

安定化陰的 MPM による河川堤防の越流・浸透解析

広島大学 学生会員 ○三原 康平
 広島大学 学生会員 川野 慎之介
 広島大学 正会員 橋本 涼太

1. 背景と目的

令和元年台風 19 号で決壊した千曲川をはじめとする越水による堤防の侵食・破堤に対し、「粘り強い河川堤防」の開発と適用が進められている。対策工の性能を評価するには、堤防への水の浸透・越流から盛土の変形や破壊に至る一連の現象を表現できる解析手法が有用だが、その方法論は確立されていない。本研究では、特に堤防盛土周辺の水の流れを対象に、非圧縮性流体の自由表面流れと浸透流の統一解析のための Material Point Method (MPM)¹⁾を用いて、河川堤防の越流・浸透解析を実施し、主に計算時間の面で適用性を検討する。

2. 非圧縮粘性流体のための安定化陰的 MPM

MPM²⁾は格子と粒子を併用した連続体の解析手法である。物体を粒子に分割し、質量等の物理量を背後に設けた有限要素メッシュの節点に投影して支配方程式の弱形式を解き、得られた運動学的変数を粒子に補間して移動させる。メッシュを時間ステップごとにリセットするため、要素のつぶれによる計算の破綻を生じることなく、盛土の崩壊や流体の自由表面流れのような連続体の大変形を扱える。

非圧縮性流体を対象とした MPM には、弱圧縮性を仮定した陽解法や、運動方程式と連続式を分離する半陰解法によるものがあつた。前者では CFL 条件による時間増分の制約があり、後者では後者は圧力のポアソン方程式の境界条件を与えるための自由表面粒子の探索が必要となる。そこで川野ら¹⁾は、時間増分の制約の小さい陰解法を用いて、かつ運動方程式と連続式を同時に解く一体型解法を採用し、安定化処理を施した安定化陰的 MPM を提案した。

安定化陰的 MPM ではラグランジュ表示の運動方程式と連続式それぞれの弱形式を MPM で空間離散化し、陰解法である Newmark の β 法で加速度と速度項を時間

離散化する。そして、変位と圧力を未知数として両式を連立して解く。ただし、本定式化では、係数行列が特異となり圧力振動が起こるため、Pressure Stabilizing Petrov Galerkin 法による安定化項を追加した。さらに、計算の過程で粒子が空間的に偏る見かけ上の体積圧縮の発生を回避するため、安定化 ISPH 法³⁾を参考に節点に支配領域（二次元では面積）を持たせ、節点周りの粒子配置から流体密度を評価した上で、本来の流体密度に近づくよう連続式に補正項を加えることで安定化を図った。

土中での浸透流の表現にあたり、本研究では土の変形は考慮せず、背景の有限要素メッシュに間隙率 n を与えることで擬似的に土の存在を定義した。このとき要素間で間隙率は不連続になるが、節点に隣接する要素の間隙率を平均した間隙率を与え、任意点での間隙率は節点値を形状関数で補間する。これにより土の内と外（間隙率 1.0）の境界を含め間隙率分布を滑らかにし、自由表面流れと浸透流がシームレスに接続される。流体粒子には節点から補間された間隙率から Kozeny-Carman 式で透水係数を算出し、その間隙率と透水係数、流体速度を用いてダルシー則に基づき計算される抵抗力を与えるとともに、連続式において間隙率とその勾配を考慮することで土中の浸透過程を表現可能にした。

以上の定式化で得られる連立方程式は次式となる。

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{\beta\Delta t^2}[M] + \frac{\gamma}{\beta\Delta t}[C] - \frac{\gamma}{\beta\Delta t}[M'] & -[K_v] \\ \frac{\gamma}{\beta\Delta t}[K_v]^T + \frac{\gamma}{\beta\Delta t}[K_v'] + \frac{1}{\beta\Delta t^2}[K_v^{stab}] & [K_p^{stab}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\Delta u_{nd}\} \\ \{p_{w,nd}\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{F'\} \\ \{\tilde{F}_p'\} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

ここで、 β と γ は Newmark の β 法のパラメータ、 $[M]$ は質量トリックス、 $[C]$ は粘性マトリックス、 $[M']$ は抵抗力マトリックス、 $[K_v]$ は変位と圧力の連成マトリックス、 $[K_v']$ は間隙率の勾配マトリックス、 $[K_v^{stab}]$ と $[K_p^{stab}]$ は PSPG 法による安定化マトリックス、 $\{F'\}$ と $\{\tilde{F}_p'\}$ はそれぞれ運動方程式と連続式の残差ベクトル、 $\{\Delta u_{nd}\}$ と $\{p_{w,nd}\}$ は各節点における変位増分と圧力である。

