

鉛直材に配慮した合理的なアーチ軸線の線形に関する考察

日本大学 会員 小藪 隆太
日本大学 会員 関 文夫

1. はじめに

一般にアーチ橋のアーチリブの軸線に、カテナリー曲線を用いると、単円よりも曲げモーメントの値が小さくなり、スプリングングでの水平力も低減できるため、構造的に合理的な曲線として知られている。しかし、実際の橋梁ではアーチリブに、鉛直材や補剛桁などの荷重が作用するため、アーチ軸線に用いるカテナリー曲線が必ずしも合理的な曲線とは限らない。ここでは、聖橋をモデルにアーチ橋の鉛直材や補剛桁などの荷重に配慮したアーチ軸線を検討し、カテナリー曲線、単円との構造特性の比較分析を行い、アーチリブの合理的なアーチ軸線を提案するものである。

2. カテナリー曲線

カテナリー曲線とは、ロープやチェーンなどの両端を持って垂らしたときにできる曲線である。

図-1, 2 でカテナリーと単円それぞれに聖橋の自重を載荷したときの曲げモーメント図を示す。カテナリーは単円に比べ、曲げモーメントを小さくすることが出来るため、構造的に合理的な曲線であることが分かる。

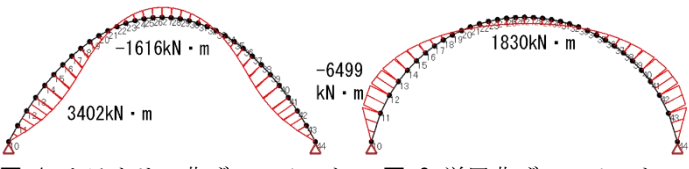


図-1 カテナリー曲げモーメント 図-2 単円曲げモーメント

3. 解析概要

(1) 解析手法

2次元骨組み構造解析プログラム（Ezy-Frame）を用いて解析を行う。解析モデルは、聖橋の構造軸線を用い、橋長 34m、アーチ高さを 13.7m とする。アーチ軸の曲線は、カテナリー曲線と単円を用い、それぞれの断面力を比較する。

(2) 解析モデル

解析モデルの橋梁緒言は、聖橋¹⁾を参考とした。支点条件は、アーチスプリングング部をローラー支点とし、アーチ軸の曲線方程式は、カテナリー（図-3）は $y = a \cosh(x/a)$ 、単円（図-4）は $x^2 + y^2 = r^2$ を用いた。鉛直材は端部より 1～5 とする。

