

確率的部分空間法および帯域分離推定法のパラメータ設定に関する研究

福岡大学工学部 正会員 ○下妻 達也

長崎大学大学院 正会員 中村 聖三, 西川 貴文

1. 目的

固有振動数等の振動特性の変化に着目した橋梁の損傷検出手法に関する研究が報告されているが、ノイズの影響を受け、推定精度が低下する場合がある。著者らは周波数帯域の分離推定手法について検討を行い、確率的部分空間法(SSI)による振動数の推定精度向上を確認している¹⁾。SSI(モデル次数, データセグメント長, 特異ベクトル長)および帯域分離推定法(時間刻み, 振動数閾値)のパラメータは、設定値によって推定精度が変化するため慎重に決定する必要があるが、現状は試行錯誤的に決定しなければならず、よりシステムティックなパラメータの設定方法の確立が望まれる。本稿ではSSIのパラメータのモデル次数および特異ベクトル長についての検討事例を報告する。

2. 確率的部分空間法

本研究では確率的部分空間法の1種である前進SSIを用いたが、以下に前進SSIの推定方法を示す²⁾。時刻ステップ k および $k+1$ における状態変数 $\mathbf{x}_k$, $\mathbf{x}_{k+1}$ の推定値 $\hat{\mathbf{x}}_k$, $\hat{\mathbf{x}}_{k+1}$ が得られると、前進イノベーションモデルを構成することで推定状態空間が表される。この式を最小二乗法によって解くことにより次式のシステム行列が得られる。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \mathbf{C} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_{k+1} \\ \mathbf{y}_{k|k} \end{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_k^{\#} \quad (1)$$

上式の $(\cdot)^{\#}$ は一般逆行列を表している。状態変数を推定するため、データブロック行列 $\mathbf{Y}_{0|2k-1}$ を次のように定義する。

$$\mathbf{Y}_{0|2k-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_0 & \mathbf{y}_1 & \cdots & \mathbf{y}_{N-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{y}_{k-1} & \mathbf{y}_k & \cdots & \mathbf{y}_{k+N-2} \\ \mathbf{y}_k & \mathbf{y}_{k+1} & \cdots & \mathbf{y}_{k+N-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{y}_{2k-1} & \mathbf{y}_{2k} & \cdots & \mathbf{y}_{2k+N-2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{0|k-1} \\ \mathbf{Y}_{0|2k-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_p \\ \mathbf{Y}_f \end{bmatrix} \quad (2)$$

N はデータセグメント長である。 $\mathbf{Y}_p$, $\mathbf{Y}_f$ は現在の時間ステップの過去および未来のデータ空間を表す。 $\mathbf{Y}_p$ の $\mathbf{Y}_f$ への射影行列を $\mathbf{P}_k$ と定義すると、 $\mathbf{P}_k$ は可観測行列 $\mathbf{O}_k$ と状態推定行列 $\hat{\mathbf{x}}_k$ の積で表される。よって、 $\mathbf{O}_k$ は特異値分解を用いて次式のように表される。

$$\mathbf{P}_k = \mathbf{O}_k \hat{\mathbf{x}}_k = \tilde{\mathbf{U}} \tilde{\mathbf{S}} \tilde{\mathbf{V}}^T, \quad \mathbf{O}_k = \tilde{\mathbf{U}} \tilde{\mathbf{S}}^{1/2}$$

上式の関係から、 $\hat{\mathbf{x}}_k$ は $\mathbf{P}_k$ と $\mathbf{O}_k$ より(3)式のように推定される。

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \mathbf{O}_k^{\#} \mathbf{P}_k \quad (3)$$

同様に、 $\mathbf{Y}_p^+$ の $\mathbf{Y}_f^+$ への射影行列を $\mathbf{P}_{k-1}$ と定義すると、

$\mathbf{O}_{k-1}$ と $\hat{\mathbf{x}}_{k+1}$ の関係より $\hat{\mathbf{x}}_{k+1}$ が推定される。

$$\mathbf{P}_{k-1} = \mathbf{O}_{k-1} \hat{\mathbf{x}}_{k+1} \quad (4)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1} = \mathbf{O}_{k-1}^{\#} \mathbf{P}_{k-1} \quad (5)$$

