

山岳トンネルにおける地山変位計測結果の Voigt モデルによる再現法 最小二乗法（直接法）の提案

鉄建建設（株） 正会員 ○宇田 誠, 植村 義幸, 舟橋 孝仁, 梨本 裕
東京都立大学 正会員 砂金 伸治

1. はじめに

山岳トンネルでは、施工中や供用中に変位がなかなか収束せず、対策工の検討が必要になる場合がある。このような場合には、将来変位をなるべく正確に予測するために、計測結果の再現式を求め、それを将来変位予測式として活用する場合が多い。

筆者らは前報¹⁾において、山岳トンネルにおける地山変位計測結果を Voigt モデル²⁾により再現する方法として、2点法を提案し、有用性が高いことを明らかにした。その際、2点法と比較したのは、地山変位を変位速度に換算して最小二乗法を適用する変位速度法とクリープ係数のどちらかを想定して最小二乗法を適用するクリープ係数固定法であった。

しかし、変位速度法は、直接速度そのものを計測することは不可能であり、変位の計測結果から差分により速度に換算しなければならないことから、誤差が大きくなる恐れがある。また、クリープ係数固定法は、2つのクリープ係数のうちのどちらか1つを過去の事例や計測結果に基づいて想定するため、客観性に欠ける場合があると考えられる。

そこで、変位から速度に換算することなく、また、クリープ係数の1つを想定することなく、解析解をそのままモデル関数として最小二乗法を直接的に適用する手法（以降、直接法と称する）を提案し、前報にて提案した2点法と直接法を比較検討して、その有用性を検証した。

2. 直接法

Voigt モデルの解析解は、式(1)になる。

$$\delta = \alpha \cdot (1 - e^{-\beta \cdot t}) \quad (1)$$

δ : 変位, α (収束変位) = $R \cdot \sigma / E$, $\beta = E / \eta$, t : 時間,
 σ : 作用応力(一定), E : バネの弾性係数,
 η : ダッシュポットの粘性係数, R : トンネル半径
この解析解をそのままモデル関数とすると、計測結

果(t_i, δ_i)に対するモデル関数の誤差の二乗和 S は式 (2) で表される。

$$S = \sum_{i=1}^n [\delta_i - \alpha \cdot (1 - e^{-\beta \cdot t_i})]^2 \quad (2)$$

$dS/d\alpha = 0$ より、式 (3) が得られる。

$$\alpha = \sum_{i=1}^n [\delta_i \cdot (1 - e^{-\beta \cdot t_i})] / \sum_{i=1}^n (1 - e^{-\beta \cdot t_i})^2 \quad (3)$$

$dS/d\beta = 0$ より、式 (4) が得られる。

$$\sum_{i=1}^n [\delta_i - \alpha \cdot (1 - e^{-\beta \cdot t_i})] \cdot t_i \cdot e^{-\beta \cdot t_i} = 0 \quad (4)$$

式 (4) に式 (3) の α を代入すると、未知数が β だけの方程式が得られる。この方程式を $F(\beta)$ とおいて、 $F(\beta) = 0$ となる β を二分法により求める。

なお、ここで二分法を採用したのは、前報と同じ理由である。二分法による計算手順を以下に示す。

- 1) $F(\beta_L) \times F(\beta_U) < 0$ を満足する β の下限値 β_L と上限値 β_U を求める。求める解は、 $\beta_L < \beta < \beta_U$ 区間に存在する。
- 2) 下限値 β_L と上限値 β_U の中間値 β_M に対応する $F(\beta_M)$ の計算をする。
 $\cdot F(\beta_L) \times F(\beta_M) < 0$ であれば、求める解は $\beta_L < \beta < \beta_M$ 区間に存在する。
 $\Rightarrow$ 中間値 β_M を新たな上限値 β_U として 3) へ進む。
 $\cdot F(\beta_L) \times F(\beta_M) > 0$ であれば、求める解は $\beta_M < \beta < \beta_U$ 区間に存在する。
 $\Rightarrow$ 中間値 β_M を新たな下限値 β_L として 3) へ進む。
- 3) β の下限値 β_L と上限値 β_U の差を予め定めた規格値と比較し確認する。規格値以内であれば、中間値 β_M が求める β であり、4) に進む。
 $\Rightarrow$ 規格値を超える場合は 2) へ戻り、規格値以内になるまで繰り返す。
- 4) 求めた β を式 (3) に代入し、 α を求めれば、計測結果の再現式が得られる。

キーワード 山岳トンネル, Voigt モデル, 最小二乗法, 2点法, 直接法, 二分法

連絡先 〒101-8366 東京都千代田区神田三崎町 2-5-3 鉄建建設(株) 土木本部 TEL : 03-3221-2131

3. 施工事例に基づく計測結果の再現

公表されたインバート変位計測結果図³⁾から表-1に示すように計測結果を読み取った。

この計測結果に対して、変位速度法、クリープ係数固定法および2点法により求めた再現曲線と今回提案した直接法により求めた再現曲線を比較すると、図-1に示すようになる。