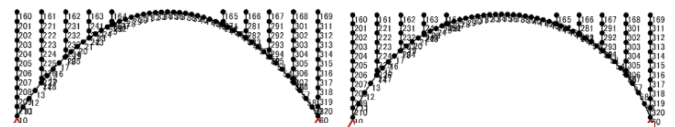


図-3 カテナリー骨組み図 図-4 単円骨組み図

図-5 はカテナリーと単円の曲線を比較したものである。最大で 1.77m の鉛直方向の座標差がある。

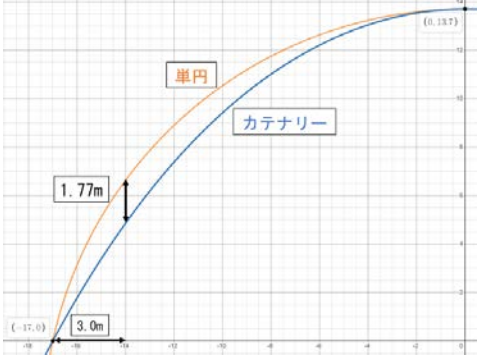


図-5 曲線比較

(3) 断面性能

アーチリブ、鉛直材、主桁には設計基準強度 24N/mm²の普通コンクリートを用いた。表-1 に断面積及び断面二次モーメントを示す。

表-1 断面性能概要

	x座標	断面積 (m ²)	断面二次モーメント (m ⁴)
主桁	-	10.67	0.209
鉛直材1(端部)	0.00	7.33	0.068
鉛直材2	3.61	14.67	0.543
鉛直材3	6.18	13.33	0.408
鉛直材4	8.65	7.40	0.070
鉛直材5	11.80	7.40	0.070
リブHH(スプリングング)	0.00	34.67	7.173
リブGG	2.24	33.08	6.234
リブFF	4.91	27.58	3.613
リブEE	6.24	24.50	2.532
リブDD	8.94	21.12	1.623
リブCC	11.61	19.96	1.369
リブBB	14.55	17.96	0.997
リブAA(クラウン)	17.00	17.33	0.897

(4) 荷重条件

検討した荷重は、死荷重時として各部材の自重を載荷した。鉛直材と主桁の剛性は評価せず、主桁の自重は鉛直材との接合部に支点反力として鉛直下向きに集中荷重で載荷した。また、支間 12.73m～21.27m ではアーチリブと主桁が接するため分布荷重で載荷した。

4. 死荷重時の解析結果

(1) 変位

自重を載荷した際のカテナリーと単円のアーチリブの鉛直変位を示す（図-6, 7）。最大変位はカテナリーと単円共にアーチクラウンで生じた。カテナリーでは正の最大変位が 2.30mm、負の最大変位が-1.67mm、単円では正の最大変位が 0.36mm、負の最大変位が-4.00mm となった。

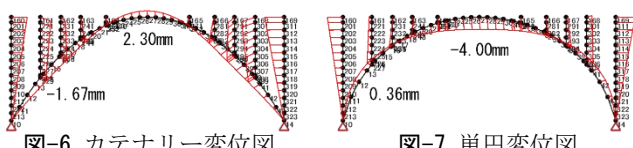


図-6 カテナリー変位図

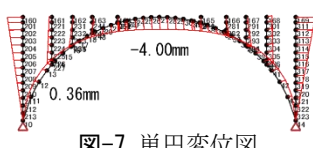


図-7 単円変位図

(3) 曲げモーメント

自重を載荷した際のカテナリーと単円のアーチリブ単体モデル(破線)と鉛直材を考慮したモデル(実線)の曲げモーメントを示す(図-8)。

最大曲げモーメントはカテナリーでは鉛直材 2 との接合点, 単円では端部より 2m で生じ, アーチクラウンでは単円より約 1.7 倍大きい値となった。アーチリブ単体に自重を載荷した時はカテナリーの方が曲げモーメントを抑えることができていたが, 鉛直材を考慮した場合アーチクラウンでは単円より大きい値となるため, カテナリーが合理的であるとは言いきれないことが示された。