3. 周波数帯域の分離推定手法

低次の振動モード推定時(図1中の(a))には、矩形窓のローパスフィルタおよびダウンサンプリングによって高次成分を除去し、推定処理に用いるデータ長を大きくすることで周期の長い成分を捉える。一方、高次の振動モード推定時(図1中の(b))には、矩形窓のハイパスフィルタにより低次成分を除去し、データ長

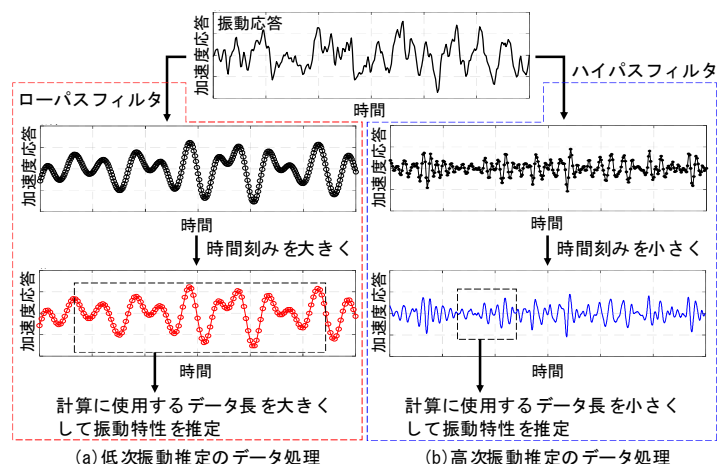


図1 周波数帯域の分離推定手法

キーワード 構造同定, 確率的部分空間法, モデル次数, 特異ベクトル長

連絡先 〒814-0180 福岡県福岡市城南區七隈8-19-1 TEL 092-871-6631

を小さくすることで周期の短い成分を捉える．なお，推定に使うデータ数を補うため内挿処理によりアップサンプリングを行う．

4. 模擬観測応答と振動数推定の条件

低次・高次側に近接固有値を有する模擬観測応答として検討に用いたのは，2，2.1，4，6，8，10，10.1Hzの重畳正弦波(振幅1.0)に最大振幅0.3の白色雑音を加えたもの(図2)である．

前進SSIのパラメータは，

(A) モデル次数：10～400，特異ベクトル長：モデル次数/2

(B) モデル次数：後述する(A)で良好な結果が得られた220，

特異ベクトル長：モデル次数に係数0.1～1を乗じた値

の2ケースとした．帯域分離推定法のパラメータ(時間刻み，データ長，計算回数)は既往研究¹⁾を参考に低次(0.02秒，50秒，10回)，高次(0.005秒，10秒，50回)，低次と高次の閾値は5Hzとした．

5. 検討結果

図3に振動数推定結果を示す．(A)の図はx軸にモデル次数，(B)の図はx軸に特異ベクトル長の係数を取っており，上から振動数の平均値，変動係数，欠損率(=推定値が得られた回数/全計算回数)の変化を示している．図中の実線は低次(1～3次)，破線は高次(4～7次)の推定結果である．

(A)の図より，高次振動の推定ではモデル次数が170未満で7次モードの推定値が得られておらず，250を超えると推定値が減少している．220～250は全モード次数の推定値が得られ，欠損率も最大で40%となっている．一方，低次振動の推定ではモデル次数100～180程度でも変動係数は小さい．(B)の図では，振動数は1～7次モードまで全て得られており，欠損率は7次モードで20%程度となっている．高次は係数0.55～0.6で変動係数が小さくなっているが，0.55～0.6の範囲外では5，6次モードの振動数推定において誤推定された結果が含まれていた．

6. まとめ

本研究では近接固有値を有する重畳正弦波および白色雑音から構成される模擬観測応答を用い，SSIおよび帯域分離推定法のパラメータと振動数推定結果の関係について考察した．高次振動においてはモデル次数を200以上とする必要があるが，低次振動ではモデル次数を高次よりも小さくできる．特異ベクトル長はモデル次数に乘じる係数が0.55～0.6の場合に変動係数が小さくなったが，他の応答でも同様な傾向となるか検証が必要である．

