

SIMP 法の拡張による脆性-延性複合構造物のトポロジー最適化

名古屋大学 学生会員 ○藤原 睦樹
 名古屋大学 正会員 干場 大也
 名古屋大学 正会員 西口 浩司
 名古屋大学 正会員 加藤 準治

1. はじめに

一般に高強度かつ高靱性な構造は工学的に理想とされる。しかし、強度と靱性はトレードオフの関係にあるため、単一の材料のみでは実現が困難である。このような構造を可能にするものとして脆性材料と延性材料の複合構造が考えられる。これは FRP や RC などが例として挙げられる構造で、高強度な脆性材料と高靱性な延性材料が互いの弱点を補い合っているという特徴がある。

しかし、このような構造のトポロジー最適化に関する研究はあまり進められていない。これは脆性と延性が共に非線形材料であることに起因する。非線形材料のトポロジー最適化では数多くの材料パラメータが設計変数と関連づけられる。また、グレースケールにおける脆性-延性両方の挙動を表す材料モデルではその数はさらに多くなり、そのチューニングがより複雑になり計算コストも高くなる。この問題を回避するために、本研究では異なるモデルを部分的に組み合わせた材料モデルを提案し、トポロジー最適化における SIMP 法を拡張することで、簡易的な脆性材料と延性材料からなる複合構造のトポロジー最適化手法を開発することを目的とする。

2. 設計変数および最適化問題の設定

本研究では高強度・高靱性を目的としているため、目的関数は外力による仕事の最大化としている。

$$\min f(\mathbf{s}) = - \int_{\Omega} \int_{\tilde{\varepsilon}} \sigma : d\varepsilon d\Omega \quad (1)$$

制約条件は構造全体における脆性材料と延性材料の使用体積比が一定としている。

$$\text{s.t. } h(\mathbf{s}) = \int_{\Omega} s_j d\Omega - \hat{V} = 0 \quad (2)$$

設計変数は各有限要素内における脆性材料と延性材料の材料体積比である。

$$s_j = \frac{r_j}{r_0} \quad 0 \leq s_j \leq 1 \quad (3)$$

3. 脆性-延性 2 相混合材料モデル

本研究では設計変数による内挿パラメータの数を最小限にし、さらに感度解析を簡単なものにするために、脆性と延性の異なる 2 つのモデルを部分的に組み合わせた脆性-延性 2 相混合材料モデルを提案する。組み合わせる材料モデルは、脆性材料として Mazars らの [2] 損傷発展式を用いた等方損傷モデル、延性材料として von-Mises の弾塑性モデルである。

等方損傷理論では、損傷の進展度をスカラーの損傷変数 D を用いて表し、 D により材料の剛性は以下の式のように低下する。

$$\sigma = (1 - D)\mathbb{C} : \varepsilon \quad (4)$$

ここで \mathbb{C} は弾性剛性テンソルである。また、Mazars らの損傷発展式では、損傷変数 D の発展式は圧縮と引張に分けて考えられる。

$$D = \alpha_t D_t + \alpha_c D_c \quad (5)$$

弾塑性モデルでは線形かつ等方硬化化をを仮定しているため、硬化関数 $k(\bullet)$ は以下の式で表せる。

$$k(\tilde{\varepsilon}^p) = \sigma_y + h\tilde{\varepsilon}^p \quad (6)$$

ここで、 $\tilde{\varepsilon}^p$ は相当塑性ひずみ、 h は硬化係数である。

4. 脆性-延性 SIMP 法

本研究ではトポロジー最適化における SIMP 法を脆性と延性の非線形 2 材料に拡張した脆性-延性 SIMP 法を提案する。一般に非線形材料のトポロジー最適化では数多くの材料パラメータが設計変数に関連づけられるが、先述の混合モデルを用いることでヤング率、損傷の閾値、降伏の閾値の 3 つのパラメータを内挿するだけで計算が可能になる。

$$E = (1 - s_i^p)E_1 + s_i^p E_2 \quad (7)$$

$$K_0 = (1 - s_i^p)K_{01} + s_i^p K_{02} \quad (8)$$

$$\sigma_y = (1 - s_i^p)\sigma_{y1} + s_i^p \sigma_{y2} \quad (9)$$

キーワード 非線形材料, 脆性-延性複合構造, トポロジー最適化

連絡先 〒464-8601 愛知県名古屋市千種区不老町 E-mail: fujiwara.mutsuki@c.mbox.nagoya-u.ac.jp

表-1 Material parameters for optimization example

	Brittle	Ductile
Young's modulus (MPa)	24000	20000
Poisson's ratio	0.2	0.2
K_0	0.001	0.01
A_t	0.98	0.98
B_t	200.0	200.0
A_c	0.98	0.98
B_c	150.0	150.0
σ_y (MPa)	300	60
E_h (MPa)	7500	7500

