

砂州の発生・発達過程における Péclet 数

新潟大学工学部工学科

新潟大学大学院自然科学研究科

新潟大学大学院自然科学研究科

新潟大学災害・復興科学研究所

学生会員○住谷 翼

学生会員 関 翔平

学生会員 大泉 尚紀

正会員 安田 浩保

1. はじめに

細砂や礫で構成される河川の底面には周期的な起伏形状が自発的に形成される。この起伏は河床波と呼ばれ、起伏形状の幾何学的な規模に基づき3つに分類される。主に中流域に位置する河川の底面には、河床波のうちで最も大きな砂州が発生・発達する。砂州の波高が発達すると洪水流が影響を受け、越流の危険性を助長したり、堤防を侵食したりするなどの要因となる。近年、自然災害の激甚化が著しく、ますます河床波の理解が重要である。

これまでの研究により、一定の川幅以上となると初期に与えた平坦床から砂州が自発的に発生することが解明¹⁾されている。しかし、なぜある川幅以上となった時に砂州が発生するかについて、流体力学的な観点から明瞭な説明はされていない。

砂州が周期的な幾何学的形状となることに着目し、砂州を波動現象の一種と見做すと、波動論に立脚した数理モデルを構築できる。このモデルの一つとして、砂州の幾何学形状の流下現象の記述に適した移流拡散方程式が導出されている²⁾。この方程式における移流項と拡散項は、それぞれ流下と拡散の各々の度合いを示す。移流項と拡散項に付与される移流速度と拡散係数の比率は、Péclet 数 (Pe) と呼ばれる。地球物理学の分野では、河川の源流域における一本の谷筋が河道網に発達するか否かを Pe に基づき説明できるとされている³⁾。この成果を応用することで、砂州の流下や変形を記述できる移流拡散方程式における移流速度と拡散係数によって、砂州の発生条件やその機構についての流体力学的な説明ができることが期待される。

本研究では、 Pe に基づく砂州の発生機構についての流体力学的な説明に向け、まず、砂州の発生と発達過程における Pe の時間と空間の変化を定量的に示し、その上でこれらの Pe と砂州の幾何学的形状との対応関係について考察した。

2. 模型実験の概要と解析手法

(1) 実験条件

実験は、全長 12 m、水路幅 B が 0.45 m の直線単矩形断面水路を用いた。また、実験水路のうち移動床区間を約 10 m とし、平均粒径 0.76 mm の 4 号珪砂を厚さ 5 cm で敷き詰め、初期形状は平坦床とした。供給流量 Q は 1.7 L/sec を定常で与え、無給砂により実験を行った。

初期条件は、黒木ら⁴⁾の砂州の領域区分図を参考に単列砂州発生条件とした。実験は砂州の発達速度が異なる2条件で行い、それぞれの条件を表-1に示す。表中の I は

表-1 模型実験において設定した初期の水利条件

条件	$BI^{0.2}/h_0[-]$	$\tau_*[-]$	$Fr[-]$	$I[-]$	$h_0[m]$
1	15.0	0.077	0.977	1/120	0.012
2	27.7	0.068	1.095	1/80	0.007

底面勾配, h_0 は等流水深, τ_* は無次元掃流力, Fr はフルード数である。また、実験では Stream Tomography(ST)⁵⁾を用いて水面と底面を1分間隔で計測した。この時の空間分解能は $1 \times 1 \text{ cm}^2$ であり、通水は目視によって砂州が平衡状態に達したと判断できるまで行った。

(2) 解析手法

Ishihara and Yasuda²⁾は、河床波は連続関数であると仮定し底面位に関する移流拡散方程式を導出した。そして、同式中の移流項に付与される移流速度が砂州の移動速度に一致することを示している。同式中において、河床波の縦断方向移流速度 M_x 、拡散係数 D をそれぞれ以下のように定式化している。

$$M_x = \frac{4(\tau_* - \tau_{*c})^{1/2} \sqrt{sgd^3} I_e G}{sd(1 - \lambda)} \quad (1)$$

$$G = \frac{u}{V} - \frac{\gamma'}{\tau_*^{1/2}} \left\{ 1 - \frac{1}{3\tau_*} (\tau_* - \tau_{*c}) \right\} \frac{\partial z}{\partial x} \quad (2)$$

$$D = \frac{8(\tau_* - \tau_{*c})^{3/2} \sqrt{sgd^3}}{(1 - \lambda)} \frac{\gamma'}{\tau_*^{1/2}} \quad (3)$$