【参考文献】

- 1) 下妻ら：確率的部分空間法による固有振動数推定精度向上のための応答データ処理手法の基礎的検討，構造工学論文集，Vol.68A，2022．
- 2) 西川ら：実稼働モード推定のための構造同定条件に関する解析的検討，構造工学論文集，Vol.62A，2016．

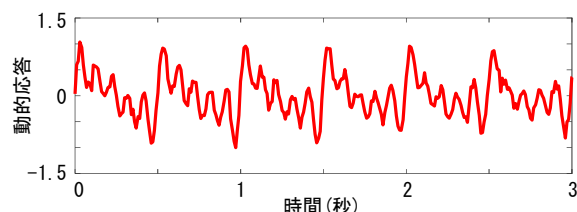
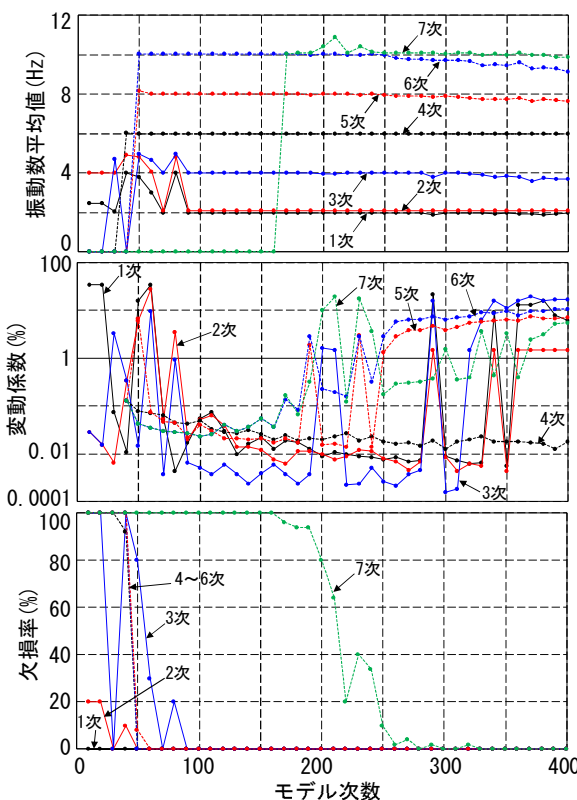
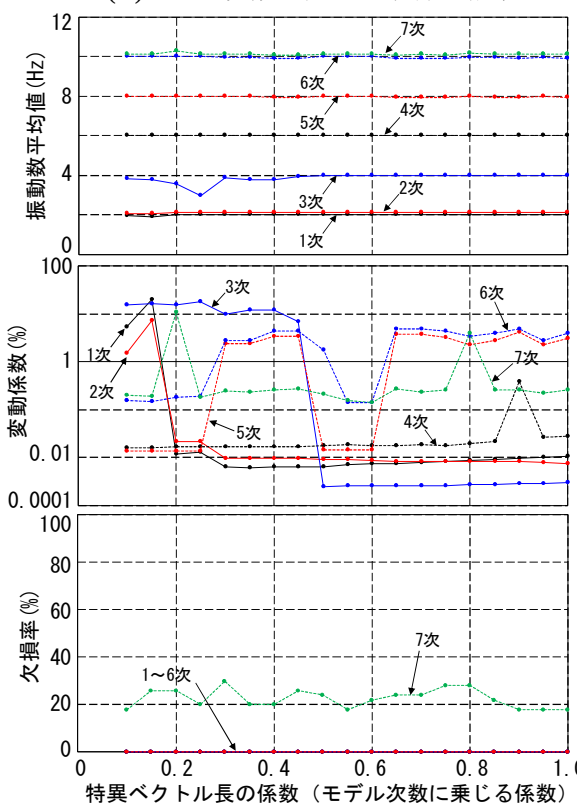


図2 模擬観測応答(3秒分を表示)



(A)モデル次数を変えた場合の結果



(B)特異ベクトル長を変えた場合の結果

図3 振動数推定結果