

刃形堰上の潜り越流の上流水位，流量および堰高の評価式の提案

山口大学名誉教授 フェロー会員○羽田野 袈裟義

松江工業高等専門学校 正会員 荒尾 慎司

群馬工業高等専門学校 正会員 永野 博之

1. 目的

堰は河川の横断構造物で治水上のネックとなるが，堰を有する河川の水面形計算では堰直上流の水深が境界条件となるため堰直上流水位の評価が必須である．羽田野・多田羅¹⁾は堰の基本形の刃形堰について，完全越流の越流水深評価式と潜り越流の上流水位の完全越流からの偏差を組み合わせる評価方法を提案した．しかし指数関数と2次関数の組合せのため，上流水位以外の水理量の評価式への展開が煩わしい．本研究では，2次関数どうしを組み合わせ，潜り越流の堰上流水位の計算式に加えて流量評価式および所定の流量と堰上・下流水位を実現する堰高の式を提案する．

2. 完全越流に2次式を用いる方法

刃形堰上の潜り越流を図-1のようにモデル化する．羽田野ら²⁾は完全越流の堰上流の流水断面と堰直下流の下側ナップ頂上断面の間に運動量の定理を適用し，Schoder & Turner³⁾の系統的な実験のデータの分析から次の関係を導いた．

$$\frac{h}{h_d} = \frac{-\beta + \sqrt{\beta^2 + 4\alpha h_c/h_d}}{2\alpha} \quad (1)$$

ここで， h は越流水深， $h_c = \sqrt[3]{q^2/g}$ は限界水深， q は単位幅流量， g は重力加速度， $\alpha = 0.0552$ ， $\beta = 0.6981$ である．潜り越流の堰頂基準の堰上流水位 h_1 は限界水深 h_c （流量），下流水位 h_2 および完全越

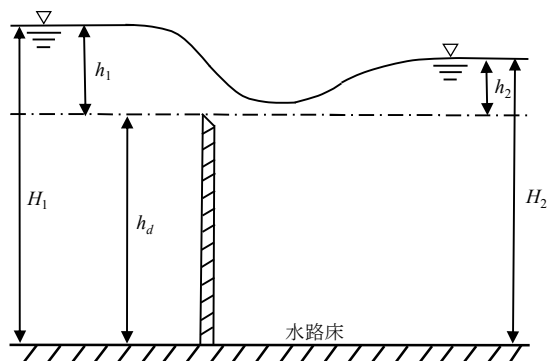


図-1 刃形堰上の潜り越流の模式図

流の越流水深 h を用いて次式により表される¹⁾．

$$\frac{h_1}{h_c} = A \left(\frac{h_2}{h_c} \right)^2 + B \left(\frac{h_2}{h_c} \right) + C \quad (2)$$

ここで， A ， B および C は次のようである．

$$A = 0.135, B = 0.047, C = 1 \quad (3a)$$

$$(0 \leq h_2/h_c \leq 1.5)$$

$$A = 0.131, B = 0.006, C = 1.072 \quad (3b)$$

$$(1.5 \leq h_2/h_c \leq 2.5)$$

$$A = 0.014, B = 0.542, C = 0.460 \quad (3c)$$

$$(2.5 \leq h_2/h_c \leq 6.0)$$

3. 潜り越流の h_1 ， q (h_c) および h_d の計算式

これらの水理量は式(1)と(2)から完全越流の越流水深を消去することにより得られる．まず堰頂基準の堰上流水位 h_1 は次の式で与えられる．

$$h_1 = \frac{-\beta + \sqrt{\beta^2 + 4\alpha h_c/h_d}}{2\alpha} \times \left\{ A \left(\frac{h_2}{h_c} \right)^2 + B \left(\frac{h_2}{h_c} \right) + C \right\} h_d \quad (4)$$

限界水深 h_c （流量）は次の4次方程式の根である．

$$h_c^4 + \frac{2BCh_2 - \beta Ch_1 - \frac{\alpha}{h_d} h_1^2}{C^2} h_c^3 + \frac{2ACh_2^2 + B^2 h_2^2 - \beta Bh_1 h_2}{C^2} h_c^2 + \frac{2ABh_2^3 - \beta Ah_1 h_2^2}{C^2} h_c + \frac{A^2 h_2^4}{C^2} = 0 \quad (5)$$

