

災害レジリエンスの数量化と都市機能の最適制御に関する考察

関西大学

佐古 大樹

関西大学 環境都市工学部

○兼清 泰明

関西大学大学院 理工学研究科

河原 宏紀

1 緒言

本論文では、都市機能健全度に着目した災害レジリエンスの数量化と、それを最大化するための最適な制御方策について理論的な考察を与える。

2 都市機能健全度と災害レジリエンスの数量化

2.1 都市機能健全度と災害復興の数理モデル

本論文では、都市機能健全度（以下では単に健全度と呼ぶ）を用いて災害被害の大きさと復興の進行具合を評価する。健全度は区間 $[0, 1]$ に属する実数値として定義され、値 1 は都市の機能が完全な状態、値ゼロは都市がまったく機能していない状態に対応する。また、災害発生の不確実性を考慮した復興のメカニズムを表現する方程式として次式を用いる¹⁾²⁾。

$$dX(t) = G(X(t))dt - X(t-)dC(t) \quad (1)$$

ここで、右辺第 2 項に現れる $C(t)$ は複合 Poisson 過程で、その不連続ジャンプの発生が災害の発生を、ジャンプの大きさが災害発生規模を表す。 $G(x)$ は災害からの復興の時間進行を記述する関数で、 $G(1) = 0$ を満たし、区間 $[0, 1]$ で単調減少となる関数であり、文献¹⁾では東日本大震災後の復興に関するデータ³⁾に基づいて $G(x) = a(1-x)^b$ と設定されている。

2.2 健全度を用いた災害レジリエンスの数量化

本論文では災害レジリエンスを災害発生による都市機能健全度の低下からの回復の定量評価と考え、文献²⁾と同様に次式で災害レジリエンスを定義する。

$$R = \int_0^\tau h(X(t))dt, \quad h(x) = W(x)x \quad (2)$$

$W(x)$ は健全度 x に依存する関数であり、レジリエンスを定量化する上での重みを表す。図-1 は式 (1) に基づく都市機能健全度の時間変動サンプルの一例と、それに基づき式 (2) で定義される災害レジリエンスの数量化の概念を模式的に示したものである。

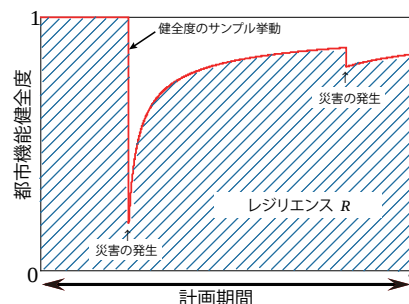


図-1 都市機能健全度と災害レジリエンスの数量化

3 予算投入による復興と防災の制御モデル

3.1 予算投入による復興と防災の制御

本論文では、都市自身の歳入として確保できる予算に限定して考える。時刻 t 、健全度 x のときの配分可能な予算を $\Xi(t, x)$ とし、都市の意思決定者は時刻 t で比率 $u(t)$ を復興に、比率 $1 - u(t)$ を防災に分散投入するものとする。したがって、時刻 t で都市が復興に使用可能な予算を $Z_1(t)$ 、防災に使用可能な予算を $Z_2(t)$ とすると、

$$Z_1(t) = u(t)\Xi(t, X(t)) \quad (3)$$

$$Z_2(t) = (1 - u(t))\Xi(t, X(t)) \quad (4)$$

で与えられる。時刻 $t = 0$ で防災復興計画を開始し、時刻 τ で計画を終了する。この時間区間 $[0, \tau]$ を計画期間と呼ぶ。

ここで時刻 t で復興予算 $Z_1(t)$ を導入することにより、式 (1) 第 1 項の時間変動が以下のように変化するものとする。

$$dX(t) = g(X(t), Z_1(t))dt \quad (5)$$

$g(x, z)$ は健全度 x で復興予算 z を投入したときの復興速度を表す関数である。

また、式 (1) 第 2 項の時間変動が防災予算の投入により以下のように変化するものとする。

$$\Delta X(t) = -X(t-)\beta(Z_2(t))\Delta C(t) \quad (6)$$

ここで、 $\beta(z)$ は、 z の確定関数で、防災予算の投入により災害発生時の減少を抑制できる比率を表す。なお、 $\beta(z)$ は $\beta(0) = 1$ および $0 < \beta(z) \leq 1$ を満たす関数である。

キーワード：災害レジリエンス、都市機能、健全度、最適制御

連絡先：〒564-8680 吹田市山手町 3-3-35 関西大学環境都市工学部 hiro.t.k@kansai-u.ac.jp

分配比率の全挙動 $u = \{u(t); 0 \leq t \leq \tau\}$ を制御と呼ぶ。制御 u の下での健全度過程 $X(t)$ を $X^u(t)$ と記し、予算を式 (1) に取り入れることにより、次の確率微分方程式を得ることができる。

$$dX^u(t) = g_\nu(t, X^u(t), u(t))dt - \gamma(t, X^u(t-), u(t-))dC(t) \quad (7)$$

