

乱流統計理論に基づく非線型渦粘性モデルの適用性に関する一検討 —矩形管路流れを例にして—

株式会社大林組 技術研究所 正会員 ○小石 一字
中央大学研究開発機構 フェロー会員 山田 正

1. はじめに

非円形断面の管路流れでは、乱流の非等方性によって主流の軸から隅角部に向かって二次的な循環流、いわゆるプラントルの第二種二次流が形成される。河川等の開水路においては二次流が土砂の輸送等に少なからず影響を及ぼしていることは従来から指摘されており、このような乱流構造の解明は工学的に重要な課題である¹⁾。

乱流の非等方性を再現できる非線型渦粘性モデルは次元解析やテンソル解析から得られ、モデル定数に関していくつかのモデルが提案されているが普遍的ではない。他方、Yoshizawa²⁾は乱流統計理論に基づく2スケール直接相互作用近似(TSDIA)を考案し非線型渦粘性モデルの導出を行っているが、工学的問題への適用性については十分検証されていない。しかし、乱流統計理論に基づく方法は、未解明の水理学的問題に対する新しいモデルの導出において重要性が高いと考えられる。そこで、本研究では乱流統計理論に基づく乱流モデルの水理解析への応用を念頭に、非線型渦粘性モデルをTSDIAに基づき修正し、矩形管内乱流を対象に修正モデルの適用性を検討した。

2. 乱流統計理論に基づく非線形渦粘性モデル

2.1 TSDIAに基づく渦粘性表現の導出とモデルの修正

TSDIAはレイノルズ応力の任意の高次の渦粘性表現をナビエーストークス方程式から導くことが可能な乱流統計理論であり、乱流の非一様性効果は摂動的に取り入れられている。一般的に用いられている非線形渦粘性モデルと同様の表式はTSDIAの2次までの摂動解析によって得られる。しかし、歪速度 S_{ij} の実質微分項および渦粘性係数 ν_T に乱流エネルギー K と散逸率 ε の実質微分項が導入されている点が一般的な表式と異なっている。実質微分の項は乱流の非平衡効果と解釈できる。ところが、統計理論による表式は計算の最初期で発散することが分かった。そこで、本研究ではYoshizawa³⁾の方法を参考に式(1)~(4)の表式(修正モデル)を解析的に導出した。

$$R_{ij} = \frac{2}{3} K \delta_{ij} - 2 \nu_T S_{ij} + \Gamma_1 \left(S_{im} S_{mj} - \frac{1}{3} S_{nm} S_{mn} \delta_{ij} \right) + \Gamma_2 \left(S_{im} \Omega_{mj} + S_{jm} \Omega_{mi} \right) + \Gamma_3 \frac{DS_{ij}}{Dt} \quad (1)$$

$$\nu_T = C_\nu f^{1/2} \frac{K^2}{\varepsilon}, \quad \Gamma_n = \gamma_n f^{3/4} \frac{K^3}{\varepsilon^2} \quad (n=1 \sim 3) \quad (2)$$

$$f = \left(1 + C_{lls} \chi_u^2 \right)^{-1}, \quad \chi_u = \sqrt{\frac{K^2 S_{mn}^2}{\varepsilon^2}} \quad (3)$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_j}{\partial x_i} + \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right), \quad \Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_j}{\partial x_i} - \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right) \quad (4)$$

ここに、 R_{ij} :レイノルズ応力、 K :乱流エネルギー、 ε :散逸率、 ν_T :渦粘性係数、 f :抑制関数、 S_{ij} :歪速度、 Ω_{ij} :渦度、 U_i :流速、 C_ν , C_{lls} , γ_n :モデル定数である。抑制関数 f は歪速度 S_{mn} の増大に対して数値安定性を高める働きがある。式(1)~(4)はTSDIAに基づく西島⁴⁾のモデルと同様の表式だが、式(1)に歪速度 S_{ij} の実質微分項が導入されている点、および式(2)の f にかかる冪指数の値が異なる。モデル定数は慣性領域におけるコルモゴロフの $-5/3$ 乗則および付随する時間スケールの情報のみを使って理論的に求まり、 $C_\nu=0.123$, $C_{lls}=0.0573$ である。 $\gamma_1 \sim \gamma_3$ については表-1に示す通りである。

