

安定化陰的 MPM による河川堤防の越流解析

広島大学 学生会員 ○川野 慎之介
 広島大学 学生会員 三原 康平
 広島大学 正会員 橋本 涼太

1. 背景と目的

令和元年の台風 19 号での千曲川の堤防が決壊するなど、豪雨時に川裏法面の侵食・破堤が頻発しており、これに対し「粘り強い河川堤防」の開発と適用が進められている。筆者ら¹⁾は対策技術の性能を評価するための数値解析手法として、非圧縮粘性流体の自由表面流れ解析のための安定化陰的 MPM (Material Point Method) の開発を進めている。本研究では同手法の堤防まわりの越流解析への適用性を検証するため、既往の模型実験²⁾を対象とした再現解析を行った。その際に実装した粒子と構造物間の接触処理についても述べる。

2. 安定化陰的 MPM と接触処理の概要

MPM¹⁾は、解析領域を格子に分割し、質量などの物理量を背後に設けられた有限要素メッシュの節点に投影し、支配方程式を解き、得られた変位場を粒子に補間することで物体の大変形を表現する。本研究では、非圧縮粘性流体を対象として運動量保存則と連続式を連成して変位と圧力を同時に解く一体型解法を採用した安定化陰的 MPM²⁾を用いた。

また、粒子が要素境界を通過する際の圧力振動を抑えるために形状関数は二次 B-spline 基底関数を用い、滑らかな粒子の速度分布を得るために粒子-格子間通信スキームは Taylor Particle-In-Cell (TPIC)³⁾を用いた。なお、二次 B-spline 基底関数を形状関数として TPIC を使用すると、メッシュ端部で形状関数が Partition of Unity 条件等を満足しないことに起因し、計算が不安定になることが知られている。よって、Weighted Least Square 法による形状関数の補正³⁾も合わせて使用した。

堤防まわりの越流を解析するには、MPM で用いるメッシュ形状と整合しない構造物形状に沿った境界条件処理が必要となる。そこで、予め指定した多角形領域の境界と粒子の間で接触処理を施すことで、堤体形状を

考慮した越流解析を行うこととした。

ある流体粒子 p が盛土を表す多角形領域 Ω_s の境界 Γ_s と接触する場合を考える (Fig. 1)。両者が接触している間には、 Γ_s と粒子 p の間の最短距離 g_N (Γ_s の外向き法線方向が正) が負にならず、かつ表面力が釣り合うという以下の条件式を満たす必要がある。

$$g_N = 0 \text{ on } \Gamma_s \quad (1)$$

$$\mathbf{t}_p + \mathbf{t}_s = 0 \text{ on } \Gamma_s \quad (2)$$

ここで、 $\mathbf{t}_p$, $\mathbf{t}_s$ はそれぞれ Γ_s 上で粒子 p と Ω_s に作用する表面力ベクトルである。 g_N は堤防を模した多角形領域と MPM の流体粒子が点で接触すると仮定し、粒子と多角形領域の辺の距離、すなわち、Fig. 1(a)のように、粒子表面の Γ_s に関する最近傍点 P_1 と、そこからの Γ_s の辺 P_2P_3 に降ろした垂線の足 P_0 との距離として計算する。そして、 P_1 が辺 P_2P_3 を通過して互いに重なり合い、 g_N が負となったとき (Fig. 1(b))、粒子 p と Ω_s が接触したと判定する。

接触が生じた場合、式(1)の制約条件をペナルティ法で満足させる。本研究では、流体粒子と構造物間の摩擦を無視し、接触面 Γ_s に垂直な接触力、

$$\mathbf{t}_N = -\mathbf{t}_p \cdot \mathbf{n}_s = \mathbf{t}_s \cdot \mathbf{n}_s \quad (3)$$

のみを考える。ここで $\mathbf{n}_s$ は Γ_s の外向き単位法線ベクトルである。接触力の法線成分 t_N は、粒子 p と Ω_s の微小な貫入を考慮した上で法線方向の接触ペナルティ係数 p_N と法線ギャップ g_N を用いて

$$t_N = p_N g_N \quad (4)$$

と表し、これを接触力として粒子に作用させる。接触ペナルティ係数は計算が不安定化しない範囲で過大な貫入が生じないよう極力大きな値を用いる。

接触力に関する項を含め、支配方程式の弱形式の各項は線形化し、各時間ステップにおいて Newton-Raphson 法で反復的に解いている。

キーワード Material Point Method, 非圧縮粘性流体, 二次 B-spline 基底関数, TPIC, 越流, 自由表面流れ
 連絡先 〒739-0046 広島県東広島市鏡山 1-4-1 広島大学大学院 先進理工系科学研究科 TEL 082-424-7785

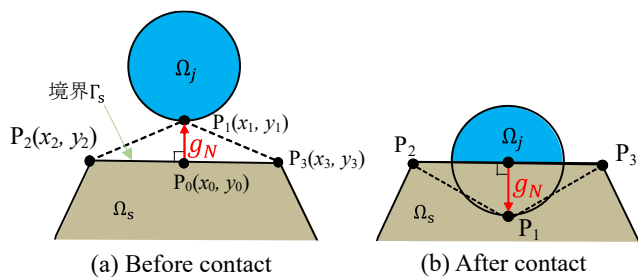


Fig. 1 Definition of particle-edge contact.

