

建物の日陰の移動とレール中立温度との関係性に関する検討

新潟大学大学院自然科学研究科 学生会員 高木 柚子
 新潟大学工学部 正会員 阿部 和久
 新潟大学工学部 正会員 紅露 一寛

1. はじめに

ロングレール軌道の座屈強度はレール中立温度に依存するため、その適切な評価が重要となるが、空間・時間的変動特性に関する知見がほとんど得られていない。既往の研究^{1),2)}では日陰の影響が検討されてはいるものの、太陽の日周運動による日陰の移動までは考慮されていない。そこで本研究では、日陰の移動下における中立温度分布の挙動について検討する。そのために、まず一定のレール温度分布パターンが一定速度で移動し、且つ道床縦抵抗力を剛塑性および弾性とした両ケースを対象に、定常理論解を導出する。次に、日々の気温変化と太陽輻射熱やレール・空気間の熱移動を考慮したレール温度解析法と、道床縦抵抗力を弾塑性履歴モデルで与えた軌道ふく進解析法を有限要素法により構成し、理論解との比較などを通して日陰の移動が中立温度分布特性に及ぼす影響について検討する。

2. 一定速度で移動する日陰による定常中立温度分布（道床縦抵抗力を剛塑性モデルとした場合）

日陰が一定の分布パターンの下に一定速度 v で無限軌道に沿って移動する問題に対する中立温度分布を求めるにあたり、以下の仮定を設ける。

(1) 日向区間と日陰区間のレール温度はそれぞれ T_0 と 0 とし、両区間境界における温度変化域は十分に短く、無視し得るものとする。よって、日向区間とレール相対温度 T_0 の区間とは一致するものとする。

(2) 道床縦抵抗力は剛塑性モデルで与え、その絶対値は f_0 で一定とする。

レール軸ひずみに関するつり合い式は次式で与えられる。

$$EA\left(\alpha \frac{dT}{dx} - \frac{d\varepsilon}{dx}\right) = f \quad (1)$$

ここで、 EA 、 α 、 ε はそれぞれレールの伸び剛性、線膨張係数および伸びひずみ、 T はレール温度、 f は道床縦抵抗力である。

剛塑性モデルの場合、 f はレールふく進 u 、時間 t 、符号関数 $\text{sgn}(x)$ を用いて次のように表すことができる。

$$f = f_0 \cdot \text{sgn}\left(\frac{du}{d\xi}\right), \quad (\xi = x - vt) \quad (2)$$

式(1),(2)および、軸ひずみが $\varepsilon = \partial u / \partial x = du / d\xi$ であることを用いると次のつり合い式を得る。

$$\frac{d\varepsilon}{d\xi} = \alpha \frac{dT}{d\xi} - \frac{f_0}{EA} \text{sgn}(\varepsilon) \quad (3)$$

中立温度 T_N の変動成分は ε / α で与えられるので、式(3)より ε を求める問題に帰着する。この一般解は積分定数 C_1 を用いて次式で与えられる。

$$\varepsilon = -\frac{f_0}{EA} \text{sgn}(\varepsilon) \xi + C_1 \quad (4)$$

また、 ξ 方向に日陰 $\rightarrow$ 日向と変化する点近傍では、式(3)はデルタ関数 $\delta(\xi)$ を用い次式で与えられる。

$$\frac{d\varepsilon}{d\xi} = \alpha T_0 \delta(\xi) - \frac{f_0}{EA} \text{sgn}(\varepsilon) \quad (5)$$

よって、 ε は αT_0 だけ不連続に増加する。

以上の考察に基づき、 $0 < \xi < \ell$ ($\ell < \ell_0 = EA\alpha T_0 / f_0$) が日陰の場合の ε の分布を求める。 $\xi < 0$ において $\varepsilon = 0$ であることは自明である。 $0 < \xi < \ell$ での ε は次式で与えられる。

$$\varepsilon = -\alpha T_0 + \frac{f_0}{EA} \xi \quad (0 < \xi < \ell) \quad (6)$$

