

## 気圧波によって生成される表面波及び内部波の数値解析

鹿児島大学 正会員 柿沼 太郎

1. 研究の目的: 東シナ海や琵琶湖といった, 様々な水域で観測される内部波では, 水中の密度比が表面波ほど大きくないため, 大きな波高が現れ得る. こうした内部波の発生源として, 例えば, 潮流が挙げられるが<sup>1)</sup>, 発生源が不明な場合も多い. そこで, 本研究では, 水面上を伝播する気圧波によって内部波が生成される場合を考える. 台風といった気象に起因する気圧波によって, 水域に内部波が生成される場合である<sup>e.g. 2), 3)</sup>. 微気圧波は, 気象津波を世界各地で発生させており, 例えば, 九州西岸域では, 「あびき」と呼ばれる気象津波がしばしば観測されている<sup>e.g. 4)</sup>. その発生機構は, Proudman共鳴<sup>5)</sup> であり, 2022年 Hunga Tonga–Hunga Ha`apai火山噴火による気圧波も, Proudman 共鳴によって津波を生成・増幅したと考えられる<sup>e.g. 6)</sup>. ここでは, 微気圧変位を有する気圧波による, 表面波及び内部波の発生・増幅に関して, 非線形浅水モデルを用いて調べる.

2. 数値解析の手法及び条件: 図-1 に示すような2層の水域における非粘性・非圧縮性流体の非回転運動を対象とする. ここで, 上・下層の静水深をそれぞれ  $h_1(x)$  及び  $h_2(x)$  とし,  $h(x) = h_1(x) + h_2(x)$  とする. また, 上・下層の密度がそれぞれ一様で  $\rho_1$  及び  $\rho_2$  であるとする. 水面変動, 界面変動及び底面位置をそれぞれ  $\zeta(x, t)$ ,  $\eta(x, t)$  及び  $b(x)$  とし, これら境界面における摩擦を考えない. 上・下層の速度ポテンシャルをそれぞれ  $\phi_1(x, t)$  及び  $\phi_2(x, t)$  として, 水面に作用する圧力  $p_0(x, t)$  を考慮した, 速度ポテンシャルに関する非線形浅水方程式は, 次式のように表わされる.

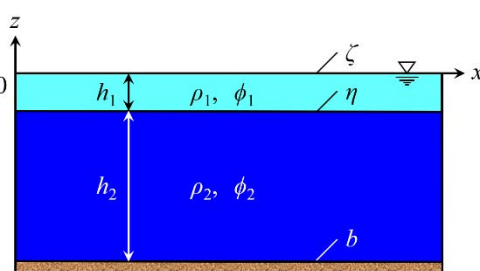


図-1 2層の水域

$$\text{第1層: } \quad \partial\eta/\partial t = \partial\zeta/\partial t + \nabla[(\zeta - \eta)\nabla\phi_1] \quad (1), \quad \partial\phi_1/\partial t = -[g\zeta + p_0/\rho_1 + (\nabla\phi_1)^2/2] \quad (2)$$

$$\text{第2層: } \quad \partial\eta/\partial t = -\nabla[(\eta - b)\nabla\phi_2] \quad (3), \quad \partial\phi_2/\partial t = -[g\eta + (p_1 + P_2)/\rho_2 + (\nabla\phi_2)^2/2] \quad (4)$$

ここで,  $\nabla = (\partial/\partial x, \partial/\partial y)$  は, 水平方向の微分演算子である. また,  $g$  は, 重力加速度であり,  $9.8 \text{ m/s}^2$  とする. そして,  $p_1(x, t)$  は, 界面における圧力であり,  $P_2 = (\rho_2 - \rho_1)gh_1$  である.

式(3) を式(1) に代入して, 次式を得る.

$$\zeta/\partial t = -\{\nabla[(\zeta - \eta)\nabla\phi_1] + \nabla[(\eta - b)\nabla\phi_2]\} \quad (5)$$

ところで, 第1層において,  $z$  に関する積分の向きを逆にすると, 次式の補助方程式が得られる.

$$\partial\phi_1/\partial t + g\eta + p_1/\rho_1 + (\nabla\phi_1)^2/2 = 0 \quad (6)$$

式(6) は,  $z = \eta$  上で成り立つ Bernoulli の式に相当する. 式(6) に, 式(2) を代入して, 式(7) が得られる.

$$p_1 = p_0 + \rho_1 g(\zeta - \eta) \quad (7)$$

式(7) は, 静水圧分布を表わす. 式(7) を式(4) に代入して, 次式を得る.