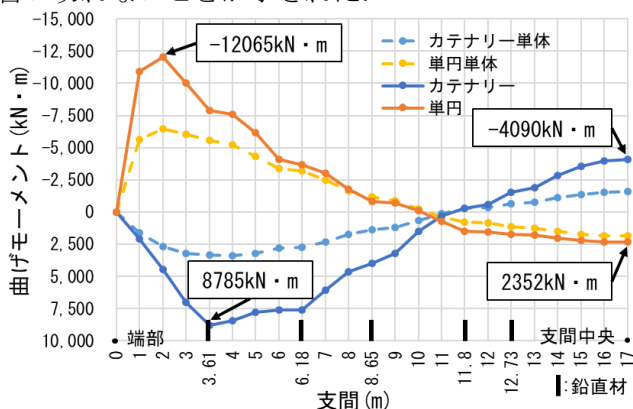


図-8 アーチリブ部曲げモーメント比較

5. 新たな曲線の検討

(1) 検討方法

それぞれの曲線間に位置する座標 y_i (i: 支間の x 座標) を検討する。

カテナリーと単円の曲げモーメント M_{icat} , M_{icir} (図-8) の絶対値を取り, 足し合わせる。

$$M_i = |M_{icir}| + |M_{icat}| \cdots (式 1)$$

各接点の曲げモーメントを(式 1)で求められた M_i で除し, 比 α_i を算出する。

$$\alpha_{icat} = M_{icat} / M_i \cdots (式 2)$$

$$\alpha_{icir} = M_{icir} / M_i \cdots (式 3)$$

単円とカテナリーの y 座標の差と(式 2)の比 α_{icat} の積にカテナリーの座標 y_{cat} を足し合わせ, 座標を決定する。

$$y_i = (y_{icir} - y_{icat}) \times (M_{icat} / M_i) + y_{cat} \cdots (式 4)$$

(式 4)で求められた座標とそれぞれの曲線を比較すると 10m 付近で単円に漸近する。単円はクラウン部では曲げモーメントを抑えられていることから, 10m~17m は単円とする。0m~10m では求められた座標より近似曲線を算出する。

(2) 曲線の決定

図-9 でカテナリー, 単円と検討曲線の比較を示す。アーチの曲線方程式は, 支間 0m~10m では曲げモーメントの比より算出された座標を近似した近似式, 10m~17m では単円を用いた曲線とした。

$$\text{近似式: } y = 0.0025x^3 - 0.1339x^2 + 2.4882x - 2.4034$$

$$R^2 = 0.999$$

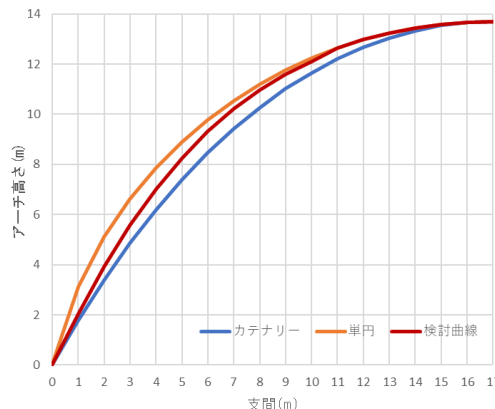


図-9 曲線比較

(3) 曲げモーメント

自重を載荷した際のカテナリー, 単円, 検討曲線のアーチリブの曲げモーメントを示す(図-10)。検討曲線での最大曲げモーメントは, 鉛直材 2 との接合点で生じた。

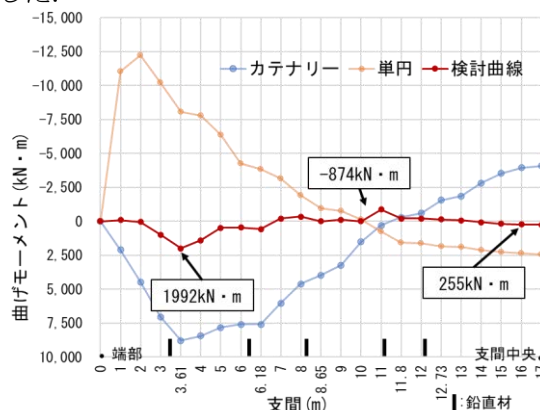


図-10 アーチリブ部曲げモーメント比較

6. 考察

曲げモーメントをカテナリーと単円で比較すると, アーチリブ単体ではカテナリーの方が小さいが, 鉛直材を考慮したモデルの場合, スプリング付近ではカテナリーの方が小さく, クラウン部では単円の方が曲げが小さいことが分かった。そのため, カテナリーが合理的であるとは言いきれないことが示された。新たに検討した曲線は, カテナリーと単円の曲げモーメントの比較から座標を算出したことで, 曲げモーメントをカテナリー, 単円に比べ大幅に減少できることが示された。

参考文献

- 1) 土木学会附属土木図書館デジタルアーカイブス
http://library.jsce.or.jp/Image_DB/s_book/jsce100/htm/035.htm
 (閲覧日 2023.1.27)