

サブスペース法による固有値解析結果の信頼性評価に関する一検討

大日本コンサルタント(株) 正会員 ○徳橋 亮治 正会員 吉澤 努
 (公財) 鉄道総合技術研究所 正会員 坂井 公俊 正会員 月岡 桂吾 正会員 山下 大輝
 本州四国連絡高速道路(株) 正会員 坂本 佳也 正会員 西谷 雅弘 非会員 金田 泰明

1. はじめに

橋梁の耐震検討において固有値解析を行う場合、サブスペース法^{例えば、1)}が用いられることが多い。サブスペース法では逐次近似によって低次の固有値、固有ベクトルを求め、その結果を元に順次高次の値を決定する。この手法は演算速度や解の安定という観点では優れているが、高次モードでは誤差が蓄積して精度が悪化することが指摘されている。そのため、一般的にはサブスペース法の対象範囲(解を得る振動数帯)を目的範囲(解を知りたい振動数帯)よりも広く設定するが、目的範囲に対して対象範囲をどの程度広く設定すれば解の信頼性が保証されるのかという判断は、解析者の経験的な判断に依存することになる。そこで本稿では、サブスペース法を用いた固有値解析結果において精度が期待できる範囲(以下、信頼区間と呼ぶ)に関する基礎的な検討を行う。これにより、耐震検討に用いる固有値解析結果の信頼性が保証される範囲の決定を支援することを目的とする。

2. サブスペース法を用いた固有値解析における信頼区間の評価手順

1章で述べた通り、サブスペース法による固有値解析では高次モードにおいて誤差が生じることが知られている。このとき、最高次数の近傍では解に誤差が生じ、本来得られる固有値の次数と固有振動数の関係から逸脱することが想定される。本検討では、この性質を利用して以下の手順で信頼区間を評価する(図1)。

- ① 最高次数を変更した複数ケースで固有値解析を実施し、固有値の次数と固有振動数の関係をそれぞれ整理する。
- ② 最高次数を最大に設定した結果との差異が生じ始める振動数を判定する。
- ③ 上記②で判定した振動数より低振動数側を信頼区間として抽出する。

3. 検討の条件

本検討では目的範囲を0~10Hzに設定し、最高次数 q を1000から3000まで6通り($q=1000, 1200, 1500, 2000, 2500, 3000$)に設定した固有値解析を実施する。この結果から、前章の手順により信頼区間を抽出することで、適切な対象範囲を把握できることを確認する。

対象構造物は中央径間1000m級、橋長1600m級の3径間連続の鋼吊橋とする。解析モデルは図2に示すファイバー要素を用いた3次元骨組モデルとし、解析プログラムSeanFEM²⁾により固有値解析を実施する。なお、紙面の都合のため解析モデルの詳細に関する記載は省略するが、解析モデルは各設計基準類^{例えば、3)}に基づいて作成されたものである。

4. 固有値解析の結果

固有値の次数と固有振動数との関係を図3に示す。各ケースにおいて最高次数の近傍で他ケースとの分岐が生じ

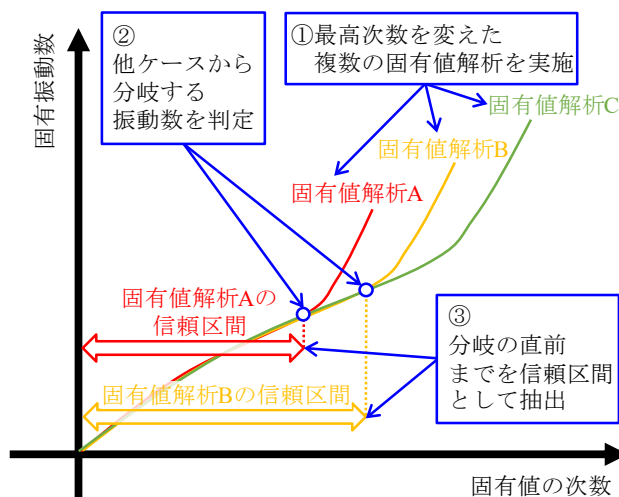


図1 信頼区間の評価手順



図2 解析モデル

キーワード 固有値解析, 吊橋, 固有振動数, 数値解析の誤差, サブスペース法
 連絡先 〒102-0075 東京都千代田区三番町 6-3 三番町 UF ビル 4F
 大日本コンサルタント(株) インフラ技術研究所 TEL03-6850-0066

ているが、分岐発生前まではケースによらずほぼ同一の関係が得られている．したがって、今回提示した手順で整理することで、実際にサブスペース法による固有値解析結果から信頼区間を抽出できることが分かる．

続いて、最高次数および固有値の次数に応じた固有振動数を表 1 に示す．各ケースにおいて、固有振動数が最初に 10Hz を超える次数を表中に着色して示している．ただし、 q を 1000 および 1200 と設定したケースでは q 次の固有振動数が 10Hz に至っていない．本稿の事例では $q=2500$ と $q=3000$ では着色箇所の固有振動数は同値であるため、 $q=2500$ 程度の値を設定することで、目的範囲における解の信頼性を担保できることが分かる．

