

## インフォ-ギャップ決定理論に基づく免制震橋梁のロバスト性の検討

阿南工業高等専門学校 正会員 ○井上 貴文  
阿南工業高等専門学校 正会員 森山 卓郎

### 1. はじめに

不確定性が高い地震外力に対して耐震性能に優れたロバスト性の高い構造システムの重要性が指摘されている<sup>1)</sup>。  
2) 免震構造と制震構造を組み合わせることによりロバスト性に優れた橋梁構造を実現できる可能性が示されている<sup>3)</sup>。一方、竹脇<sup>2)</sup>は、構造物の有するロバスト性を評価するために、生起頻度ではなく変動幅のみを対象とするインフォ-ギャップ決定理論<sup>4)</sup>を用いる方法を提案している。本研究では、インフォ-ギャップ決定理論に基づき地動の不確定性を考慮して免制震橋梁のロバスト性を検討することを目的とした。

### 2. 定常不規則外乱を考慮した免制震橋梁の定常状態における2乗平均応答

地動加速度を定常不規則外乱と考え、免制震橋梁の定常状態における2乗平均応答の平方根を評価する。0平均の定常ガウス過程に従う水平地動加速度入力 $\ddot{u}_g(t)$ を受ける図-1に示す線形2質点2自由度系を扱う。質量行列、減衰行列、剛性行列、影響係数ベクトルをそれぞれ、 $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{K}$ ,  $\mathbf{r}$ で表す。このとき、振動数領域における運動方程式は次式で表される<sup>5)</sup>。

$$(-\omega^2 \mathbf{M} + i\omega \mathbf{C} + \mathbf{K})\mathbf{U}(\omega) = -\mathbf{M}\mathbf{r}\ddot{U}_g(\omega) \quad (1)$$

ここで、 $\mathbf{U}(\omega)$ は質点の地動に対する相対水平変位 $\mathbf{u}(t)$ のフーリエ変換、 $\ddot{U}_g(\omega)$ は $\ddot{u}_g(t)$ のフーリエ変換である。(1)式は簡易的に、次式のように表される。

$$\mathbf{A}\mathbf{U}(\omega) = \mathbf{B}\ddot{U}_g(\omega) \quad (2)$$

ここで、 $\mathbf{A} = -\omega^2 \mathbf{M} + i\omega \mathbf{C} + \mathbf{K}$ ,  $\mathbf{B} = -\mathbf{M}\mathbf{r}$ である。(2)式より、次式が得られる。

$$\mathbf{U}(\omega) = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}\ddot{U}_g(\omega) \quad (3)$$

(3)式を次のように表現することとする。

$$\mathbf{U}(\omega) = \mathbf{H}(\omega)\ddot{U}_g(\omega) \quad (4)$$

ここで、 $\mathbf{H}(\omega) = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}$ である。水平地動加速度入力 $\ddot{u}_g(t)$ のPSD関数を $S_g(\omega)$ とすると、質点 $i$ の相対水平変位の二乗平均応答は次式で表される<sup>5)</sup>。

$$\sigma_i^2 = \int_{-\infty}^{\infty} |H_i(\omega)|^2 S_g(\omega) d\omega \quad (5)$$

ここでは、PSD関数は両側スペクトルであるとする。強度 $\bar{s}$ が有限の時には、critical外乱のPSD関数 $\tilde{S}_g(\omega)$ は、有限区間 $\tilde{\Omega}$ で一定値 $\bar{s}$ をとり、このような外乱は、矩形PSD関数外乱<sup>5)</sup>とよばれる。 $\bar{s}$ が有限の時、(5)式は、以下のようになる<sup>5)</sup>。

$$\sigma_i^2 = \bar{s} \int_{\omega \in \tilde{\Omega}} |H_i(\omega)|^2 d\omega \quad (6)$$

本研究では、有限区間 $\tilde{\Omega}$ の設定にあたり、正側振動数の矩形PSD関数外乱の中央点を構造物の1次の非減衰固有円振動数として近似的に求めることとする<sup>5-7)</sup>。

### 3. インフォ-ギャップ・ロバストネス関数

地動に関する不確定性は、地動入力加速度のPSD関数の任意性により表現するものとする<sup>2)</sup>。ただし、PSD関数の振動数域での積分値となる外乱パワーは、 $\bar{W}$ で指定されており変化しないものとする。竹脇<sup>2)</sup>と同様に、矩形PSD関数外乱の上限値 $\bar{s}$ に不確定性が存在するものとする。矩形PSD関数外乱に関する不確定性を、図-2に示すように、インフォ-ギャップ不確定性モデル<sup>2)</sup>を用いることとし、荷重の集合を次式のように表現する。

$$L[\alpha_s, \tilde{S}(\omega; \Delta\omega, \bar{W})] = \left\{ S(\omega) = s^* \tilde{S}(\omega; \Delta\omega/s^*, \bar{W}) : s^* = s/\bar{s}, \left| \frac{s-\bar{s}}{\bar{s}} \right| \leq \alpha_s \right\}, \alpha_s \geq 0 \quad (7)$$

キーワード 免制震橋梁, ロバスト性, インフォ-ギャップ決定理論  
連絡先 〒774-0017 徳島県阿南市見能林町青木 265  
阿南工業高等専門学校 TEL0884-23-7193