$$g_\nu(t, x, u) := g(x, u\Xi(t, x)) \quad (8)$$

$$\gamma(t, x, u) := x\beta((1-u)\Xi(t, x)) \quad (9)$$

3.2 目的関数の設定

制御 u の下、時刻 $s (0 \leq s \leq \tau)$ での健全度が x であるという条件下での解を $X^u(t; s, x) (s \leq t \leq \tau)$ と表記する。さらに、同条件下において、時刻 s で健全度が x であるとするとき、時間区間 $[s, \tau]$ での、制御 u の下で実現された、式 (2) の定義に基づいたレジリエンス値を、 $K^u(s, x)$ と表記する。すなわち、 $K^u(s, x)$ は次式で表される。

$$K^u(s, x) = \int_s^\tau h(X^u(t; s, x))dt \quad (10)$$

さらに、文献²⁾と同様に、式 (10) のコスト汎関数 $K^u(s, x)$ に対してその期待値

$$J^u(s, x) = E[K^u(s, x)] \quad (11)$$

を最適化の対象とする評価関数とする。すなわち、次式を満たす制御 u を最適制御とし、これを u^* と表す。

$$V(s, x) := \sup_u J^u(s, x) = J^{u^*}(s, x) \quad (12)$$

4 HJB 方程式を用いた最適制御の導出

確率制御理論を適用することにより、最適制御 u^* とその下での評価関数 $V(s, x)$ は次の HJB 方程式の解となる。

$$\begin{aligned} & \sup_{\tilde{u} \in [0,1]} \left[W(x)x - \lambda V(s, x) \right. \\ & \quad + \frac{\partial V}{\partial s}(s, x) + g_\nu(s, x, \tilde{u}) \frac{\partial V}{\partial x}(s, x) \\ & \quad \left. + \lambda \left(\int_0^1 V(s, x - \gamma(s, x, \tilde{u})y) dF(y) \right) \right] = 0 \quad (13) \end{aligned}$$

終端条件は $\lim_{s \rightarrow \tau} V(s, x) = 0$ となる。

5 数値例と考察

予算を与える関数はべき乗増加型の関数 $\Xi(t, x) = \xi x^\rho$ を用いる²⁾。次に、健全度 x 、復興予算 z を投入したときの復興速度を表す関数 $g(x, z)$ は以下のように表す。

$$g(x, z) = (\alpha_0 + \alpha_1 z)(1 - x)^{\varphi(z)} \quad (14)$$

α_0 は復興制御のための予算投資とは独立に都市の復興を支配するパラメータであり、 α_1 は復興投資

に対する投資効率性を表すパラメータである。このような復興係数の制御に加えて、復興の時間進行の定性的様子を $\varphi(z)$ を通じて制御できるものとして $\varphi(z) = rz + \varphi_0$ を用いる。 r は復興予算の投入が時間進行特性に反映される効果を定めるパラメータである。さらに、被害抑制率を表す関数 $\beta(z)$ は $\beta(z) = e^{-\beta_0 z}$ という指数関数とする²⁾。これらの設定関数中のパラメータを含めてパラメータ値を表-1に示す。

表-1 設定パラメータ値

φ_0	2.9267	r	1.9267
α_0	1.0[years ⁻¹]	α_1	9.4[years ⁻¹]
β_0	1.0	τ	10.0[years]
ρ	2.0	λ	0.3[years ⁻¹]
$W(x)$	1.0	Ξ	1.0
ρ	0.5		

図-2 は、計画開始からの経過時間が $s = 2$ [years] における最適予算比率 $u^*(s, x)$ を各時点での健全度 x の関数としてプロットしたものである。図中赤の曲線は本論文での解析により得られた最適分配比率を、青の曲線は文献²⁾でコスト最小化に基づいて得られた最適分配比率を示したものである。この結果からわかるように、災害レジリエンスを最大化するように予算投入を最適分配する方策の方が、健全度の値の変化に対して最適比率が緩やかに変動し、復興と防災にバランスよく分配することにより最適な制御が可能となる。

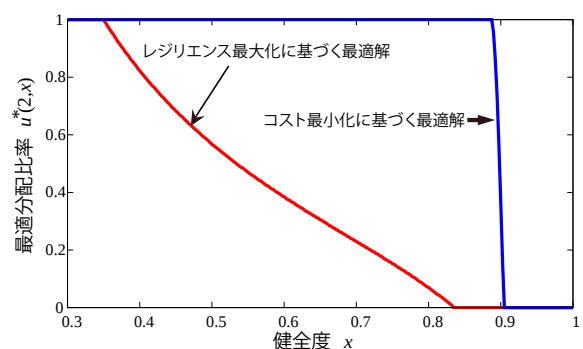


図-2 HJB 方程式から得られる最適分配比率

参考文献

- 1) 兼清泰明, 斎藤慎一, “都市機能健全度に基づく災害復興モデルの構築とその防災復興計画への応用”, Proc. of JCROSSAR 2019, pp.103-110, 2019, 日本機械学会.
- 2) 兼清泰明, 山路隆晟, “レジリエンスの考え方に基づく最適な防災復興方策構築の試み”, 安全工学シンポジウム 2022 講演論文集, pp.241-242, 日本学術会議, 2022.
- 3) NIRA 総合研究開発機構. “データが語る被災 3 県の現状と課題 IV - 東日本大震災 復旧・復興インデックス -”, 2013.