

マトリックス崩壊解析

正会員 袴田 文雄

1. 目的

建築物、橋梁など骨組構造でモデル化できる構造物の構造解析では行列を用いた解析法が一般的になっている。「マトリックス構造解析」、「マトリックス法による解法」などと呼ばれている¹⁾。具体的に、構造解析のプログラムも提供されて多自由度の構造物の解析を行うことができる²⁾。さらに実務における耐震設計などでは入力地震動が巨大な場合、非線形の応答解析を行い、設計に反映することが広く一般的に行われている³⁾。地震時あるいは、荷重条件などで、構造物が崩壊する事例も報告されている一方で、崩壊を対象にした実構造物の解析事例は多くはない。さらに既存構造物における耐力評価、補強方法検討の段階で、崩壊解析を行い耐力や損傷過程を把握することは大いに有用である。マトリックス構造解析のツールを拡張して崩壊解析を行う需要は少なくない。ここでは静的線形解析から始め準静的、あるいは、動的崩壊解析までを具体的に述べることで、その手法を「マトリックス崩壊解析」と述べることにする。多自由度の動的解析では結果の図化が不可欠である。Octave, MATLAB などの数値解析プログラムで行列計算や図化表現に便利なツールが手軽に広く用いることができる環境も崩壊解析の扱いを容易にしている。

解析方法の範囲は線形非線形、静的動的で表-1のように4つに分けて考える。1) 静的弾性解析、2) プッシュオーバー解析、極限設計、準静的崩壊解析 3) 動的弾性解析、4) 動的非弾性解析、動的崩壊解析である。崩壊解析は静的な場合と、動的な場合がある。いずれも多自由度系の問題を扱っている。以下では入出力を考えたうえで解析を実行するためのマトリックス表現を用いたモデル化について述べる。部材の破壊は必ずしも系の崩壊と一致しないので部材の破壊を系全体の崩壊にリンクさせる。

2. 入出力

まずそれぞれの出力を考える。たとえば、1) 静的弾性解析では全体自由度 (DOF) 分の節点変位、各要素の6成分の発生断面力を求めることになる。非線形解析では節点変位応答、非線形部材における断面力変位関係など、動的解析では時刻歴応答が求められる。2)-4) では時刻歴応答、非線形要素における荷重変位関係などの結果が図でも示されなければならない。これらに必要な入力とは表-2 のようになり、4つの解析方法で共通するところがある。例えば、1) 静的弾性解析では、節点座標、要素、自由度、材料を定めたあと、荷重を与えると結果が得られる。2) プッシュオーバー解析では加えて、非線形要素、非線形材料を定義した後、(漸増) 荷重を与えると結果を得る。3) 動的弾性解析では質量と地動加速度を追加する。4) 非線形動的解析では2), 3) の入力を使う。

表-1 解析の範囲

(1) elastic, static	(2) pushover limit analysis collapse analysis
(3) elastic, dynamic	(4) inelastic, dynamic collapse analysis

表-2 入力

node dof element material Pload, Qload	+ Ielement Imaterial Push
+ mass dynamic	(non)

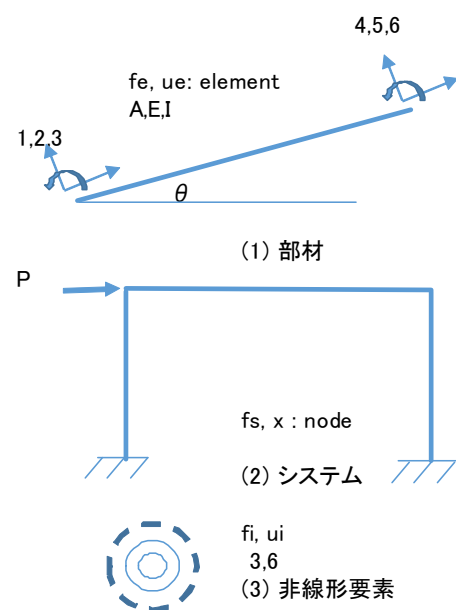


図-1 共通して用いる記号

キーワード マトリックス構造解析, マトリックス崩壊解析, matrix, collapse, MDOF, inelastic

連絡先 〒662-0932 兵庫県西宮市 fhakamada@gmail.com

3. モデル化

1) 静的弾性解析では、最初に全体で用いる記号を部材系，全体系で図-1のように定義する．骨組構造では要素は柱梁要素が用いられる．部材系での端部における断面力，変形を f_e, u_e とする．部材系における剛性行列 k から変換行列 a を用いて全体系の表現にした後，配置行列 LM を用いて全体剛性行列 K を求める．さらに荷重ベクトル P を与える．配置行列 LM とは1要素につき6個の行ベクトルからなり，部材剛性行列から全体剛性行列の組立，節点変位の結果から部材変位の抽出に用いられる．一般的な「マトリックス構造解析」の手続きになり，図-2(1)により結果 x, f_e を得る．