$$\partial\phi_2/\partial t = -[g\eta + p_0/\rho_2 + r^{-1}g(\zeta - \eta) + (1 - r^{-1})gh_1 + (\nabla\phi_2)^2/2] \quad (8)$$

ここで,  $r = \rho_2/\rho_1 > 1$  である. また, 式(4) 及び (6) より  $p_1$  を消去して, 次式を得る.

$$\partial\phi_1/\partial t - r\partial\phi_2/\partial t = (r - 1)g(\eta + h_1) - [(\nabla\phi_1)^2 - r(\nabla\phi_2)^2]/2 \quad (9)$$

本研究では,  $x$  軸方向の1次元伝播問題を対象とし, 空間に中央差分, 時間に前進差分を用いて, 上式を有限差分法によって陽的に解いた. ここでは, 水面上の  $p_0$  が既知で,  $\zeta$  が未知である場合を対象としたため, 静水状態を初期状態として, 次のような手順を繰り返して, 新しい時間ステップの値を次々に求めた. すなわち, 式(2) より,  $\phi_1$  を求め, 式(5) より  $\zeta$  を求め, 式(8) より  $\phi_2$  を求め, そして, 式(3) より  $\eta$  を求め, これを繰り返した. なお,  $p_0$  が未知で  $\zeta$  が与えられる場合には, 式(1) より  $\eta$  を求め, 式(9) より  $\phi_2$  を求め, 式(3) より  $\eta$  を求め, そして, 式(9) より  $\phi_1$  を求め, これを繰り返せばよい.

キーワード 表面波, 内部波, 気圧波, Proudman 共鳴, 非線形浅水モデル

連絡先 〒890-0065 鹿児島市郡元 1-21-40 鹿児島大学学術研究院理工学域 Phone: 099(285)8467

図-2 に示すような定常な気圧波  $W$  が、一定速度  $v_p$  で  $x$  軸の正の方向に移動すると仮定した。気圧波の波形は、変形しない二等辺三角形であるとし、この底辺の長さ、すなわち、気圧波の波長  $\lambda$  を 10 km とし、高さ、すなわち、気圧の最大値  $p_{\max}$  を 2 hPa とした。また、初期時刻  $t = 0$  s における気圧波の先端の位置を  $x_0 = 55$  km とした。

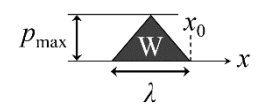


図-2 気圧波の波形

上層及び下層の密度をそれぞれ  $\rho_1 = 1000 \text{ kg/m}^3$  及び  $\rho_2 = 1025 \text{ kg/m}^3$  とした。また、水平床上を考え、静水深  $h$  を 5000 m とし、静水深比  $h_1/h$  を 0.2 とした。そして、速度ポテンシャルの初期値  $\phi_1(x, 0 \text{ s})$  及び  $\phi_2(x, 0 \text{ s})$  をともに  $0 \text{ m}^2/\text{s}$  とし、計算格子間隔  $\Delta x$  を 250 m、計算時間間隔  $\Delta t$  を 1 s とした。

3. 主として表面波モードが励起される場合：線形浅水波の表面波モードの位相速度  $C_s$  は、 $\sqrt{gh} \approx 220 \text{ m/s}$  である。気圧波の進行速度  $v_p$  を  $C_s$  に比較的近い 207 m/s とした場合の気圧分布、水面形及び界面形の時間変化を図-3 に示す。ここで、 $100 \text{ s} \leq t \leq 1000 \text{ s}$  における結果を 100 s 毎に描いている。表面波モードの峰と谷が Proudman 共鳴により励起され、 $t = 1000 \text{ s}$  では、このうち、谷が拘束され、峰が自由波として伝播している。

4. 内部波モードが励起される場合：表面波の存在を無視して算出した線形浅水波の内部波モードの位相速度  $C_i$  は、 $C_i = \sqrt{(\rho_2 - \rho_1)gh_1h_2/(\rho_2h_1 + \rho_1h_2)} \approx 14 \text{ m/s}$  である。時間  $0 \text{ s} \leq t < 1000 \text{ s}$  において、気圧波の進行速度  $v_p$  を  $C_i$  とほぼ等しく 14 m/s とし、その後、 $t \geq 1000 \text{ s}$  において、気圧波を停止させ、気圧分布を停滞させた場合の、気圧分布、水面形及び界面形の時間変化を図-4 に示す。ここで、 $200 \text{ s} \leq t \leq 2000 \text{ s}$  における結果を 200 s 毎に描いている。内部波モードの内部波が、Proudman 共鳴により励起されており、特に、峰の増幅が顕著である。他方、内部波モードの表面波は、殆ど見られない。