なお、変位速度法では、 $V_i = (\delta_i - \delta_{i-1})/\Delta t$ として変位から速度に換算した。クリープ係数固定法では、収束変位 α を100、200mmと想定して β を求めた。また、2点法では、20日後と40日後の計測結果を再現曲線の通過点とした。

2点法と直接法による再現曲線は、良く一致しているが、変位速度法、クリープ係数固定法による再現曲線との差異も小さい。

そこで、40日後以降の予測変位を比較したのが図-2である。2点法と直接法による予測結果がよく一致していることが分かる。

α 、 β の計算結果を表-2に示す。直接法による収束変位 α は125.7mmであり、2点法による収束変位は、126.9mmであったが、変位速度法、クリープ係数固定法による予測変位との差異は大きい。このことから、直接法および2点法は、計測結果を再現できるとともに、将来変位を一定の精度で予測できる可能性があることを示す結果となった。

4. おわりに

山岳トンネルにおける地山変位計測結果をVoigtモデルにより再現する方法を比較検討した。特に筆者らがこれまでに提案した2点法と本報で提案した直接法とで比較を行ったところ、再現結果および予測結果はよく一致した。一方で、変位速度法とクリープ係数固定法による予測結果との差異は大きい結果となった。計測結果を再現できたことが将来変位の予測の信頼性を保証するわけではないが、最小二乗法を適用する場合は、直接法を適用する場合は精度の向上につながる可能性があると考えられる。最新の計測結果や特徴的な計測結果を重視したい場合には、2点法を適用し、計測結果の重み付けが困難な場合には、直接法を適用するのがよいと考えられる。

表-1 インバート変位計測結果

経過日数(日)	10	20	30	40
計測結果(mm)	20. ⁰	36. ⁵	50. ⁰	62. ⁵

表-2 α 、 β 計算結果一覧表

	変位速度法	クリープ係数固定法		2点法	直接法
		α	α		
α (mm)	142. ⁹	100. ⁰	200. ⁰	126. ⁹	125. ⁷
β (1/日)	0. ⁰¹⁶¹	0. ⁰²³⁸	0. ⁰⁰⁹⁶	0. ⁰¹⁷⁰	0. ⁰¹⁷¹

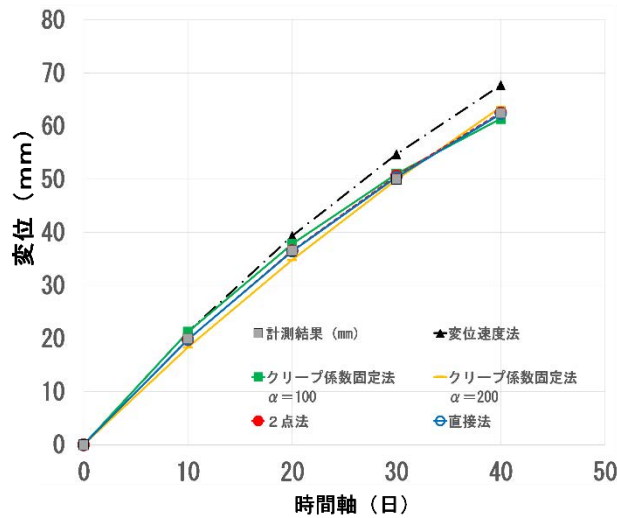


図-1 地山変位計測結果の再現

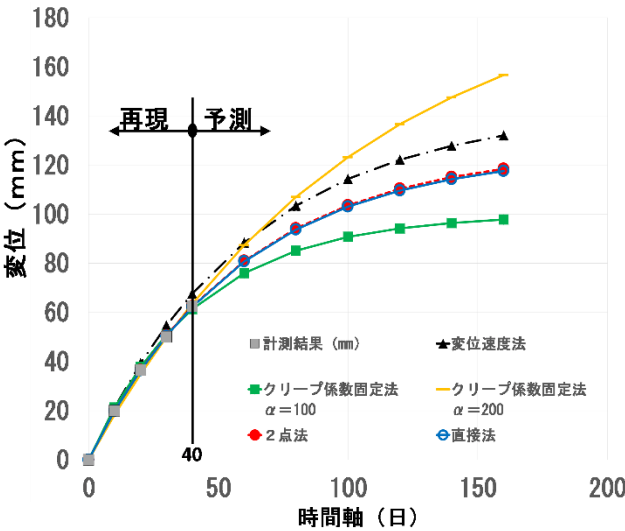


図-2 地山変位計測結果の再現と将来変位予測

参考文献

1) 宇田誠, 舟橋孝仁, 植村義幸, 梨本裕, 砂金伸治: Voigtモデルを用いた2点法による地山変位の予測に関する考察, 土木学会, 第77回年次学術講演会, 2022

2) 土木学会岩盤力学委員会: トンネルの変状メカニズム, 土木学会, pp.135-166, 2003

3) 宮沢一雄, 木梨秀雄, 秋山剛史, 伊藤哲, 奈良田恵佐: インバート変位の長期予測と解析による対策工の検討, 土木学会, トンネル工学報告集, 第28巻, I-24, 2018