

ダンパーを有するケーブルにおけるダンパーモデルに依存しない張力推定手法の開発

京都大学大学院 学生員 ○杉町 悠真
 京都大学大学院 正会員 古川 愛子
 神鋼鋼線工業㈱ 正会員 武市 知大

1. 研究の背景と目的

斜張橋をはじめとするケーブル構造物はケーブルの張力で荷重を支える構造をしており、施工および維持管理の上で所定の張力を満足しているか確認することが重要である。現在の実務では、主に高次振動法によってケーブルの張力が推定されている。高次振動法は複数の固有振動数からケーブルの張力と曲げ剛性を同時推定する手法であるが、ダンパーのない単一ケーブルを対象とした張力推定手法である。従って、空力振動を抑制するためにダンパーの設置されたケーブルでは張力推定が困難である。そこで、ダンパーを有するケーブルを対象とした張力推定手法が提案されてきた¹⁾。

ダンパーの設計では、ダンパーの種類毎に異なる複素剛性モデルが用いられる。これまでに提案されたダンパー付きケーブルの張力推定手法では、設計で用いられている複素剛性モデルによりダンパーの影響を定式化していた¹⁾。しかし、実際のダンパーは必ずしも設計式通りの挙動をしているわけではない。既往研究では、ダンパーの複素剛性モデルと実挙動が異なることが原因で、張力の推定結果に誤差が含まれる問題点が指摘された¹⁾。

この問題を解決するために、実際のダンパー挙動に近い改良型の複素剛性モデルが提案されたが²⁾、モデル化誤差を完全に除去することはできなかった。

以上を踏まえて本研究では、ダンパーモデルに依存しない、ダンパー付きケーブルの新たな張力推定手法を開発することを目的とする。

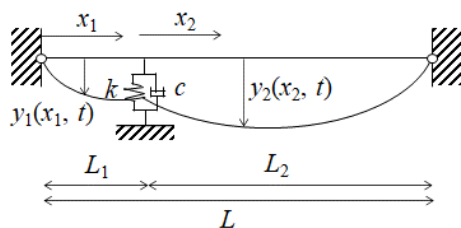


図1 ダンパー付ケーブルの模式図
 (粘性せん断ダンパーの例)

2. 旧手法と新手法の違い

図1のようにケーブルを張力のかかったはりとみなしたとき、運動方程式は式(1)のように表される。

$$EI \frac{\partial^4 y_m}{\partial x_m^4} + \rho A \frac{\partial^2 y_m}{\partial t^2} - T \frac{\partial^2 y_m}{\partial x_m^2} = 0 \quad (m = 1, 2) \quad (1)$$

ここで、 x_m は座標、 y_m はたわみ、 T は張力、 EI は曲げ剛性、 ρ は密度、 A は断面積を表す。 m はケーブルの領域を表すインデックスで、ダンパーより左側が1、右側が2である。式(1)の一般解は式(2)のように表される。ここで、 α 、 β は張力 T 、曲げ剛性 EI 、固有振動数 f を含む式(3)(4)で表される変数である。

$$Y_1 = C_1 \cos \alpha x_1 + C_2 \sin \alpha x_1 + C_3 e^{\beta x_1} + C_4 e^{-\beta x_1} \quad (2)$$

$$Y_2 = D_1 \cos \alpha x_2 + D_2 \sin \alpha x_2 + D_3 e^{\beta x_2} + D_4 e^{-\beta x_2}$$

$$\alpha = \sqrt{\sqrt{\left(\frac{T}{2EI}\right)^2 + \frac{\rho A (2\pi f)^2}{EI}} - \frac{T}{2EI}} \quad (3)$$

$$\beta = \sqrt{\sqrt{\left(\frac{T}{2EI}\right)^2 + \frac{\rho A (2\pi f)^2}{EI}} + \frac{T}{2EI}} \quad (4)$$

式(2)は $C_1 \sim C_4$ 、 $D_1 \sim D_4$ の8つの積分定数を含んでいるため、8つの境界条件が必要となる。

既往研究で提案された旧手法¹⁾では、[1]両端の境界条件（たわみ0、曲げモーメント0）で4式、[2]ダンパー設置点における連続条件（たわみ、たわみ角、曲げモーメント）で3式、[3]ダンパー設置点における力のつり合い式で1式、の計8つの境界条件式を用いて固有振動数 f から張力等を推定するための制約式を導出していた。しかし、最後の[3]ダンパー設置点における力のつり合い式にダンパーの複素剛性モデルを用いるため、ダンパーのモデル化誤差の影響が張力の推定結果に表れてしまう。

本研究で提案する新手法は、[1]の4式、[2]の3式に加えて、[4]2点のフーリエ振幅比の理論値と計測値が一致するという条件式、を用いて制約式を導出する。ダンパーの複素剛性モデルを用いないため、ダンパーのモデル化誤差の影響を受けない。