式中における τ_{*c} は無次元限界掃流力, s は砂粒の水中共比重, g は重力加速度, d は粒径, I_e はエネルギー勾配, λ は間隙率, u は縦断流速, V は合成流速, γ' は流砂の補正係数を示している。また横断方向移流速度 M_y は, M_x における縦断流速 u の代わりに横断流速 v を用いることで算出できる。 Pe の x 成分は以上の式を用いて以下のように表される。

$$Pe_x = \frac{M_x}{D} h_0 \quad (4)$$

また, y 成分は M_x の代わりに M_y を用いることで算出できる。 Pe の算出に用いる流速は, ST によって計測された底面を拘束条件とする2次元浅水流解析により求めた。供給流量 Q は実験条件と同様に 1.7 L/sec を定常で与え、下流端条件として計測された水位を与えた。

3. 模型実験における Péclet 数の挙動

(1) 底面と Péclet 数の解析結果

本章では ST による底面の計測結果と、数値解析により得られた流速から Pe を算出し、その時間・空間変化を確認する。

Key Words: 砂州, 移流拡散方程式, Péclet 数

〒950-2181 新潟市西区五十嵐2の町 8050 TEL 025-262-7053

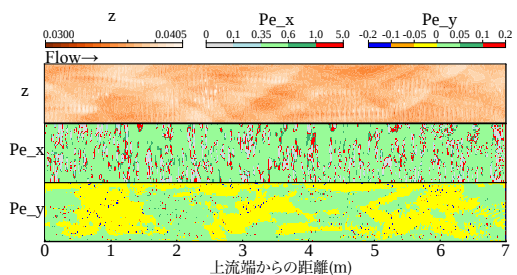


図-1-a 通水開始 16 分後

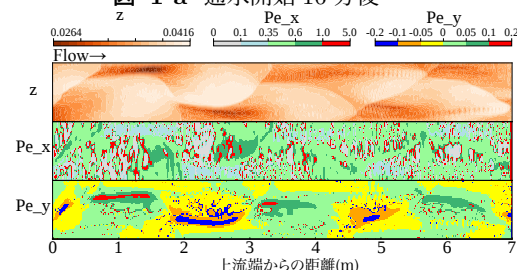


図-1-b 通水開始 40 分後

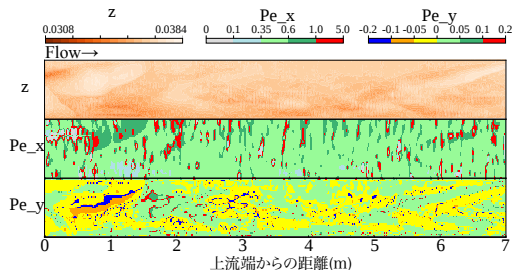
図-1 条件 1 における底面位と Péclet 数の x 成分, y 成分

図-2-a 通水開始 11 分後

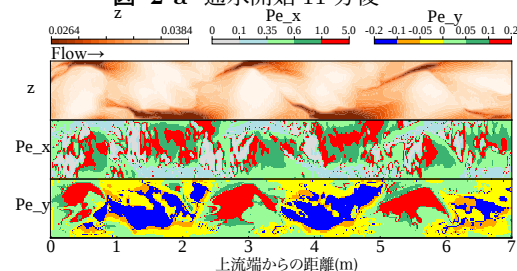


図-2-b 通水開始 35 分後

図-2 条件 2 における底面位と Péclet 数の x 成分, y 成分

図-1 は条件 1, 図-2 は条件 2 それぞれにおいて, 砂州の発生段階と考えられる a 段階, 発達段階と考えられる b 段階の底面位の平面図と Pe の x 成分, y 成分の平面図を示し, y 成分は左岸に向かう流れを正としている。

