

衝突クレーター形成に状態方程式が及ぼす影響に関する考察（その1）

(株)大林組 正会員 ○高橋篤史 新田祐平 竹内義高 秋元理仁
JIP テクノサイエンス(株) 正会員 戸田圭彦 柳 振錫 山口清道

1. はじめに

近年、アルテミス計画をはじめ、人間の生活圏を深宇宙へ拡大する計画が進められている。それに伴い今後は宇宙空間で構造安全性を確保する技術の確立が求められる。しかしながら一般的な衝突設計技術・解析技術は航空機程度の速度（500 m/sec 以下）までを対象としており、宇宙飛来物の速度（数 1000 m/sec 以上）は想定されていない。

そこで、著者らは建設分野における設計技術・解析技術を宇宙空間に拡張するための基礎的検討を行っている¹⁾。過年度は高速衝突における衝突クレーター形成に対して古典塑性論を適用した解釈を試み、数値解析による検証を実施した。その結果、衝突荷重とクレーターサイズの関係が古典塑性論（Prandtl-Wedge²⁾、図-1）を用いて説明できる可能性を示した。しかしながら、クレーターサイズは相似解が得られるのみで、スケールの定量評価は依然として課題である。

そこで本研究ではより議論を深めてクレーターサイズの定量化に関する検討を行った。本稿ではまず衝突点における圧力と体積の関係について理論的な考察と、既報の成果に対する再考察を行った。

2. 惑星科学分野での取り組みと本研究の位置づけ

惑星科学分野のクレーター形成モデルには衝突点を原点とした非圧縮流体の流れ（掘削流）によりクレーター形成を説明する Z-model³⁾がある（図-2）。これは Prandtl-Wedge と同様に相似解であり、スケールは別途評価する必要がある点で著者らの既報¹⁾で得た着想に近い。一方 Melosh⁴⁾は被衝突物質に対して圧縮と膨張で不可逆な過程をたどる状態方程式による解析を行っている。圧力の不可逆性により衝撃波の通過後に残留粒子速度が発生し、この残留粒子速度を用いて掘削流の発生を説明している。そこで本研究でも衝突点付近の圧力と体積の構成則≡状態方程式の不可逆性に着目してさらなる考察を行うこととした。

3. 衝突点の圧力-体積関係の不可逆性に関する理論解析

衝突点では衝撃波が発生しており、固体の状態方程式は衝撃波のジャンプ条件である Rankine-Hugoniot 条件と圧力への熱の影響を与える Mie-Grüneisen 状態方程式と組み合わせ

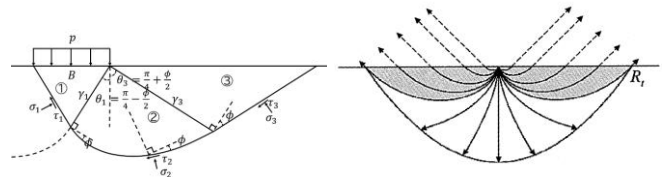
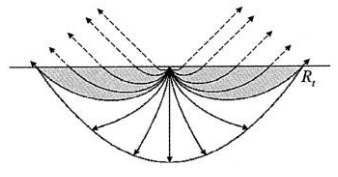
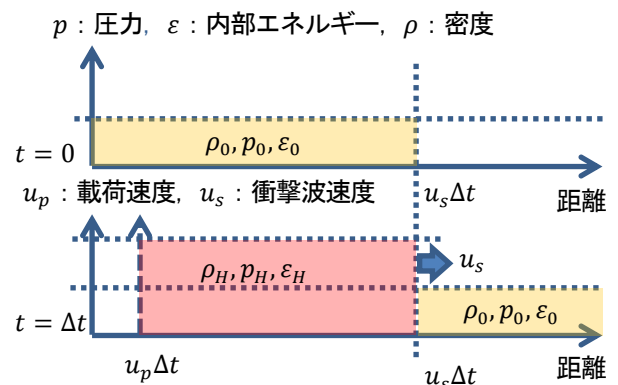
図-1 Prandtl-Wedge²⁾図-2 Z-model³⁾

