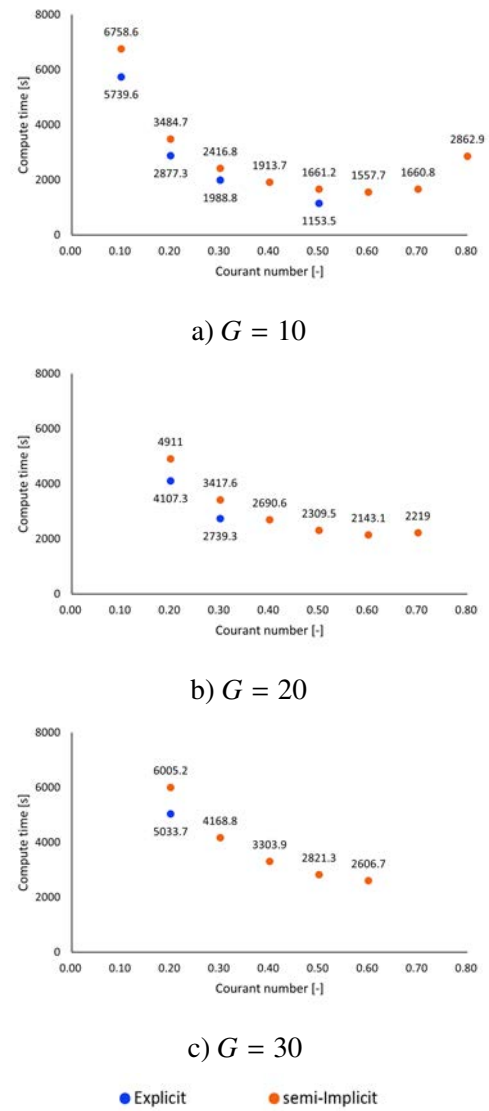


図-2 comparison of computation time

[2] T Shimada, K Nishiguchi, R Bale, S Okazawa, and M Tsubokura : Eulerian finite volume formulation using Lagrangian marker particles for incompressible fluid-structure interaction problems, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 123(5), 1294-1328, 2022.

[3] K Kamrin, CH Rycroft, and J-C Nave : Reference map technique for finite-strain elasticity and fluid-solid interaction, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol.60, No.11, pp.1952-1969, 2012.

[4] H Zhao, JB Freund, and RD Moser : A fixed-mesh method for incompressible flow-structure systems with finite solid deformations, *Journal of Computational Physics*, Vol.227, No.6, pp.3114-3140, 2008.