2.2 低レイノルズ数型K- ε モデルとの結合

固体壁を含む計算では、壁近傍の乱流特性を正しく評価するため低レイノルズ数型K- ε モデルが用いられる。本研究では、運動方程式、 K および ε の輸送方程式に現れるレイノルズ応力に式(1)~(4)を採用し、 K および ε の輸送方程式には西島⁴⁾に倣って安倍ら⁵⁾の減衰関数を導入した低レイノルズ数型K- ε モデルを構築した。 K および ε の輸送方程式のモデル定数は安倍ら⁵⁾の論文で最適化された値を採用した。

2.3 モデル定数とレイノルズ応力の実現性条件

TSDIAに基づき修正した非線型渦粘性モデルのモデル定数の妥当性を検証するため、鉛直1次元の平行平板間乱流の数値計算を行った。検討について結果のみ示すと、モデル定数(理論値)をそのまま用いて計算を実行した場合は乱流強度が負となり、レイノルズ応力の実現性条件を満たさなかった。同様の問題は半場⁶⁾も指摘し

表-1 モデル定数の理論値と修正値の比較

	γ_1	γ_2	γ_3
理論値	0.1190	0.0490	0.0858
修正値	0.0298	0.0490	0.0086

キーワード 乱流モデル, 非線型渦粘性モデル, 乱流統計理論, 矩形管内乱流, 実現性条件
連絡先 〒204-8558 東京都清瀬市下清戸 4-640 (株)大林組 技術研究所 TEL 042-495-1282

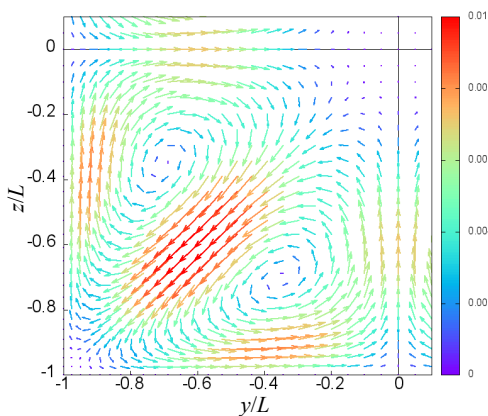


図-1 非線型渦粘性モデル(修正モデル)による二次流ベクトルの1/4面図

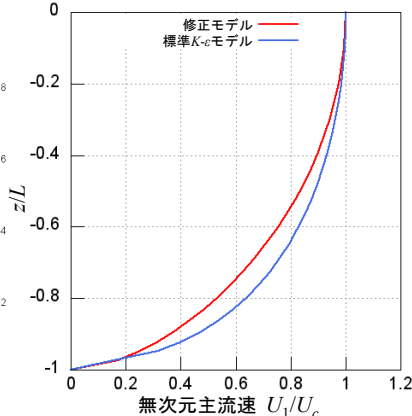


図-2 修正モデルと標準 K-ε モデルによる主流速分布の比較

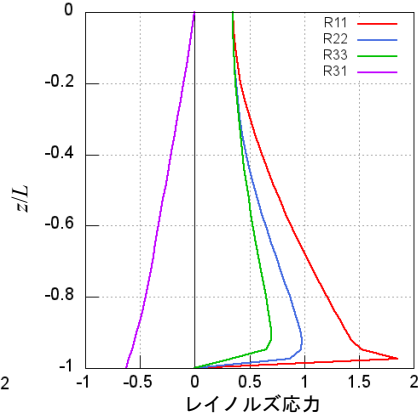


図-3 修正モデルによるレイノルズ応力の各成分の比較

ている．本検討では TSDIA によるモデルの導出における前提条件等の見直しは行わず，モデル定数 $\gamma_1 \sim \gamma_3$ の調整のみで実現性条件を満たす条件を求めた．

