

地盤の幾何学的非線形性に起因して超高拘束圧作用下で生じる座屈褶曲の形成機構の理解

名古屋大学 正会員 ○豊田 智大
フェロー会員 野田 利弘
東京電力 非会員 大西 和也

1. はじめに

構造地質学分野において「褶曲」は最も代表的な地形のひとつである。褶曲は、図1のように地盤が波打つように変形する地形変状のことを指し、特に圧縮の作用による褶曲は「座屈褶曲」と呼ばれ、曲げの作用により生じる「曲げ褶曲」と区別される。著者らは、特に座屈褶曲の発生機構について、地盤の有限変形に伴う増分型剛性方程式の接線剛性マトリクスの固有値変化に着目して考察を行ってきた。別報²⁾では、材料分野において知られる弾性基板上の薄膜において形成される「しわ」との類推から、非一様な剛性を有する堆積地盤における座屈褶曲の発現と部材長非依存の波長の出現について、高次モードが低次モードより先にゼロ固有値を達成した帰結として説明可能であること示してきた。本稿では、褶曲が発生するプレート沈み込み帯の地盤のように、対象領域が「超高拘束圧作用下」にある場合は、たとえ対象とする堆積層の剛性が一様であったとしても、つり合い方程式の増分型をとる際に領域の幾何形状変化により生じる「移流項」の存在に起因して、高次モードの座屈褶曲の発現が説明されうること示す。

図1 座屈褶曲の例¹⁾

2. 接線剛性マトリクスの移流項が固有値に与える影響

解析に先立ち、領域の幾何形状の変化により生じる「移流項」が接線剛性マトリクスに与える影響について考察する。単相連続体の運動方程式は

$$\rho \dot{\mathbf{v}} = \text{div} \mathbf{T} + \rho \mathbf{b} \quad (1)$$

と書ける。ここに、 ρ は密度、 $\mathbf{v}$ は速度ベクトル、 $\mathbf{T}$ はCauchy 応力テンソル、 $\mathbf{b}$ は単位質量当たりの物体力ベクトルを表す。増分型解法においては、式(1)の体積積分の物質時間微分から導出される運動方程式の速度型

$$\rho \dot{\mathbf{v}} = \text{div} \dot{\mathbf{S}}_t, \quad \dot{\mathbf{S}}_t = \dot{\mathbf{T}} + (\text{tr} \mathbf{D}) \mathbf{T} - \mathbf{T} \mathbf{L}^T \quad (2)$$

を時空間離散化して解くこととなる。ここに、 $\dot{\mathbf{S}}_t$ は公称応力速度ベクトルで表記は Yatomi et al.³⁾にしたがっている。客観応力速度テンソル（以下は Green Naghdi rate）と構成式（歪弾性 Hooke 則）は次式で与える。

$$\dot{\mathbf{T}} = \dot{\mathbf{T}} + \mathbf{T} \boldsymbol{\Omega} - \boldsymbol{\Omega} \mathbf{T}, \quad \dot{\mathbf{T}} = \mathcal{L}[\mathbf{D}] \quad (3)$$

ここに、 $\boldsymbol{\Omega} = \dot{\mathbf{R}} \mathbf{R}^T$ は物質スピントル、 $\mathbf{R}$ は変形勾配テンソルを極分解して得られる直交テンソル、 $\mathcal{L}$ は線形作用素、 $\mathbf{D}$ は速度勾配テンソル $\mathbf{L}$ の対称成分であるストレッチングテンソルである。式(2)の速度型運動方程式に式(3)を代入すると、

$$\rho \dot{\mathbf{v}} = \text{div} \{ \mathcal{L}[\mathbf{D}] + (\text{tr} \mathbf{D}) \mathbf{T} - \mathbf{T} \mathbf{L}^T - (\mathbf{T} \boldsymbol{\Omega} - \boldsymbol{\Omega} \mathbf{T}) \} \quad (4)$$

となり、同式を弱形式化・有限要素離散化して得られる接線剛性マトリクス $\mathbf{K}$ の具体形は次式となる。

$$\mathbf{K} = \int_V \{ [\mathbf{B}]^T [\mathbf{D}] [\mathbf{B}] + [\mathbf{N}']^T [\mathbf{T}] [\mathbf{N}'] \} dv \quad (5)$$

式(5)の右辺第2項 $[\mathbf{N}']^T [\mathbf{T}] [\mathbf{N}']$ は、式(1)の運動方程式の速度型を導出する際に領域の幾何形状の変化に起因して生じる移流項であり、式(3)の公称応力速度の第2項と第3項 $(\text{tr} \mathbf{D}) \mathbf{T} - \mathbf{T} \mathbf{L}^T$ に由来する。この移流項は、配置の変化を無視する微小変形解析においては出現せず、また、有限変形解析であっても、無応力状態 $(\mathbf{T} = \mathbf{0})$ では接線剛性マトリクス $\mathbf{K}$ に対して一切影響しない。一方、解析初期の無変形状態であっても、初期応力に応じて接線剛性マトリクスの成分および固有値の値は異なる。