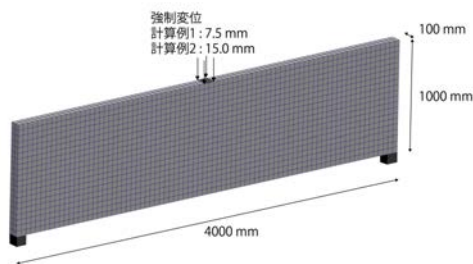


図-1 Boundary condition for optimization example

5. 感度解析

本研究では勾配基準法に基づく最適化アルゴリズム、MMA(Moving Method of Asymptotes)で解くため目的関数の感度を求める必要がある。ここで、干場らの先行手法 [3] を用いている。これは目的関数の感度式に含まれる陰的な微分項を、特殊な荷重条件を課すことにより消去するという手法である。この手法により解析的感度は以下の式で表せる。

$$\frac{\partial f_{n+1}}{\partial s_j} = - \int_{\Omega} \left(\frac{\partial \sigma_{n+1}}{\partial s_j} \right) : \Delta \epsilon_{n+1} d\Omega \quad (10)$$

これにより、応力の感度を導出するだけで目的関数の感度は求まる。応力感度の詳細な導出については紙面の都合上ここでは割愛する。

6. 最適化計算例

本手法を用いた最適化数値計算例を紹介する。表-1に示す材料パラメータを用い、図-1に示すような3点曲げを模した境界条件で、与える強制変位の値を変えた2つの最適化計算を行った。

強制変位が7.5mmの場合の計算結果を図-2、15mmの場合の計算結果を図-3に示す。計算結果を比較すると強制変位の下部において強制変位が7.5mmの場合では脆性材料のみが現れているのに対し、15mmの場合ではその中心部に延性材料が現れていることが確認できる。これは強制変位

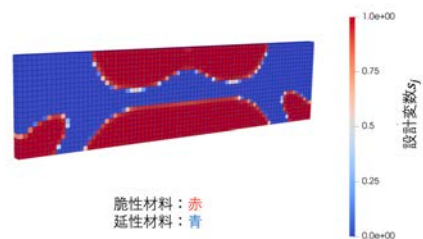


図-2 Results of optimization example 1

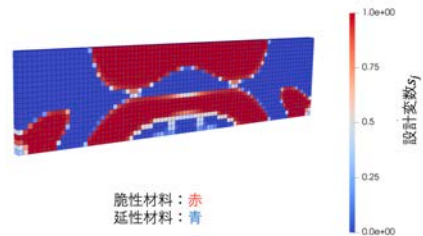


図-3 Results of optimization example 2

の値が7.5mmの場合は脆性材料の損傷や延性材料の塑性変形があまり進展しないため、剛性の高い脆性材料が引張応力の集中する強制変位下部に現れているのに対し、強制変位が15mmの場合は脆性材料の損傷が発展したことにより、引張応力下で耐荷力を発揮できなくなったことが原因だと考えられる。

7. 結論

本研究では、異なる材料モデルを部分的に組み合わせた脆性-延性2相混合材料モデルを提案し、トポロジー最適化におけるSIMP法を非線形2相材料に拡張した脆性-延性SIMP法を提案することで、設計変数で内挿するパラメータの数を絞った、計算コストの低い脆性-延性複合構造物のトポロジー最適化手法を開発した。さらにこの手法を用いた最適化計算例を2つ示した。

参考文献

- [1] M. P. Bendsøe, O. Sigmund: Material interpolation schemes in topology optimization, Arch. Appl. Mech., 69(9)(1999), pp.635-654.
- [2] J. Mazars and G. Pijaudier-Cabot: Continuum damage Theory-Applocation to concrete, Journal of Engineering Mechanics, Vol. 115, 1989, pp.345-365.
- [3] 干場大也, 加藤準治, 高瀬慎介, 寺田賢二郎, 京谷孝史: 弾塑性材料の繰り返し载荷を考慮したマルチフェーズトポロジー最適化および解析的感度の精度検証, 土木学会論文集 A2, Vol.70, No2, pp.317-328, 2014.