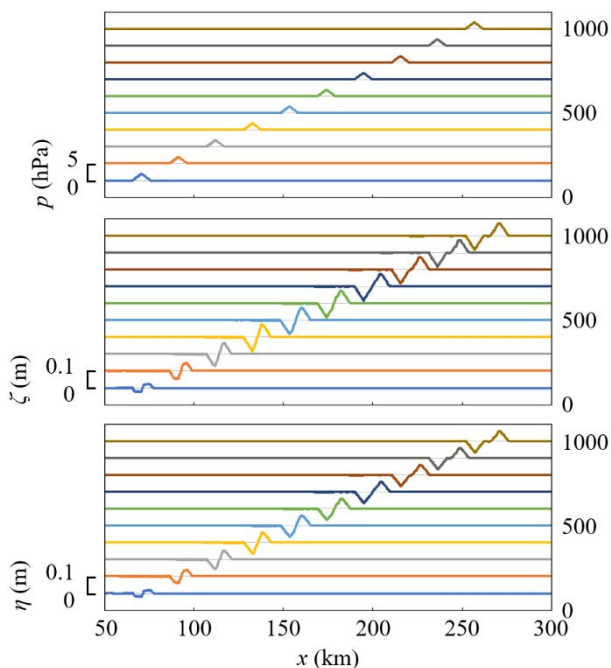


図-3 気圧分布、水面形及び界面形の時間変化  
( $h = 5000 \text{ m}$ ,  $h_1/h = 0.2$ ,  $v_p = 207 \text{ m/s}$ )

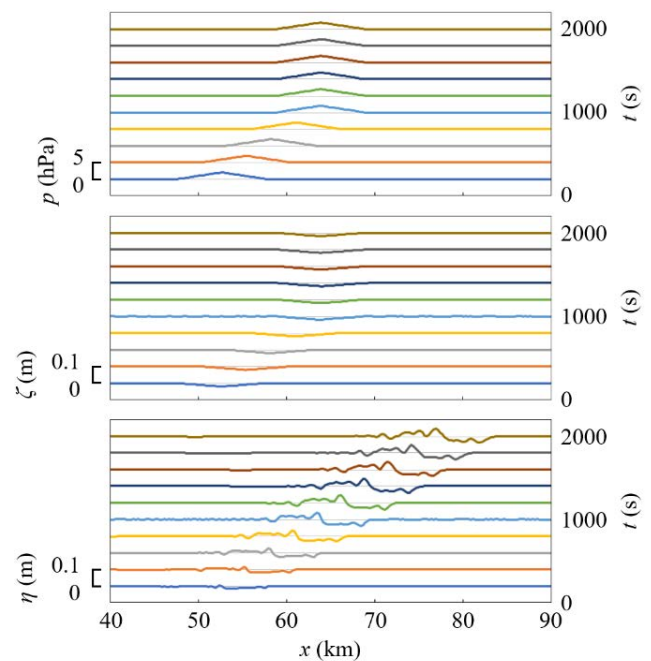


図-4 気圧分布、水面形及び界面形の時間変化  
( $h = 5000 \text{ m}$ ,  $h_1/h = 0.2$ ,  $v_p = 14 \text{ m/s}$ )

#### 参考文献

- 1) Hibiya, T.: The generation of internal waves by tidal flow over Stellwagen Bank, Journal of Geophysical Research, 93, 533–542, 1988.
- 2) Geisler, J. E.: Linear theory of the response of a two layer ocean to a moving hurricane, Geophysical and Astrophysical Fluid Dynamics, 1(1–2), 249–272, 1970.
- 3) Dotsenko, S. F.: Generation of long internal waves in the ocean by a moving pressure zone, Soviet Journal of Physical Oceanography, 2(3), 163–170, 1991.
- 4) Kakinuma, T.: Long-wave generation due to atmospheric-pressure variation and harbor oscillation in harbors of various shapes and countermeasures against meteotsunamis, In Natural Hazards—Risk, Exposure, Response, and Resilience, Tiefenbacher, J., Ed., InTech, 81–109, 2019.
- 5) Proudman, J.: The effects on the sea of changes in atmospheric pressure, Geophysical Journal International, 2(s4), 197–209, 1929.
- 6) Kakinuma, T.: Tsunamis generated and amplified by atmospheric pressure waves due to an eruption over seabed topography, Geosciences, 12(6), 232, 17 pages, 2022.