まず, 底面に着目する。各図における a の砂州の発生段階では, 底面に川幅の数倍程度の波長で水路横断方向に直線上に伸びる前縁形状が確認される。その後, 流下方向に洗掘と堆積を繰り返す典型的な単列砂州が形成され, b の砂州の発達段階で時間と共に波長や波高が発達している。条件 1, 2 を比べると, 条件 2 の方が全体的に砂州の発達が早いことが特徴である。

次に, Pe の挙動を確認する。条件 1 において, まず, x 成分であるが明確な分布は確認出来ない。 y 成分は a の段階から通水終盤の砂州波長スケールで正負が反転する分布を取り始める。また, その分布は底面形状に対応している様である。 b の段階では, x 成分は砂州の前縁部と堆積部, y 成分は砂州対岸側前縁部で高い分布が確

認され, 以降この傾向は継続した。

条件 2 における Pe は以下の通りである。各段階における Pe の挙動は概ね一致しているが, a の段階で y 成分は上流部からより大きい値を取っている。 b の段階では大きな値を取る範囲が x, y 成分共に拡大し, 砂州の前縁部と堆積部で特に顕著である。これは, 条件 2 は条件 1 に比べ砂州の発達が早かったことが影響していると考えられる。

(2) Péclet 数についての考察

以上の結果より, Pe と砂州の幾何学形状との間には密接な対応関係があることが示された。 Pe は底面勾配が大きくなる砂州前縁部において x 成分は流下方向, y 成分は流心から左右岸に向かう顕著な分布となり, 砂州が発達するにつれて底面形状に対応した分布をとるようになる。 Pe は移流と拡散の比を表す無次元数である。通水前半では相対的に拡散の卓越が推測でき, 後半では砂州の波高の発達が著しい箇所では移流が卓越している。

また, 砂州が発生した初期の段階では, Pe の y 方向成分が砂州の幾何学的形状と対応する分布となることが分かった。このことは, y 方向の水理量が砂州の発生機構に密接に関係する事を示唆し, 砂州の発生において横断方向流速が大きく寄与することを示した既往研究⁴⁾と一致する。

今回, 砂州の発達速度の異なる 2 つの条件における Pe を求め, 両者の挙動は概ね一致することを確認した。今後, 砂州が発生する川幅水深比とその時の Pe に一定の関係が認められれば, Pe に基づく砂州の発生の機構の新たな説明が可能となろう。

4. 終わりに

本研究では, 模型実験と浅水流解析の結果を組み合わせ, 砂州の発生と発達の過程における Pe の時間・空間変化を定量的に示した。

その結果, Pe と砂州の幾何学形状との間には密接な対応関係があることが分かった。 Pe は, 底面勾配が大きくなる砂州の前縁部において x 成分は流下方向, y 成分は流心から左右岸に向かう顕著な分布となった。さらに, 砂州の発生段階において, Pe の y 方向成分が砂州形状と対応する分布型となることが分かった。砂州の発生と発達の過程における大きな Pe は, 砂州の移流がその拡散に勝り, この均衡関係により河床波の波高が発達していることを示唆する。

参考文献

- 1) J. Fredsøe, Meandering and braiding of rivers. *J. Fluid. Mech.*, 84, 609–624, 1978.
- 2) Ishihara M., Yasuda H., On the Migrating S^Peed of Free Alternate Bars, *JGR Earth Surface*, 2022.
- 3) J.Taylor Perron, Paul W.Richardson, Ken L.Ferrier, Mathieu Lapôtre, The root of branching river networks, *Nature*, Vol.492, 2012.
- 4) 黒木 幹男, 岸 力, 中規模河床形態の領域区分に関する理論的研究, 土木学会論文報告集 342 号, 1984.
- 5) Moteki D., Murai T., Hoshino T., Yasuda H., Muramatsu S., Hayasaka K., Capture method for digital twin of formation processes of sand bars, *Phys Fluids*, 34, 034117, 2022.