

自由表面での反射が拡散波動場における S 波と P 波のエネルギー比に与える影響

港湾空港技術研究所 正会員 ○長坂 陽介
港湾空港技術研究所 正会員 野津 厚

1. はじめに

常時微動や地震動のコーダ波など、波があらゆる方向から到来するときにある 2 地点の記録の相互相関によりその 2 地点間のグリーン関数を得る手法は地震波干渉法と呼ばれている。Sánchez-Sesma and Campillo (2006) や Wapenaar and Fokkema (2006)らにより定式化がなされているが、これらの文献では 2 地点の記録の相互相関と厳密なグリーン関数を結びつけるためにいくつかの仮定が用いられている。その 1 つに S 波と P 波のエネルギー密度の比が $2(V_P/V_S)^3$ となるというものがある。この比率は地震波干渉法の成立条件や拡散波動場における常時微動 H/V の解釈(Sánchez-Sesma *et al.*, 2011)に関わるなど重要なものであるが、この仮定が成り立つ条件については未解明な点も残されている。

拡散波動場において S 波と P 波のエネルギー密度比が $2(V_P/V_S)^3$ となることについて具体的に言及した例としては Weaver (1982)が挙げられる。Weaver (1982)では、拡散波動場の定義をある周波数周辺に固有周波数を持つ各モードが平均的に等しいエネルギーを持つような波動場としている。このとき、S 波と P 波のエネルギー密度比は各固有モードの数の比と等しくなり、これが $2(V_P/V_S)^3$ となると説明している。これは統計力学における equipartition の概念を弾性波動論に拡張したものと理解できる。ただし、エネルギー密度比が $2(V_P/V_S)^3$ でない状態から最終的に $2(V_P/V_S)^3$ となるためには固有モード間のエネルギー交換が必要であるが、その具体的なプロセスについては説明されていない。Weaver (2010)でも熱力学の議論がそのまま弾性波に適用できるとは限らないとしている。

S 波と P 波の具体的なエネルギー交換プロセスについては弾性波の放射輸送方程式を用いた研究(Ryzhik *et al.*, 1996; Papanicolaou *et al.*, 1996)があり、不均質を含む媒質において多重散乱により S 波と P 波のエネルギー交換が行われる過程が調べられている。ランダム性を有する媒質の内部では多重散乱により SP 変換と PS 変換が繰り返されることにより初期条件に関わらずエネルギー密度比は $2(V_P/V_S)^3$ に収束することが示されている。従って、多重散乱は拡散波動場が成立するための物理プロセスの 1 つとして重要な役割を果たしていることが分かる。その一方で、Ryzhik *et al.* (1996)や Papanicolaou *et al.* (1996)では自由表面や媒質境界の影響については課題であると述べられている。

自由表面の影響を直接扱った研究は Egle (1981)によるものが挙げられる。Egle (1981)は自由表面を持つ一様弾性体を考え、拡散波動場を様々な方向に伝播するランダムな平面波の重ね合わせとして定義した。この拡散波動場の定義は Weaver (1982)とは異なるものであるが、平面波を用いた定義はより直観的で分かりやすく、自由表面における反射の影響を考慮しやすい形となっている。Egle (1981)は自由表面にランダムに入射する平面波が PS 変換と SP 変換を繰り返すことでエネルギー密度比が一定の値に収束することを示した。しかし、Egle (1981)は具体的な例としてポアソン比が 0.3 のとき比率が 12.9 としており、 $2(V_P/V_S)^3$ (ポアソン比が 0.3 のとき 13.1) とはわずかに異なっていた。Weaver (1982)はこの違いを数値誤差によるものとしているが、Egle (1981)の条件で理論的に $2(V_P/V_S)^3$ となるかについては分かっていなかった。

そこで、著者らはこの点について検討し、Egle (1981)の条件に従う波動場の S 波と P 波のエネルギー密度比が厳密に $2(V_P/V_S)^3$ となることを示した。これにより、これまで曖昧であった拡散波動場における自由表面の影響を明確なものとなった。本稿では概要のみ示す。詳細は Nagasaka and Nozu (2022)を参照していただきたい。

キーワード 拡散波動場, 自由表面, 反射, 平面波, モード変換

連絡先 〒239-0826 神奈川県横須賀市長瀬 3-1-1 港湾空港技術研究所 地震動研究グループ T
E L 046-844-5085

2. 証明の概要

対象とする媒質は自由表面に囲まれた十分に大きい一様弾性体とし、波動場はランダムな位相を持つ平面波の重ね合わせとして表現されるものとする。異なる進行方向、波のタイプ (S または P)、周波数を持つ平面波は互いに無相関とする。Egle (1981) の検討によれば、このとき、自由表面での反射によるモード変換を繰り返すことで S 波と P 波のエネルギー密度比 (以下 R とする) は一定値に収束し、 $R=(\gamma_{LT}V_P)/(\gamma_{TL}V_S)$ で表される。ここで γ_{LT} は自由表面への入射 P 波のエネルギーに対する反射 S 波のエネルギーの比率、 γ_{TL} はその逆の変換におけるエネルギーの比である。 γ_{LT} と γ_{TL} はあらゆる入射角を考慮した平均的なモード変換の程度を表すといえる。 γ_{LT} と γ_{TL} の具体的な表現は Egle (1981) には示されていないが、例えば γ_{LT} については単位時間あたりの入射 P 波のエネルギーを P_{IL} 、P 波から S 波に変換された反射波のエネルギーを P_{LT} とおくと $\gamma_{LT} = P_{LT}/P_{IL}$ となり、 P_{IL} と P_{LT} はそれぞれ以下のように表すことができる。