堰高 h_d が同じ場合には堰板が傾斜した状態の転倒堰と鉛直堰の流量係数はほぼ同一⁴⁾であるから，式(5)は転倒堰にも適用可能となる．堰操作に直結する情報として，堰高 h_d は次の5次方程式の根で求められる．

$$h_d^5 + K_1 h_d^4 + K_2 h_d^3 + K_3 h_d^2 + K_4 h_d + K_5 = 0 \quad (6)$$

ここで， $K_1 = -\left(4H_2 + \frac{2B}{A} h_c - \beta \frac{h_c}{A}\right)$ ， $K_2 = 6H_2^2 + \frac{6B}{A} h_c H_2 + \frac{(B^2 + 2AC)}{A^2} h_c^2 - \frac{\beta}{A} (2H_2 + H_1) h_c - \beta \frac{B}{A^2} h_c^2$ ，

$$K_3 = -\left\{4H_2^3 + \frac{6B}{A} h_c H_2^2 + 2 \frac{(B^2 + 2AC)}{A^2} h_c^2 H_2 + 2 \frac{BC}{A^2} \frac{1}{2} h_c^3 - \right.$$

$$\left. \frac{\beta}{A} (H_2^2 + 2H_1 H_2) h_c - \beta \frac{B}{A^2} (H_1 + H_2) h_c^2 - \frac{\beta C}{A^2} h_c^3 \right\}$$

キーワード 刃形堰，転倒堰，上流水位，下流水位，流量，堰高

連絡先 〒755-8611 山口県宇部市常盤台 2-16-1 山口大学工学部 TEL 090-6839-1903

$$K_4 = H_2^4 + \frac{2B}{A} H_2^3 h_c + \frac{(B^2 + 2AC)}{A^2} H_2^2 h_c^2 + \frac{(C^2 h_c + 2BCH_2) h_c^3}{A^2} + \frac{2\alpha H_1 h_c^3}{A^2} - \frac{\beta}{A} H_1 H_2^2 h_c - \frac{\beta B}{A^2} H_1 H_2 h_c^2 - \frac{\beta C}{A^2} H_1 h_c^3, \quad K_5 = -\frac{\alpha H_1^2 h_c^3}{A^2} \text{ である.}$$

ただし、堰高 h_d の計算式において、堰頂基準の水位 h_1 や h_2 を用いることは無意味・無力であるため、水路床基準の水位すなわち水深 H_1 と H_2 を用いている。

4. 実験データの再現計算

上で求めた式(4)～(6)の妥当性を評価するため、Cox⁵⁾の系統的な実験データの再現計算を行った。その実験は堰高 h_d が0.347m, 0.610m, 0.991m, 1.808mの4ケースで行われている。ここでは洪水時への適用を想定し h_c/h_d 比が大きな範囲まで行われた $h_d=0.347$ mの堰の結果を示す。図-2～図-4はそれぞれ、堰頂基準の上流水位 h_1 、単位幅流量 $q = \sqrt{gh_c^3}$ そして堰高 h_d の結果を実験値／計算値比で示す。なお、流量計算については比較のため板谷・竹中の式：

$$q = \left(0.317 + \frac{0.19}{1.6 - h_2/h_1}\right) \sqrt{2g(h_1 - h_2)h_1} \quad (7)$$

の計算結果も示した。

図によると、本提案式はGlen Coxの堰高 h_d が0.347mmの実験に対し、上流水位 h_1 で7%程度、単位幅流量 q で13%程度、堰高 h_d で16%程度の最大誤差に収まり、流量評価式の最大誤差約13%は板谷・竹中の式⁶⁾の値約32%よりかなり小さく、計算精度がかなり改善されている。

5. 結言

以上、式(1)と(2)の多項式の組み合わせで刃形堰の潜り越流を表わす水理諸量を表現する式を得た。これらの式はCox⁵⁾の系統的な実験データを良好に再現した。今後は、さらに多くのそして広範囲の実験および現地への適用を試みる予定である。