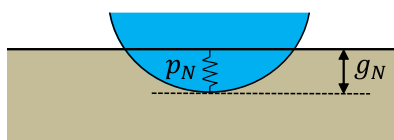


Fig. 2 Contact treatment with the penalty method.

3. 堤防越流実験の再現解析

河川堤防まわりの越流問題への安定化陰的 MPM の適用性を検討することを目的として, Fritz and Hager²⁾が行った堤防越流実験のうち, 上流の水深が 45 cm, 下流の水深が 22 cm のケースについて再現解析を行った。

解析モデルを Fig. 3 に示す. 幅 3.6 m, 高さ 0.6 m の解析領域に対し, 図に示す位置に堤防領域を指定し, 0.475 m から 0.50 m の高さに左端から 12 要素分だけ粒子を流入させる要素を設定した. 計算格子は 144 要素×24 要素とし, 流入粒子は一つの要素に 9 個とした. また, 下流側の水位を調整するために幅 0.1 m, 高さ 0.1 m の段差を設けた. 左端, 底面及び段差外部は free-slip 条件とし, 段差内部の節点は固定した. 時間増分 1.0×10^{-3} s とし 30,000 ステップ計算を行った. なお, 体積の保全性に関する安定化パラメータは $\alpha = 0.01$ とした. 本安定化処理に関する詳細は文献¹⁾を参照されたい。

Fig. 4 には段差部分を除いた幅 3.5 m, 高さ 0.6 m 領域における水の流入開始後 25.0, 27.5, 30.0 s の右向きを正とした流速分布と, 併せて赤線で実験²⁾で観測された水面形を示す. 堤防上流の水深は概ね 0.45 m で安定し, 天端で水深が低下しながら流れが加速した後, 法尻底面付近では比較的高い流速を示し, 水面では逆流が生じ水深が増大すると跳水が発生した. また, 堤防上流から法尻に至るまでの水面形を精度よく再現できている. 下端部の水深が時間的に変化し, やや大きくなっているため, 下流側が全体として深くなっている。

本解析では, 節点に対して境界条件を与えることによって段差を設け下流端の水深を調整しており, 要素サイズの都合上 0.025 cm 単位での調整しかできないため, 実験と完全に合わせる事が困難であるが, 概ね法

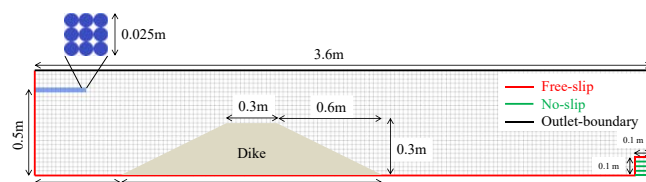
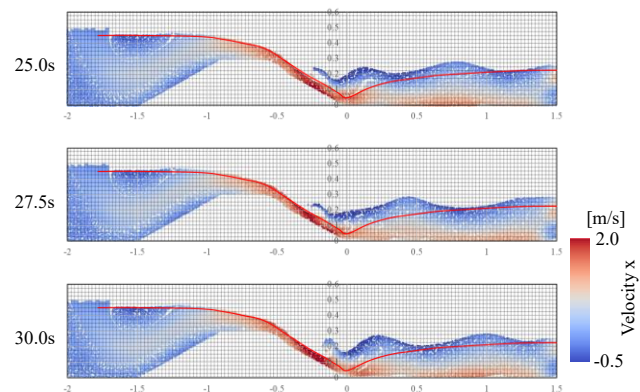


Fig.3 Analytical model of overtopping flow.

Fig. 4 Velocity distribution in x direction (red line: the water surface profile of the experiment by Frits and Hager²⁾)

尻から下流部での水深回復を再現できた. 以上の結果より, 堤防周りの浸透がない越流問題における妥当性を示すことができた。

4. まとめ

安定化陰的 MPM を用いて河川堤防の越流解析を行った. その結果, 堤防周りの水面形や跳水の様子を表現できた. より正確な再現解析を可能するには, 要素サイズの改善や下端部の水深の調整方法の改善が必要となる. 今後は堤防の越水および浸透に伴う盛土の変形, 侵食といった土との相互作用を考慮可能とするために固相の MPM との連成を進める。

5. 参考文献

- 1) 三原ら: 非圧縮性流体のための安定化陰的 MPM, 第 26 回応用力学シンポジウム, 2023 (投稿中).
- 2) Fritz and Hager: Hydraulics of embankment weirs, *J. Hydraul. Eng.*, Vol. 124, No. 9, pp. 963-971, 1998.
- 3) Nakamura et al.: Taylor particle-in-cell transfer and kernel correction for material point method, *Comp. Methods Appl. Mech. Engrg.*, Vol. 403, 115720, 2023.
- 4) Sulsky et al.: Application of a particle-in-cell method to solid mechanics, *J. Comput. Phys.*, Vol. 87, pp. 236-252, 1995.