キーワード ケーブル、張力推定、ダンパー、フーリエ振幅

連絡先 〒615-8540 京都府京都市西京区京都大学桂 TEL 075-383-3252

次に、新手法における未知数と制約式の数について説明する。ダンパー付きケーブルでは固有振動数の理論値は複素数となるが、精度よく計測できるのは実数部のみであるため、虚数部は未知数として扱う。つまり、未知数は張力 T 、曲げ剛性 EI 、各モードの固有振動数の虚数部であり、 n 次モードまで用いるとすると未知数は計 $2 + n$ 個となる。一方の制約式については、ケーブル上の 3 点で加速度を計測し、1 点目と 2 点目、1 点目と 3 点目の 2 組のフーリエ振幅比を用いるとすれば、計 $2n$ 個となる。「制約式の数 $\geq$ 未知数の数」とするには、「 $2n \geq 2 + n$ 」、すなわち「 $n \geq 2$ 」となり、2 つ以上のモードについて固有振動数と 3 点のフーリエ振幅が必要となる。

3. 模型実験における新手法の有効性検証

模型実験結果に旧手法と新手法を適用し、新手法の有効性を検証する。実験装置の概要を図2に示す。ケーブルは外径 28.6mm、長さ 61.8m の PC 鋼より線、ダンパーは高減衰ゴムダンパーである。表 1 のようにケーブル張力（ロードセル値）、ダンパーの設置位置（計測値）、ばね定数 k （設計値）、損失係数 γ （設計値）を変えて 26 ケース実施した。ダンパーの複素剛性の設計式は、 $k^* = ku + jkv$ ($u = 1/\sqrt{1+\gamma^2}$, $v = \gamma/\sqrt{1+\gamma^2}$)である。既往研究で、このダンパーの実挙動に近い改良型の複素剛性モデル $k^* = ku + j(kv + c(2\pi f)^2)$ が提案されている²⁾。

フーリエ振幅を計測するための加速度計設置位置 (p_1, p_2, p_3)は供試体により若干異なるが、概ね 1m, 1.5m, 2m である。低い方から 7 つの固有振動数を旧手法に入力し、低い方から 7 つの固有振動数とフーリエ振幅を新手法に入力し、張力を推定した。

張力の推定結果を図 3 に示す。縦軸は表 1 に示す供試体番号、縦軸は張力の推定値をロードセル値で除した値であり、1 に近いほど精度が高い。旧手法では、ダンパーの複素剛性モデルに設計式を用いた場合と改良式を用いた場合の 2 通りの結果を示す。図 3 から、新手法が旧手法を上回る精度で推定できているケースが多いうえ、新手法ではダンパーのモデル式を改良するなどの作業が不要であり、新手法が精度と実用性を兼ね備えた手法であることが示された。

4. 結論

ダンパーを有するケーブルにおいてダンパーのモデル式を必要としない張力推定手法を開発し、精度、実用性において新手法の有効性を確認した。

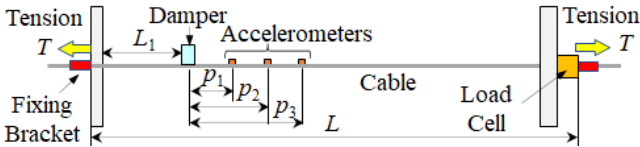


図 2 模型実験の供試体概要

表 1 ケーブル張力とダンパー諸元

供試体 No.	ケーブル	ダンパー		
	張力真値 (kN)	相対位置 L_1/L	ばね定数 k (kN/m)	損失係数 γ
1	177.36	0	0	0
2	180.19	0.04	25	0.61
3	180.86	0.07	25	0.61
4	181.03	0.1	25	0.61
5	181.2	0.15	25	0.61
6	176.02	0.04	50	0.55
7	178.86	0.07	50	0.55
8	179.02	0.1	50	0.55
9	179.36	0.15	50	0.55
10	176.02	0.04	72	0.62
11	175.02	0.07	72	0.62
12	172.85	0.1	72	0.62
13	171.68	0.15	72	0.62
14	381.43	0	0	0
15	374.75	0.04	25	0.61
16	376.42	0.07	25	0.61
17	378.59	0.1	25	0.61
18	377.92	0.15	25	0.61
19	377.09	0.04	50	0.55
20	376.92	0.07	50	0.55
21	376.59	0.1	50	0.55
22	376.75	0.15	50	0.55
23	377.09	0.04	72	0.62
24	377.25	0.07	72	0.62
25	377.59	0.1	72	0.62
26	377.75	0.15	72	0.62

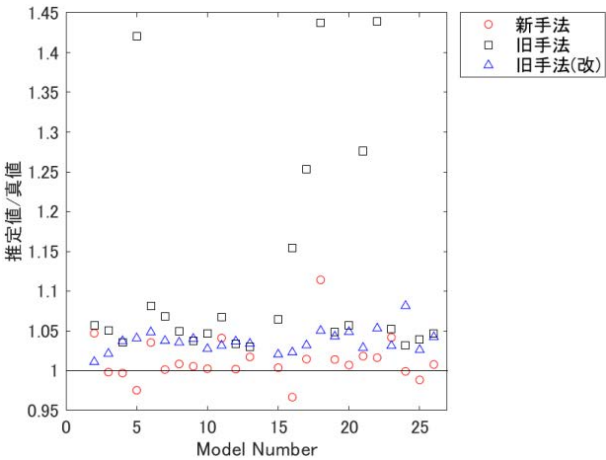


図 3 張力の推定結果の比較

参考文献 1) A Furukawa et al.: Tension estimation method for cable with damper using natural frequencies with uncertain modal order, Front. Built Environ. 8:812999, 2022. 2) 古川愛子他：固有振動数を利用したダンパーを有するケーブルの張力推定手法の改良，第76回土木学会年次学術講演会，I-135, 2021.