

列車走行時における橋りょう上電柱振動の非線形特性に関する逆解析手法

大阪大学大学院工学研究科

学生会員 ○高瀬 忠郁

(公財) 鉄道総合技術研究所

正会員 松岡 弘大

大阪大学大学院工学研究科

正会員 貝戸 清之

1. はじめに

走行列車による橋りょう振動の卓越振動数と橋りょう上に建植された電柱の固有振動数が近接すると共振現象が生じ、電柱が大きく振動する場合がある。特に、桁端付近に建植された電柱は桁たわみ振動により線路平行方向に振動するため、電柱の過大な振動時は電柱が支持する電車線による拘束と電車線への局所的な曲げモーメントに起因するひずみを生じさせる¹⁾。このひずみが繰返し発生すると電車線の破損や破断に至る場合があるため、電柱の全振幅が 80mm 以下となるよう制限値を設ける²⁾など、基準類の整備が進められている。

電車線による拘束の有無により電柱の固有振動は異なるため、拘束発生時の電柱振動は非線形性を有すると考えられる。しかし、上述した基準類の妥当性は桁 - 電柱の線形振動シミュレーションに基づいており、振幅に依存した電柱振動の非線形性に関する検討は十分ではない。電柱の過大な振動時における電車線への影響を検討、および線形振動シミュレーションの適用範囲や基準類の妥当性を検討するうえでも、電柱の振幅と固有振動数の関係を明らかにする必要がある。

以上を踏まえ、本研究では電車線の拘束による電柱振動の非線形性を分析することを目的とし、鉄道橋に対して適用事例が存在する、走行列車の加振力特性を考慮した時変システム同定法である Time-Varying Auto Regressive with eXogenous (TV-ARX) モデル³⁾について、橋りょうの変形が電柱への加振力となるよう再定式化を実施した。さらに、数値シミュレーションにより再定式化した TV-ARX モデルの妥当性を検証した。

2. モデルの再定式化

列車走行時の桁変形を加振力として応答する電柱天端変位における TV-ARX モデルを再定式化する。提案モデルは図-1 に示す桁 - 電柱モデルから立式する¹⁾

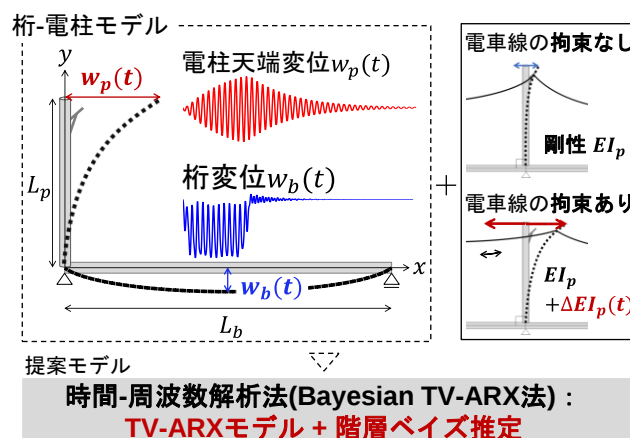


図-1 桁 - 電柱モデルおよび電車線による拘束の概要

自由度に縮減した電柱に対する運動方程式を中央差分により離散化することで導出できる。固有振動数の時間的な変動を許容するため、自己相関 (AR) 係数がランダムウォーク過程に従うと仮定するとき、提案モデルは式(1)および(2)として表される。

$$w_m = A_m \cdot \alpha + W_m \cdot \beta_m + \epsilon_m \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \beta_{m+1} &= \beta_m + v_m \\ (m &= 1, \dots, M-1) \end{aligned} \quad (2)$$

ここで、 $m(m = 1, \dots, M)$ は離散時点、 w_m は電柱天端変位応答、 $A_m \cdot \alpha$ は時点 m 、 $m-1$ 、 $m-2$ の電柱位置における橋りょうのたわみ角成分、 β_m は時点 $m-1$ 、 $m-2$ の電柱天端変位応答の AR 係数を要素に持つ時変 AR 係数ベクトルである。 ϵ_m は観測ノイズ、 v_m はランダムウォーク過程におけるシステムノイズであり、 ϵ_m と v_m は互いに独立であり、平均0、分散 σ_ϵ^2 と Σ_v の正規分布に従う。また、 A_m は式(3)に示す桁変位応答ベクトル、 W_m は式(4)に示す電柱天端変位応答ベクトルである。また、 Δ は時間刻みを表す。

$$A_m = [w_b(m\Delta) \quad w_b((m-1)\Delta) \quad w_b((m-2)\Delta)] \quad (3)$$

$$W_m = [w_p((m-1)\Delta) \quad w_p((m-2)\Delta)] \quad (4)$$

式(1)、(2)に示す提案モデルは事前分布が階層化した階層ベイズモデルである。パラメータの推定手法は文献²⁾と同様のため参照されたい。

キーワード 電柱、橋りょう、共振、時間 - 周波数解析、TV-ARX

連絡先 〒565-0871 大阪府吹田市山田丘 2-1 工学研究科 AR 棟 605 号室

TEL 06-6879-7622

時点 m における瞬間固有振動数 f_m は特性方程式を満たす極 $\lambda = \tilde{\lambda}$ を用いて、式(5)より算出される。また、パワースペクトル密度 (PSD) は式(6)より算出される。

$$f_m = \frac{1}{2\pi\Delta} \sqrt{\text{Re}\{\ln(\tilde{\lambda})\}^2 + \text{Im}\{\ln(\tilde{\lambda})\}^2} \quad (5)$$

$$PS_{f,m} = \frac{\sigma_\epsilon^2}{|1 - \beta_{1,m} \exp(-2\pi i f) - \beta_{2,m} \exp(-2\pi i f)|^2} \quad (6)$$