ε は $\xi = \ell$ で αT_0 だけ不連続であることを考慮して、境界条件を解くと、 $\ell < \xi$ での ε は次式で与えられる。

$$\varepsilon = \begin{cases} \frac{f_0}{EA} (\xi + 2\ell) & , (\xi < 2\ell) \\ 0 & , (\xi > 2\ell) \end{cases} \quad (7)$$

よって、 ε の分布は図1のようになる。

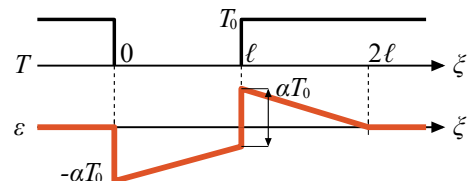


図1 $0 < \xi < \ell$ ($\ell < \ell_0$) が日陰のときの ε 分布

以上の議論に基づけば任意パターンの日陰に対する定常解を容易に求めることができる。

3. 一定速度で移動する日陰による定常中立温度分布（道床縦抵抗力を弾性モデルとした場合）

(1) 一定速度で移動する日陰による定常温度分布

レール温度 T の支配方程式は次式で与えられる¹⁾。

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{1}{C_p A} \{ \gamma Q_S - h S_R (T - T_a) - \epsilon S_R (T^4 - T_a^4) \} \quad (8)$$

Key Words: 中立温度、日陰、ひずみ分布

連絡先：〒950-2181 新潟市西区五十嵐二の町 8050 番地 TEL: 025(262)7028, FAX: 025(262)6775

ここで、 κ は熱伝導係数、 C は比熱、 ρ は質量密度、 A はレール断面積、 h は空気の熱伝導率、 T_a は気温、 S_R はレール断面の周長、 ϵ はレールと周辺環境との間での輻射に関する係数、 Q_S は太陽輻射エネルギーに関する値であり、 γ はその吸収率である。式 (8) 右辺第 4 項目の影響は比較的小さいものとし、 T_a は t, x によらず一定とすると、 T の変動成分に関する方程式は次式となる。

$$\frac{\partial T}{\partial t} - \kappa \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{h S_R}{C \rho A} T = \frac{\gamma}{C \rho A} Q_S \quad (9)$$

移動座標 $\xi = x - vt$ の下で、 $\xi < 0$ が日陰区間として与えられる場合、日向区間の $\xi = \infty$ におけるレール温度を 1 とした時の温度分布は、式 (9) を解くことで、式 (9) の各定数より与えられるパラメータ β を用いて次式のように与えられる。

$$T(\xi) = \begin{cases} \frac{\beta+1}{2\beta} e^{\frac{v}{2\kappa}(\beta-1)\xi} & , (\xi < 0) \\ 1 - \frac{\beta-1}{2\beta} e^{-\frac{v}{2\kappa}(1+\beta)\xi} & , (\xi > 0) \end{cases} \quad (10)$$

(2) 一定速度で移動する日陰による中立温度定常解

f がレール変位 u と線形関係 $f = ku$ にあるものと仮定すると、レール軸方向のつり合い式 (1) より次式を得る。

$$\frac{d^2 u}{d\xi^2} - \frac{k}{EA} u = \alpha \frac{dT}{d\xi} \quad (11)$$

ここで、 k は単位長さ当りの道床縦剛性である。

式 (11) の解は任意定数 A, B, A_P, B_P を用いて次式の様に与えられる。

$$u(\xi) = \begin{cases} Ae^{\sqrt{\frac{k}{EA}}\xi} + A_P e^{\frac{v}{2\kappa}(\beta-1)\xi} & , (\xi < 0) \\ Be^{-\sqrt{\frac{k}{EA}}\xi} + B_P e^{-\frac{v}{2\kappa}(1+\beta)\xi} & , (\xi > 0) \end{cases} \quad (12)$$