続いて、 $q=3000$ （以下、基準ケースと呼ぶ）のケースにおいて 2500 次までは正しい結果が得られているとみなし、基準ケースとの比較により、発生する誤差や信頼区間の範囲を定量的に評価する．図 3 において、各ケースの固有振動数を基準ケースの値で正規化した結果を図 4 に示す．各図において最高次数の近傍になると、基準ケースに対する固有振動数比が 1.0 から上昇し始め、最高次数において 1.2 程度となることが分かる．つまり、最高次数近傍における誤差は最大で 20%程度であるといえる．図 4 において、ケースごとに横軸の値を q で正規化した結果を図 5 に示す．同図から、正規化した固有値の次数が 0.7 程度から前述の誤差が発生し始めることが分かる．つまり、サブスペース法において信頼性が担保される範囲は、低振動数側の 70%程度であるといえる．

5. まとめ

サブスペース法による固有値解析が信頼できる区間を把握するための検討を行った．具体的には最高次数を変化させた固有値解析を複数実施するとともに、最高次数に応じた固有振動数の変化がない領域を信頼区間として抽出することで、発生する誤差や信頼区間の範囲について検討した．その結果、今回対象とした構造物においては、最高次数近傍での誤差は最大 20%程度となることや、計算を行う最高次数の概ね 70%程度の範囲まで適切な結果が得られることを確認した．

なお、紙面の都合により割愛するが、他の構造形式を有する長大橋についても同様の検討を実施したところ、本稿で提示した手順と同様の整理が可能であるが、発生する誤差や信頼区間の範囲は対象とする構造物に応じて異なることを確認している．

参考文献 1) K. J. Bathe and E. L. Wilson: Numerical Methods in Finite Element Analysis, Prentice-Hall, 1977. 2) (株)耐震解析研究所：SeanFEM User’s Manual, 2009. 3) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説 V 耐震設計編, 2012.

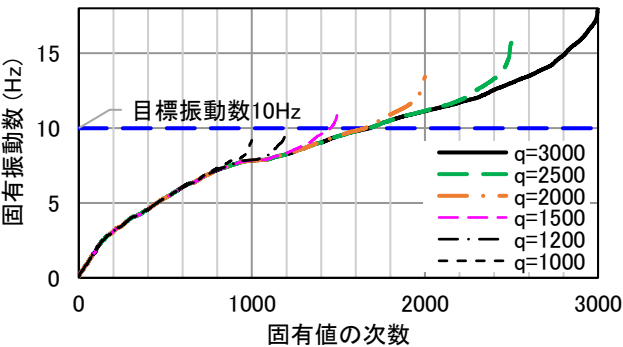


図 3 固有値の次数—固有振動数

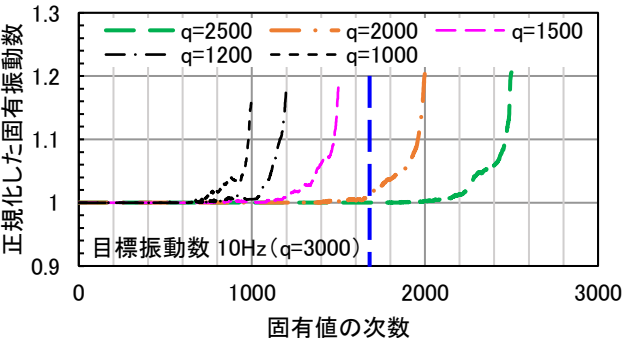


図 4 固有値の次数—正規化した固有振動数

表 1 最高次数および固有値の次数ごとの固有振動数						
	1	2	3	4	5	6
	q=1000	q=1200	q=1500	q=2000	q=2500	q=3000
1次	0.091	0.091	0.091	0.091	0.091	0.091
500次	5.337	5.337	5.337	5.337	5.337	5.337
1000次	9.185	7.871	7.834	7.829	7.829	7.829
1200次	—	9.790	8.321	8.252	8.252	8.252
1456次	—	—	10.020	9.318	9.297	9.297
1500次	—	—	11.206	9.488	9.465	9.465
1657次	—	—	—	10.000	9.929	9.929
1677次	—	—	—	10.127	10.002	10.002
2000次	—	—	—	13.425	11.156	11.129
2500次	—	—	—	—	15.697	13.015
3000次	—	—	—	—	—	18.220

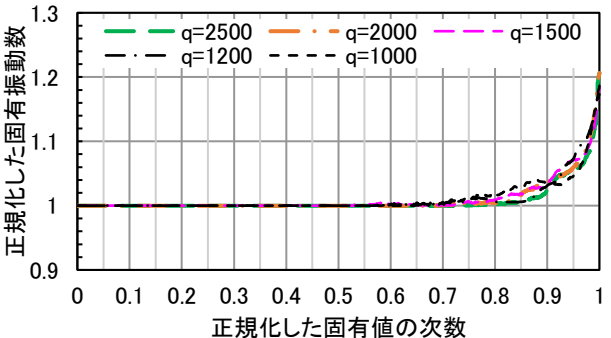


図 5 正規化した固有値の次数—正規化した固有振動数