表-1 はモデル定数の理論値と修正値である．乱流強度が正となるよう式(1)右辺第 3 項の係数 γ_1 は 1/4 倍，第 5 項は移流項のみを考慮し係数 γ_3 は 1/10 倍の値に修正した．なお，歪速度の実質微分項のうち非定常項は数値振動を生じさせ計算の発散の要因となることが分かった．平行平板間乱流のような平衡的な流れにおいて，非平衡効果を表す実質微分項が数値振動の由来となっている原因については不明であり今後の課題である．

3. 矩形管内乱流への適用性検討

3.1 数値計算手法

矩形管内乱流の数値計算にあたり，式(5)に示すような主流方向に一樣な流れを想定した．式(1)~(4)の修正モデルを導入した基礎方程式群を主流の圧力勾配で無次元化した後，主流方向微分の項を省略した方程式群を用いて主流方向に垂直な 2 次元断面の数値計算を行った．

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_1} = \frac{\partial K}{\partial x_1} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_1} = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial x_1} = \text{constant} \quad (5)$$

十分に発達した定常解を得るため，助走計算と本計算の 2 段階とし，境界条件は壁上で滑り無し条件を与えた．計算格子は壁近傍で密な不等間隔格子とした．ナビエーストックス方程式の解法には SMAC 法を用い，移流項は 2 次精度風上差分，他の空間微分は 2 次精度中心差分とし，時間微分は 1 次精度陽解法を用いた．主流中心軸の最大流速 U_c と管路幅 $2L$ (L は半幅) で定義されたレイノルズ数は $Re=39161$ である．

3.2 結果と考察

図-1 は管路横断面の二次流ベクトルの 1/4 面図，図-2，図-3 は $y=0$ における最大流速で無次元化した主流速分布およびレイノルズ応力の各成分である．図-1 より非線形渦粘性モデル (修正モデル) は二次流を再現でき

ており，その大きさは主流最大流速 U_c の約 1%であった．実験等から二次流の大きさは主流の約 1~3%と知られているため計算結果は妥当と言える．一方，主流速分布は標準 K-ε モデルと比べて小さく，矩形管内乱流の特徴である主流速分布の隅角部方向への歪みが再現できていない．この原因については，モデル定数が最適化されていない，二次流の推進力であるレイノルズ応力が弱く予測されている，本来 3 次元の流れを 2 次元で解いているために乱流が十分発達できていないこと等が考えられる．レイノルズ応力の各成分は $R_{11} > R_{22} > R_{33}$ の順に大きく，実現性条件を満たしている．

4. まとめと今後の展望

本研究では，非線型渦粘性モデルを TSDIA に基づき修正し，矩形管内乱流を対象にモデルの適用性を検討した．修正モデルは二次流を再現できたが，主流速分布は矩形管内乱流の特徴を捉えられていなかった．本研究で示した非線型渦粘性モデルは未だ構築段階のものである．今後は乱流特性量について実験値との比較からモデルの予測精度の改善を図るとともに，乱流の非平衡性が卓越する流れ場への適用性を検討し，更にモデルを改良していく予定である．

参考文献

- 1) 禰津家久，中川博次：一樣開水路および閉管路の三次元乱流構造に関する研究，土木学会論文集，No. 369/II-5，pp. 89-98，1986．
- 2) A. Yoshizawa: Statistical analysis of the deviation of the Reynolds stress from its eddy-viscosity representation, Phys. Fluids, Vol.27, pp. 1377-1387, 1984.
- 3) A. Yoshizawa: Hydrodynamic and magnetohydrodynamic turbulent flows: modeling and statistical theory, Kluwer, 1998.
- 4) 西島勝一：非線形渦粘性表現に基づく k - ε モデル (第 1 報：溝乱流，一樣せん断乱流の数値解析への適用)，生産研究，Vol.50(1)，pp. 15-18，1998．
- 5) 安倍賢一，長野靖尚，近藤継男：はく離・再付着を伴う乱流場への適用を考慮した k - ε モデル，日本機械学会論文集 B 編，Vol.58(554)，pp. 3003-3010，1992．
- 6) 半場藤弘：レイノルズ応力の実現性と非線形 K - ε モデル，生産研究，Vol.53(1)，pp. 41-44，2001．