図-3 衝撃波面前後の状態量

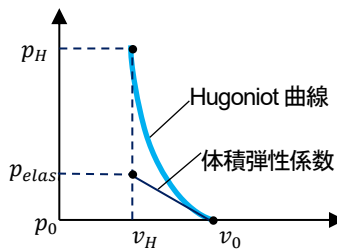


図-4 圧縮曲線

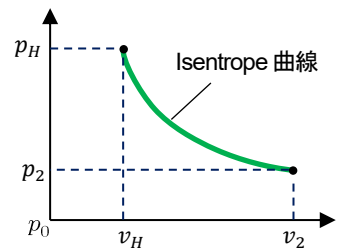


図-5 膨張曲線

せることで、固体の圧縮過程を支配する次式の状態方程式となる。

$$p = p_H \left(1 - \frac{1}{2} \gamma \mu \right) + \gamma \epsilon \quad (1)$$

$$p_H = p_0 + \frac{\rho_0 c_0^2 \mu}{(1 - s\mu)^2} \quad (2)$$

$$\mu = 1 - \frac{\rho_0}{\rho_H} = 1 - \frac{v_H}{v_0} \quad (3)$$

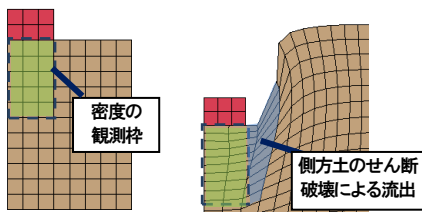
$$p(S, v) = p_H + \gamma(v) \rho(v) (\epsilon(S, v) - \epsilon_H) \quad (4)$$

ここで、各種記号は図-3 中の衝撃波前後の状態量に対応している。

これらの式から膨張過程に関する理論解析を行うことができる。固体の圧縮過程は式(1)で与えられるが、膨張過程は別途理論解析により得る必要がある。衝撃波の膨張過程は等エントロピー過程であると仮定すれば膨張曲線は次式のように得られる。

キーワード 堆積岩、衝突解析、状態方程式、衝撃波

連絡先 〒108-8502 東京都港区港南 2-15-2 インターシティ B 棟 (株)大林組 原子力本部 FAX03-5769-1942



(a) 初期状態 (b) すべり線発生
図-6 既報²⁾のFEM解析結果

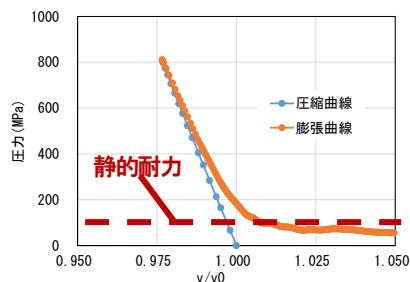


図-7 既報²⁾のFEM解析結果から求めた圧力-体積関係

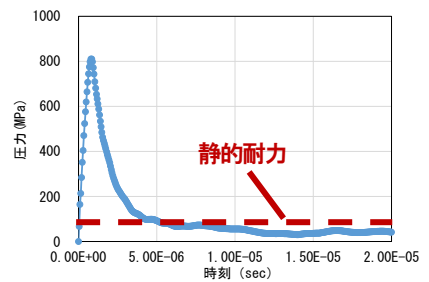


図-8 既報²⁾のFEM解析結果(圧力-時間関係)

$$p(S, v) = -\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial v}\right)_S \quad (5)$$

$$\varphi(v, v_{ref}) = \exp(-\gamma_0 \rho_0 (v - v_{ref})) \quad (6)$$

$$\int_{v_{ref}}^v \frac{dv'}{\varphi(v', v_{ref})} = \frac{1}{\gamma_0 \rho_0} \{ \exp(\gamma_0 \rho_0 (v - v_{ref})) - 1 \} \quad (7)$$

$$\varepsilon = \varepsilon_{ref} - \frac{p_{ref}}{\gamma_0 \rho_0} \{ 1 - \exp(-\gamma_0 \rho_0 (v - v_{ref})) \} \quad (8)$$

$$p = -\left(\frac{\partial e}{\partial v}\right)_S = p_{ref} + \gamma_0 \rho_0 (\varepsilon - \varepsilon_{ref}) \quad (9)$$

式(5)は等エントロピー条件である。以上の考察から、エントロピー上昇を伴う圧縮過程と、等エントロピー状態を仮定できる膨張過程は図-4 および図-5 のような不可逆な関係があると考えられる。