キーワード 座屈褶曲, 分岐, 有限変形, 不安定, 固有値解析, 有限要素法

連絡先 〒464-8603 愛知県名古屋市千種区不老町 TEL 052-789-5072

3. 解析条件

解析は地盤の有限変形解析コード **GEOASIA** による。地層中の単一のコンピテント層を想定し、図2のような長方形有限要素メッシュの両端に十分小さい一定の水平変位速度を与えた際の一様圧縮を解く。増分型変形解析と並行して、接線剛性マトリクスKの固有値解析を行い、各モードの固有値変化を追跡する。初期応力として、Case 1: 無応力状態 (0 kPa), Case 2: 超高等方応力状態 (20000 kPa) の2種類を与えて解析を行った。幾何学的初期不整を導入した場合、あるいは数値誤差の累積が無視できない場合には、最初にゼロ固有値を達成するモードの変形が卓越することとなるが、ここでは完全系（一様変形の経路）での固有値変化に着目することとした。

4. 解析結果

Case 1, Case 2 の一様変形中の各固有モードの固有値の変化を図3(a), (b)にそれぞれ示す。Case 1 では、解析初期（軸ひずみ 0%）における固有値は（恒等的にゼロ固有値をとる剛体変位モードを除き）いずれのモードに対しても正であるが、変形に伴い、低次モードから順にゼロ固有値を達成してゆく（Euler 座屈）。これに対し、初期超高等方圧を与えた Case 2 では、解析初期から低次モード（Mode 1~5）は負固有値をとり、その後の圧縮過程においても正值に転じないことが確認される。これにより、初めてゼロ固有値を経験し分岐を生じるのは高次モード（Mode 6）である。本稿では紙幅の都合上割愛するが、Case 2 において、幾何学的初期不整としてホワイトノイズを与えた不完全系の解析を実施すると、確かに Mode 6 の波長の褶曲が発現することを確認している。なお、本稿では一様変形中の固有値変化のみを対象としたため客観応力速度のスピン項 ($\mathbf{T}\boldsymbol{\Omega} - \boldsymbol{\Omega}\mathbf{T}$) の影響は無視できるが、一般にはこれらの項も接線剛性マトリクスKおよびその固有値の変動に寄与しうることを指摘しておく。

5. おわりに

変形に伴う系の接線剛性マトリクスの固有値と固有モードの推移を調べ、コンピテント層における高次モードの発現が高拘束圧条件下での有限変形に伴う移流項の影響により説明されうることを示した。

謝辞 本研究は、科学研究費補助金（基盤研究(B)：課題番号 22H01586）の補助を受けて実施した。

参考文献

- 1) The Geological Society: Millook Haven, <https://www.geolsoc.org.uk/GeositesMillook>, 2023/3/30 閲覧
- 2) 野田・豊田・大西 (2023), 分岐理論に基づく剛性の異なる..., 第 58 回地盤工学研究発表会, 投稿予定.
- 3) Yatomi, C. et al. (1989): General theory of shear bands formation by a non-coaxial Cam-clay..., S&F, 29(3), 41-53.

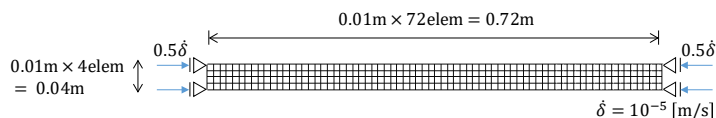
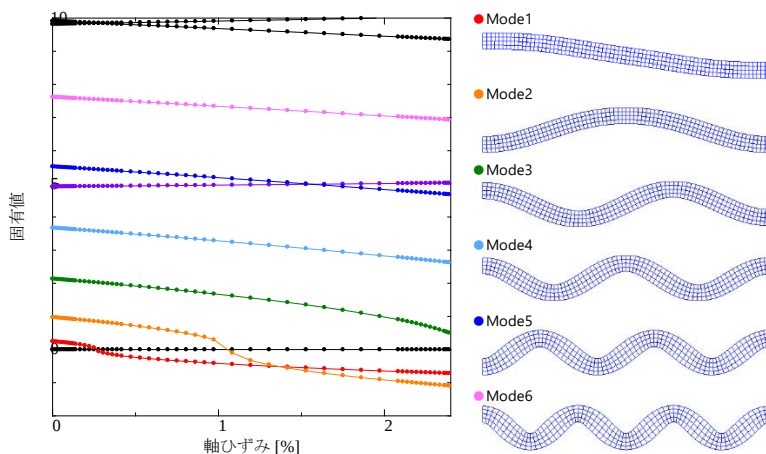
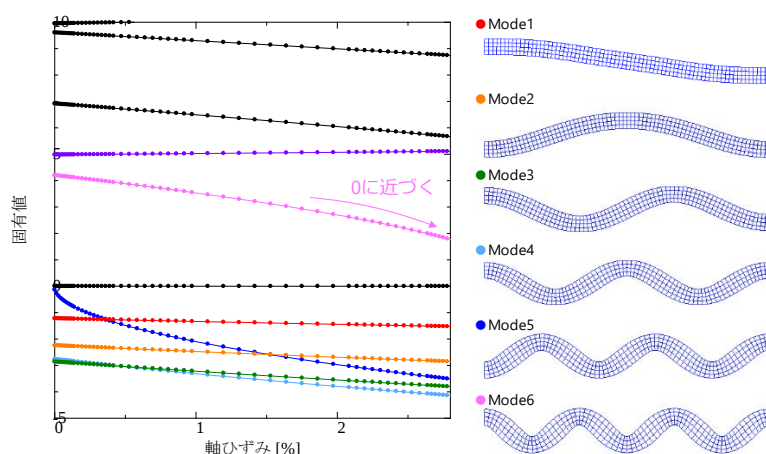


図2 有限要素メッシュ



(a) Case 1 (初期等方圧 : 0 kPa)



(b) Case 2 (初期等方圧 : 20000 kPa)

図3 各固有モードの固有値変化