キーワード MPM, 陰解法, 河川堤防, 越流, 浸透

連絡先 〒739-0046 広島県東広島市鏡山 1 丁目 4-1 広島大学 工学部 TEL 082-424-7785

3. 河川堤防の越水・浸透解析

河川堤防を対象に実際に想定される時空間スケールでの越流・浸透仮定での適用性検討を行う。解析モデルを Fig. 1 に示す。モデルサイズは十勝川千代田実験水路を参考とし、幅 16 m、高さ 4 m の解析領域に対し、図に示す位置に堤防領域を指定し、堤防領域には間隙率 0.5、透水係数 1.0×10^{-5} m/s を与えた。左端 2.8 m から 3.0 m の高さに流入要素を設け越流水深がおおよそ 40 cm となるようにした。時間増分 1.0×10^{-2} s とし 1,080,000 ステップ、すなわち 3 時間分解析を行った。以上の条件設定は、国土交通省が近年の越水事例や堤防の被災状況、避難にかかる時間の研究などを踏まえて、越水に対して粘り強い河川堤防の技術開発目標として「越流水深 30 cm の状態で 3 時間の間堤防の損傷を抑制できる」ことを掲げている状況を反映したものである。

解析結果を Fig. 2 に示す。60 s 頃から越流が始まり、360 s 経過したあたりから流れは安定する。圧力分布に着目すると、堤体内外で連続した圧力が得られており、自由表面流れと浸透がシームレスに解析できていることがわかる。本解析では盛土の変形が考慮されていない

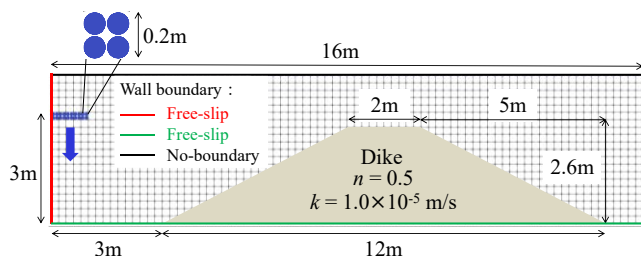


Fig. 1 Analytical model for overtopping/seepage flow.

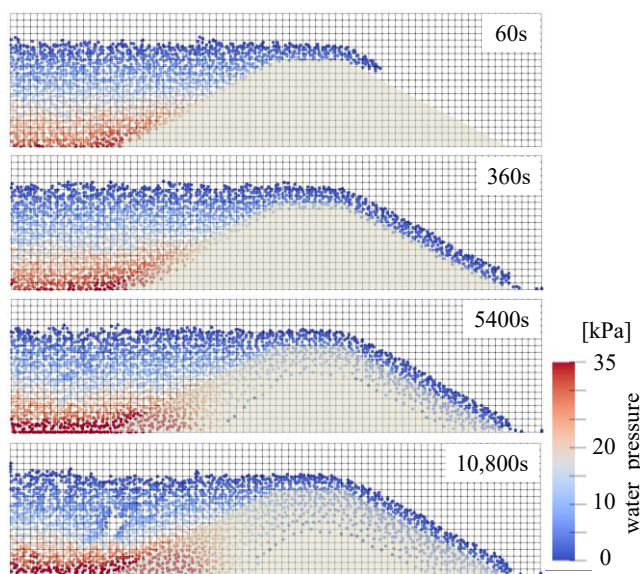


Fig. 2 Analysis results up to 3 hours.

が、実際には表面に被覆等のない土堤を対象とした模型実験を行うと、早い段階で表面の侵食が起こり、水面形を正確に追うことは困難である。よってここで解析された水面形の妥当性の検証方法は今後の課題である。

ここで、10,800 s で見られる堤防上流の水中の空隙に着目する。本現象はここに示していない時間においても時折出現した。これは瞬間的に節点周りの粒子が密集し体積の保存性に関する安定化が大きく働いたためだと考えられる。そのため、安定化のためのパラメータを状況に応じアダプティブに設定する方法の必要性が示唆される。一方で、計算全体を通して、先にも述べた通り水圧の分布は安定しており、越流と浸透の様子も表現できた。今回行った 3 時間分の解析の所要時間は、530,677 s (およそ 6 日と 3 時間半) であり、十分に実用的であると言える (本論文において解析は、プロセッサ: 12th Gen Intel(R) Core(TM) i7-12700H, クロック周波数: 2.70 GHz, メインメモリ容量: 16.0 GB の環境で並列化をせず行った)。また、開発手法は陰解法に基づいており、粒子が 1 ステップの間に 1 要素以上移動しないように時間増分を設定すれば安定して解析を実行できる。よって、実大の堤防のように空間スケールが大きくなるほど優位性が増す可能性がある。また今後、並列化処理を施すことでさらなる効率化が期待できる。

4. まとめ

浸透流を考慮した安定化陰的 MPM を用いて河川堤防の越流・浸透解析を行った。土の変形を考慮しない本手法では妥当性の検証方法は課題であるが、陰解法に基づく本手法のポテンシャルを十分に示すことができた。今後は並列計算を導入しさらなる効率化を図り、盛土の侵食を考慮するため固相 MPM との連成を進める。

5. 参考文献

- 1) 川野ら: 安定化陰的 MPM による自由表面流れと浸透流の同時解析, 第 58 回地盤工学研究発表会, 2023. (投稿中)
- 2) Sulsky *et al.*: A particle method for history-dependent materials, *Comput. Methods App. Mech. Eng.*, Vol. 118, No. 1-2, pp. 179-196, 1994.
- 3) Asai, M. *et al.*: A stabilized incompressible sph method by relaxing the density invariance condition, *J. Appl. Math.*, Vol. 2012, Article ID 139583, 2012.