$$P_{IL} = \int_0^{\pi/2} \frac{1}{2} \rho V_P \omega^2 A_P^2 \cos i \sin i di, \quad P_{LT} = \int_0^{\pi/2} \frac{1}{2} \rho V_S \omega^2 B'_{SV}{}^2 \cos j' \sin i di.$$

ここで ρ は密度、 ω は角周波数、 A_P は入射 P 波の振幅、 B'_{SV} は反射 SV 波の振幅、 i は P 波の入射角、 j' は SV 波の反射角である。 A_P と B'_{SV} は平面波の自由表面における反射係数で結び付けられる。 P_{LT}/P_{IL} には反射係数の 2 乗を入射角について積分する項が現れるが、 R を求めるには γ_{LT} と γ_{TL} の比率を求めればよく、それぞれを解析的に求める必要はない。これらについて比較的単純な変数変換を行うことにより直接積分を行うことなく R を積分を含まない形で表すことができ、 $2(V_P/V_S)^3$ となることが示される。これらの定式化の妥当性を確かめるために P_{IL} と P_{LT} を数値的に積分して γ_{LT} を求め、同様に γ_{TL} も求めてそれらをポアソン比の関数として図示したものが図-1 である。これは Egle (1981) の図-2 をよく再現しており、定式化の妥当性が確認された。また、図-1 からは P 波から S 波に変換される割合が大きく、拡散波動場では最終的には S 波が支配的となることが分かる。

3. まとめ

本検討により、自由表面をもつ一様な弾性体内におけるランダムな平面波による波動場は地震波干渉法の定式化におけるエネルギー密度比に関する条件、つまり S 波と P 波のエネルギー密度比が $2(V_P/V_S)^3$ となる条件を満たすことが理論的に示された。従って、多重散乱のケースと合わせて考えると、自由表面での反射と内部での散乱により SP 変換と PS 変換が繰り返されることが S 波と P 波のエネルギー密度比が $2(V_P/V_S)^3$ に収束するための本質的な物理プロセスと考えられる。より現実的な水平成層地盤での検討や表面波を含めた検討も行われているが、拡散波動場の理解のため、今後も検討を進めることが重要である。

謝辞

山田雅行氏、羽田浩二氏、福永勇介氏、江口拓生氏、呉双蘭氏との議論は検討を進めるうえで大変有益でした。

参考文献

Egle, D. M. (1981). *J. Acoust. Soc. Am.* **70**, 476-480. Nagasaka, Y. and A. Nozu (2022). *Bull. Seismol. Soc. Am.*, doi: 10.1785/0120210283. Papanicolaou, G. C., L. V. Ryzhik, and J. B. Keller (1996). *Bull. Seismol. Soc. Am.* **86**, 1107-1115. Ryzhik, L., G. Papanicolaou, and J. B. Keller (1996). *Wave Motion* **24**, 327-370. Sánchez-Sesma, F. J., and M. Campillo (2006). *Bull. Seismol. Soc. Am.* **96**, 1182-1191. Sánchez-Sesma, F. J., M. Rodríguez, U. Iturrarán-Viveros, F. Luzón, M. Campillo, L. Margerin, A. García-Jerez, M. Suarez, M. A. Santoyo, and A. Rodríguez-Castellanos (2011). *Geophys. J. Int.* **186**, 221-225. Wapenaar, K., and J. Fokkema (2006). *Geophysics* **71**, no. 4, SI33-SI46. Weaver, R. L. (1982). *J. Acoust. Soc. Am.* **71**, 1608-1609. Weaver, R. L. (2010). *Earthq. Sci.* **23**, 397-402.

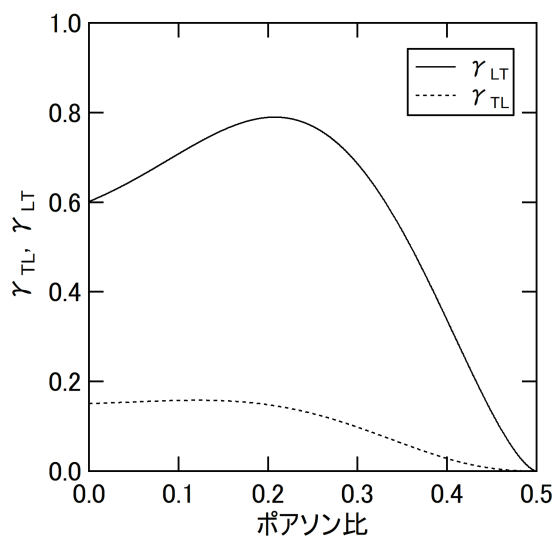


図-1 γ_{LT} と γ_{TL}