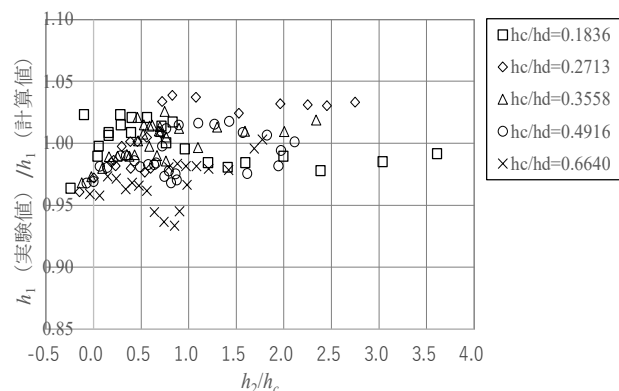
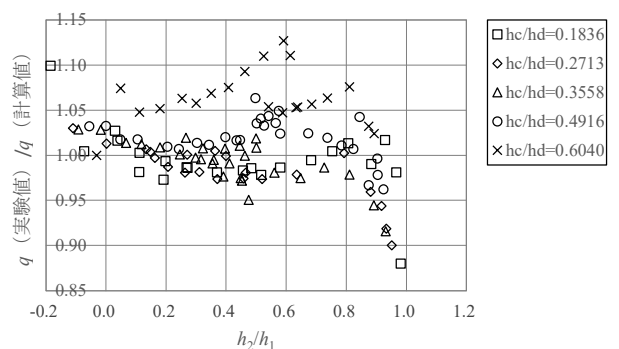
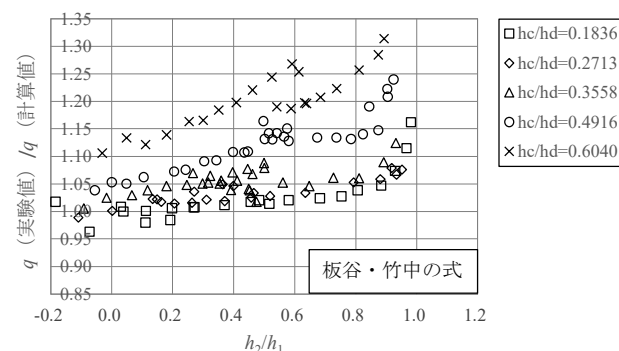


図-2 上流水深 h_1 の再現計算の結果

謝辞：本研究の遂行にあたり山口大学基金のご支援を賜った。記して深甚の謝意を表します。



(a) 本提案式



(b) 板谷・竹中の式

図-3 単位幅流量 q の再現計算の結果

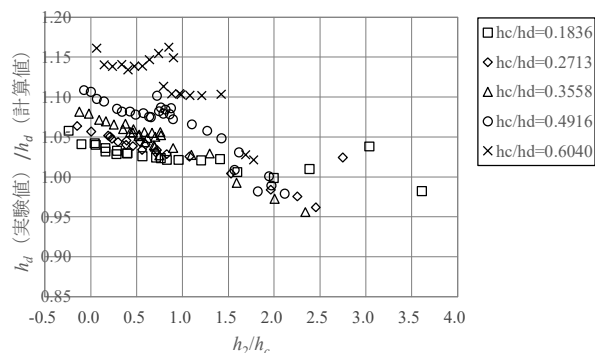


図-4 堰高 h_d の再現計算の結果

参考文献：

- 1)羽田野・多田羅：運動量の定理の示唆に基づく刃形堰の水理検討，土木学会論文集，2014.
- 2)羽田野・多田羅・永野・黄：刃形堰の流量と越流水深の関係の定式化の試み，土木学会論文集，2017.
- 3) Schoder & Turner: Precise weir measurements, Trans. of ASCE, 1929.
- 4)U.S. Bureau of Reclamation: Studies of crest for overfall dam, Boulder Canyon Project, Final report, 1948.
- 5)Cox, G.N.: The submerged weir as a measuring device, Bul. of the University of Wisconsin, 1928.
- 6)板谷・竹中：薄刃もぐりぜきの流量係数，機械学会論文集，1953.