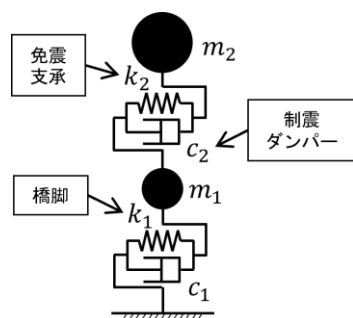


図-1 線形2質点2自由度系

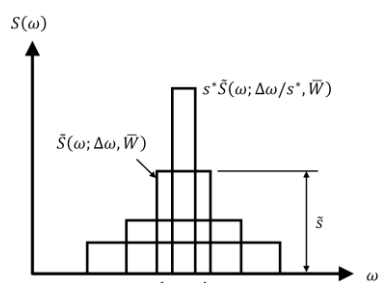
図-2 矩形PSD関数のインフォギャップ不確実性モデル<sup>2)</sup>

表-1 免制震橋梁のパラメータ

|                     |       |
|---------------------|-------|
| $m_1(t)$            | 120   |
| $m_2(t)$            | 600   |
| $k_1(kN/m)$         | 28400 |
| $k_2(kN/m)$         | 16500 |
| $c_1(kN \cdot s/m)$ | 452   |

ここで、 $\alpha_s$ は変動の幅、 $\bar{s}(\omega; \Delta\omega, \bar{W})$ は、振動数幅も含む公称の矩形PSD関数外乱の形状を表している。 $\Delta\omega$ は、正側（及び負側）振動数の公称の片側の円振動数幅であり<sup>6)</sup>、また、 $\bar{W}$ は矩形PSD関数外乱の振動数域での積分値であり、一定値である。(7)式に示したインフォギャップ不確実性モデルを用いて、インフォギャップ・ロバストネス関数 $\hat{\alpha}_s$ は次式により表される<sup>2)</sup>。

$$\hat{\alpha}_s(f_c) = \max \left\{ \alpha_s \left| \left[ \max_{S \in L(\alpha_s, \bar{s})} f(S) \right] \leq f_c \right. \right\} \quad (8)$$

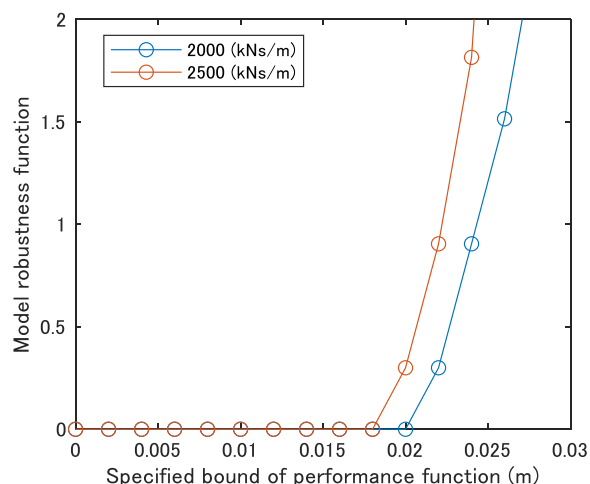
ここで、 $f$ は系の応答量を表し、 $f_c$ は許容応答量を表している。(8)式は、性能要求を満たす不確実性レベル $\alpha_s$ の最大値がインフォギャップ・ロバストネス関数 $\hat{\alpha}_s$ であることを意味している。本研究では、系の応答量として、橋脚部の変形量の二乗平均応答の平方根を評価した。

#### 4. 検討例

ここでは、免制震橋梁のパラメータは、表-1に示すように設定した。制震ダンパーの減衰係数 $c_2$ は、2000 (kN・s/m)と2500 (kN・s/m)の2ケースを考えた。公称の矩形PSD関数のパラメータとしては、文献2)に基づき、El Centro NS (Imperial Valley Earthquake 1940)に相当するものとして、 $\bar{W} = 0.139 \text{ (m}^2/\text{s}^4)$ 、公称PSD振幅 $\bar{s} = 0.0165 \text{ (m}^2/\text{s}^3)$ と設定した。ただし、記録地震波は非定常であるため、ここでは、時間軸方向に平均化した意味でのPSDの値を用いている<sup>8)</sup>。図-3は、インフォギャップ・ロバストネス関数 $\hat{\alpha}_s$ を要求性能値に対して描いた図である。図-3からわかるように、 $c_2$ が2000 (kN・s/m)のケースより2500 (kN・s/m)のケースのほうがより大きなインフォギャップ・ロバストネス関数値を示しており、ロバスト性に優れていることがわかる。

#### 参考文献

- 1) 日本建築学会：建築構造設計における冗長性とロバスト性（応用力学シリーズ12），丸善，2013。
- 2) 竹脇出：不確実性を有する構造物のロバスト性の非確率的評価法，日本建築学会構造系論文集，第581号，pp.55-61，2004。
- 3) 松田ら：免制震すべりシステムを適用した橋梁における支承部デバイス機能に関する一考察，土木学会論文集A1（構造・地震工学），Vol.68，No.4，pp.I\_683-I\_696，2012。
- 4) Ben-Haim, Y.: Information-gap decision theory: decision under severe uncertainty, Academic Press, San Diego, 2001。
- 5) 竹脇出：確率論に基づく新しいcritical外乱法，日本建築学会構造系論文集，第533号，pp.69-74，2000。
- 6) 竹脇出：変動クリティカル外乱に対するグローバル性能最大化設計，日本建築学会構造系論文集，第539号，pp.63-69，2001。
- 7) Takewaki, I.: Critical excitation method for robust design: A review. *J. Struct. Eng.*, ASCE, 128(5), pp. 665-672, 2002。
- 8) Lai, SP.: Statistical characterization of strong ground motions using power spectrum density function. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 72(1), pp. 259-274, 1982。

図-3 インフォギャップ・ロバストネス関数 $\hat{\alpha}_s$ と要求性能値の関係