3. テスト波形の作成

列車と同じ車軸配置を有する集中荷重列が電柱共振速度で走行する際の桁、電柱の運動方程式から導出されるモデル¹⁾において、電車線の拘束を表現するため電柱の剛性に対して電柱天端変位に依存する非線形性を式(7)および(8)より導入した。

$$EI_p(t) = \begin{cases} EI_{p_0} & (|w_p(t)| < D_{lim}) \\ EI_{p_0} \cdot (1 + \Delta EI_{p_0}/EI_{p_0}) & (|w_p(t)| \geq D_{lim}) \end{cases} \quad (7)$$

$$\Delta EI_{p_0}/EI_{p_0} = K_{Rate} (|\psi_{p,1}(t) - D_{lim}|) \quad (8)$$

ここで、 EI_{p_0} は電車線による拘束が発生しない場合における電柱のモード剛性、 $\psi_{p,1}(t)$ は電柱天端曲げ変位、 D_{lim} は制限値(電車線の拘束が始まる電柱天端変位)であり、現状の基準類¹⁾に基づき 40mm とした。1 + $\Delta EI_{p_0}/EI_{p_0}$ は剛性上昇率、 K_{Rate} は剛性上昇率の大きさを決定する係数である。

4. 適用結果

3.に従い作成したテスト波形を提案モデルに適用した。図-2 に $K_{Rate} = 0.03$ における(ア)提案モデルに適用した電柱天端変位(青実線)、推定される電柱天端変位(赤実線)および制限値 D_{lim} (黒破線)、(イ)数値シミュレーションで設定した剛性上昇率の理論値、(ウ)提案モデルより推定される瞬間固有振動数(赤実線)およびパワースペクトル(グラデーション)を示す。

(イ) 剛性上昇率と(ウ) 瞬間固有振動数のグラフ形状は一致するため、提案モデルは瞬間的な固有振動数の変動が評価可能であると考えられる。また、図-2 に瞬間固有振動数が瞬間的に上昇する時点ごとに灰色の点線を記載した。点線を記載した区間が非線形性を有する領域であり、(ア)に示す電柱天端変位が制限値 D_{lim} 40mm を超える区間および(イ) 剛性上昇率が1以上となる区間と一致するため、電車線の拘束による非線形性が生じる領域およびその時点における電柱天端変位が特定可能であることが示された。

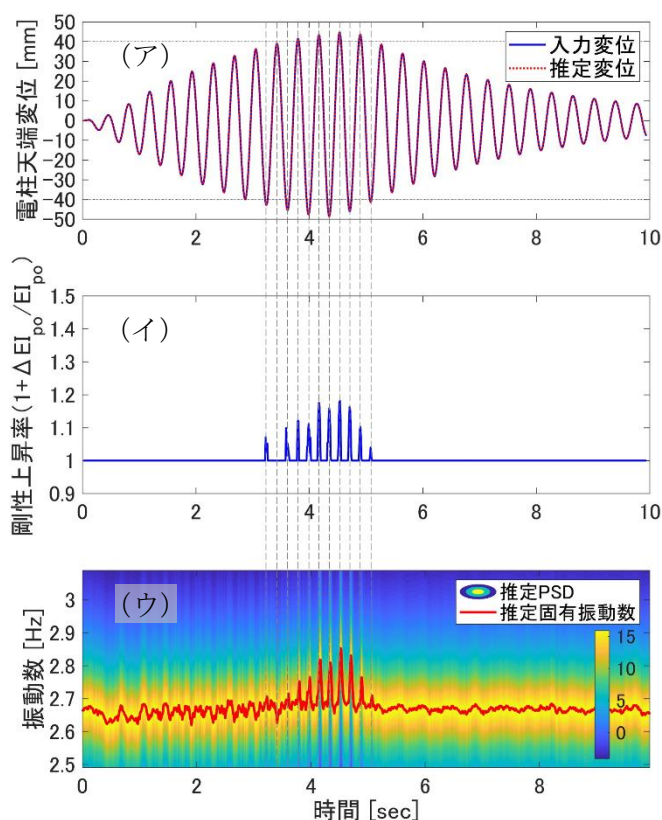


図-2 推定結果 ($K_{Rate} = 0.03$ の場合)

5. おわりに

本研究では、列車走行時の桁たわみ振動により線路平行方向に大きく振動することで電車線による拘束を受ける橋りょう上電柱の瞬間的な固有振動数の変動を評価するため、桁変形を加振力とする TV-ARX モデルを再定式化した。テスト波形の適用を通じて、提案モデルは瞬間的な固有振動数の変動、非線形性を有する領域およびその時点における電柱天端変位が評価可能であることを検証した。

参考文献

- 1) K. Matsuoka, M. Tsunemoto and M. Tokunaga: Dynamic behaviour of railway poles built on bridges under train passage in high-speed railways and a simple evaluation method, *Engineering Structures*, Vol.257, No.114099, 2022.
- 2) K. Matsuoka, K. Kaito and M. Sogabe: Bayesian time-frequency analysis of the vehicle-bridge dynamic interaction effect on simple-supported resonant railway bridges, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol.135, No.106373, 2020.