ヒンジが存在する場合は基本形に自由度が加算される．例えば，線形解析で図-1(2)の門構の場合，下端固定で4節点，3要素，6自由度問題であるが，これにヒンジがひとつ加わるとひとつの自由度が増え7自由度問題になる．配置行列 LM を操作することで同じ手続きで実行することができる．ヒンジには回転ばね要素を挿入することもできる．後の2), 4) ではヒンジ付きの静的弾性問題に非線形ばねが挿入された問題になる．

2) プッシュオーバー解析では1)に非線形要素が加わる．非線形要素は一方向ばね図-1(3)を考えることとし，断面力，変形を f_i, u_i とする．一方向ばねでは回転ばねのほか，並進ばね，せん断ばねを考えることができる．非線形要素では骨格曲線のほかに，復元力特性の定義が必要になる．図-3に示したものはそのうちのひとつで骨格曲線を破壊状態まで考えるとクオドリニア，復元力は最大(最小)点を旨指すバイリニア表現になっている．極限設計では塑性ヒンジの能力がゼロから発揮されるため実際の耐力の上限値を与えることになる．結果の $P(x), f_i(u_i)$ は荷重ステップごとに記録されるので，動的にメモリが割当られる．

3) 動的解析では平均加速度法を用いて運動方程式を解くが，行列表現が採用されるとプログラムがコンパクトになる．変位応答，断面力応答が得られる．

4) 非線形動的解析では2), 3)の組み合わせになる．図-2(4)の手続きにより結果を $x(t), f_i(t), f_i(u_i)$ に得ることができる．地動加速度の入力の大きさを変えることで，弾性応答，降伏応答，崩壊などの応答が表現できる．

4. その他の崩壊の形態

以上では構造物崩壊を部材の破壊から全体系の崩壊と連携を行った．静的弾性解析のツールを非線形解析，崩壊解析に拡大した．実際の構造物が崩壊するには部材の圧縮破壊，せん断破壊，曲げ破壊のほか，橋梁における桁かかり長不足に伴う落橋，部材腐食などによる経年劣化に伴う崩壊も発生している．「マトリックス崩壊解析」では適切なモデル化によりこれらの現象を再現することが可能になっている．

参考文献

1) H. C. マーチン：マトリックス法による構造力学の解法，培風館，1967，2) 藤井大地：excelで解く構造力学，2003，丸善，3) 土木学会：橋の動的耐震設計，2003.03

$$\begin{aligned} f_e &= k u_e \\ K &\leftarrow a^T k a \text{ via LM} \\ P &= K x \\ x(6) &\leftarrow x(\text{DOF}) \text{ via LM} \\ f_e &= (k a) x \end{aligned}$$

図-2 (1) elastic, static

$$\begin{aligned} a &= 4 \frac{M}{\Delta t} + 2C, b = 2M \\ K_e &\leftarrow a^T k a \text{ via LM} \\ \text{repeat} \\ K &= K_e + K_i \leftarrow a^T k a \text{ via LM2} \\ (\Delta P + a \dot{x} + b \ddot{x}) &= \left(\frac{a}{\Delta t} + K \right) \Delta x \\ \Delta u_i(1) &\leftarrow \Delta x(\text{DOF}) \text{ via LM2} \\ \Delta f_i &= k \Delta u_i, \Delta f_s = K \Delta x \\ \dot{x} &= \frac{2}{\Delta t} \Delta x - \dot{x} \\ M \ddot{x} &= (P - C \dot{x} - f_s) \\ k &= f(u_i) \end{aligned}$$

図-2 (4) inelastic, dynamic

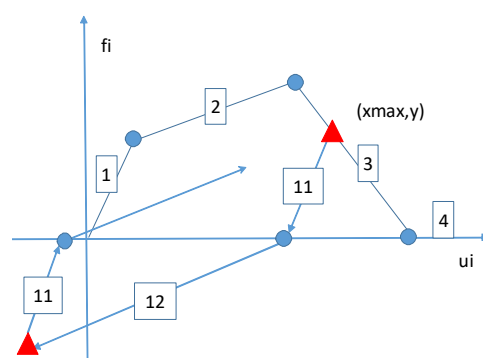


図-3 復元力特性