4. 衝突点の圧力-体積関係の不可逆性に関する数値解析

我々が用いている数値解析モデルにおいて現れる不可逆性(エントロピー上昇)には2つの因子が考えられる。

1 つは境界条件の変化である。図-6 は既報²⁾の Mohr-Coulomb 弾塑性体への衝突解析結果の変形図であり、側方地盤のせん断破壊により衝突点の物質は観測体積から流出している。これを圧力-体積関係で整理すれば図-7 のような不可逆な圧縮・膨張過程を得る。なお、この膨張過程における境界条件の不可逆性により、図-8 をモデル化した図-9 の圧力の定常状態は、図-10 のように体積膨張に着目しても得られる可能性を示している。また圧力の定常状態は図-11 のようなクレーター形成過程に対応していると考えている。

もう1つは衝突点自身の塑性仕事である。図-12 は体積の構成則を Mie-Gruneisen 状態方程式、せん断の構成則を Mohr-Coulomb 弾塑性とした1要素によるシミュレーション結果および式(4)を用いて求めた理論曲線の比較を示している。圧縮過程は等方圧縮条件で载荷し、膨張過程では拘束を外し塑性仕事が生じるように膨張させた。 $s = 0$, $\gamma = 0$, すなわち状態方程式に線形弾性関係を与えたケースでは圧縮過程と膨張過程は可逆である。しかし非線形な状態方程式を与えたケースでは圧縮過程は理論曲線に一致しているが、膨張過程は一致していない。Mie-Gruneisen 状態方程式のもとでは塑性仕事が生じると圧力-体積関係に不可逆性が生じ

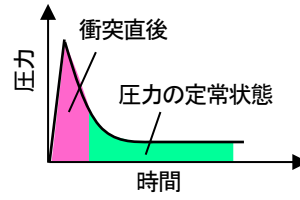


図-9 圧力-時間関係

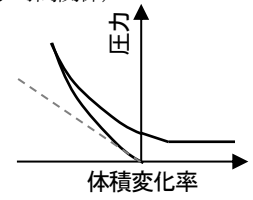
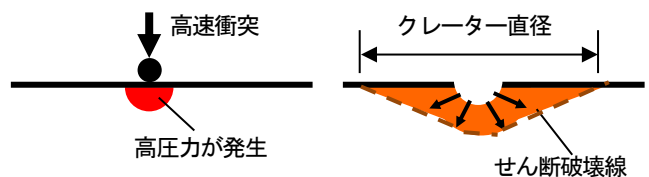


図-10 圧力-体積関係



(a) 衝突直後 (b) 圧力の定常状態

図-11 荷重関数と対応する状態の仮説

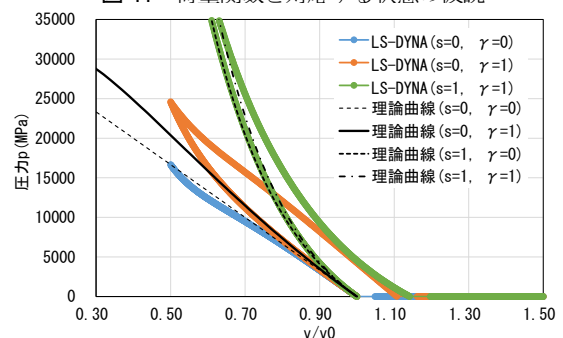


図-12 塑性仕事による不可逆性

ることが確認できた。

5. まとめ

本稿ではまず衝突点付近の物質の体積-圧力関係に着目し、理論解析と数値解析の両面から、衝突点では圧縮過程と膨張過程における不可逆性が生じる点に着目した考察を行った。またこの不可逆性に着目した既報の再評価により圧力の定常状態を得るもう一つの手順を示した。

引き続き次報では堆積岩への衝突解析を対象に圧力-体積関係についての考察を行った。

参考文献

- 1) 高橋ら：Prandtl-Wedgeに基づく衝突クレーター形成の解釈と数値解析的検討(その2)，土木学会年次学術講演概要集，2022。
- 2) S. V. Baars: 100 Year Prandtl's Wedge Intermediate report, 2016.
- 3) D., E., Maxwell: Simple Z model of ejection and the overturn d flap, Impact and Explosion Cratering, pp. 1003-1008, 1977.
- 4) H., J., Melosh: Impact Cratering Mechanics: Relationship between the Shock Wave and Excavation Flow, Icarus, Vol. 62, 1985.