これを ξ で微分することで、ひずみ ε を得る。

幅 30m にわたり日陰区間が存在する場合を例に式 (12) の重ね合わせにより解を作成すると、ひずみ分布は図 2 の様に、移動速度の影響により非対称になる。ここで、各種パラメータは表 1 の様に設定した¹⁾。

表 1 パラメータ		
v	(m/h)	5
$C\rho$	(J/km ³)	3.93×10^6
κ	(m ² /h)	0.0458
h	(J/hkm ²)	36 000
f_0	(N/m)	4167
u_0	(m)	0.001
α	(°C ⁻¹)	12×10^{-6}

4. 数値解析による諸条件が中立温度に及ぼす影響の確認

上述の理論解との比較により、数値解析が十分な精度を有することを確認した上で、理論計算では確認ができない次の 2 点について調べる。

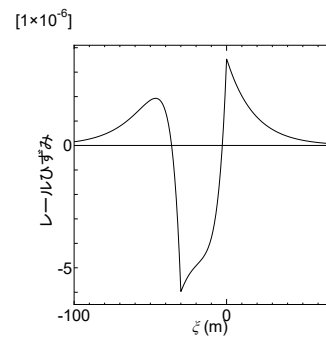


図 2 $-30 < \xi < 0$ (m) が日陰区間の場合の定常ひずみ分布

(1) 道床縦抵抗力の非線形性の影響

道床縦抵抗力を弾性と弾塑性とでモデル化した場合の違いを確認する。弾塑性の場合は最終道床縦抵抗力を $f_0 = 2.5$ (kN) とした。図 3 に示す様に、弾塑性の場合ではレールの可動性が高まるため、日陰前後区間ではレール軸力を受けて圧縮され易くなり、中立温度が増幅される。

(2) 式 (8) における T^4 項の影響

式 (8) における T^4 の項の影響を図 4 に示す。なお、 $\epsilon = 1 \times 10^{-4}$ (J/hm²K⁴) とした。図 4 では、 T^4 の項がレール温度を下げる効果を有するため、中立温度の振幅は縮小されている。

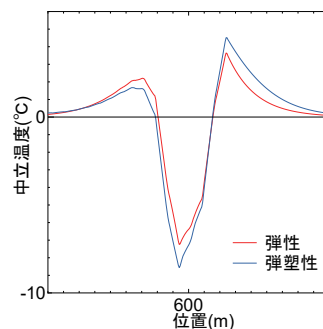


図 3 道床縦抵抗力の影響

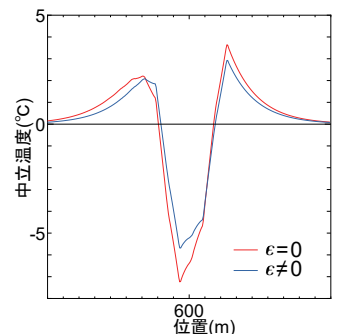


図 4 温度解析における非線形性の影響

5. おわりに

日陰の移動によってレール中立温度分布が非対称になることがわかった。加えて、レール中立温度分布の概形は剛塑性モデルで、詳細は弾性モデルで捉えられることを確認した。その結果、レールの中立温度と日陰の関係の問題については理論に基づき定性的な議論を行い、数値解析により定量的な結果を示すことができた。また、数値モデルを用いることで、理論では考慮できない非線形性についても調べることもできた。なお、ここでは気温や太陽輻射の経時変化の影響については示さなかったが、これらについても数値解析より評価可能である。

参考文献

- 1) 阿部和久, 桑山卓也, 元好茂: 空間的・時間的な温度変化を受けるロングレールの軸力分布解析, 鉄道力学シンポジウム論文集, No.16, pp.101-pp.108, 2012.
- 2) 浦川文寛, 渡辺勉, 木村成克: 地物の陰影を考慮した軌道座屈安定性評価に関する一考察, 鉄道力学シンポジウム論文集, No.23, pp.245-pp.252, 2019.