

大変形を考慮した動的トポロジー最適化における安定化手法の検討

名古屋大学 学生会員 ○杉浦 拓実
 名古屋大学 正会員 干場 大也
 名古屋大学 正会員 西口 浩司
 名古屋大学 正会員 加藤 準治

1. はじめに

本研究では、有限変形を考慮した動的問題のトポロジー最適化において、安定化手法を導入しその影響を考察する。密度法に基づくトポロジー最適化において、有限変形を考慮すると Newton-Raphson 法が収束しなくなる数値不安定が生じる。これに対し、静的問題では様々な安定化手法が提案されている。一方で、慣性の影響で空隙要素が大きく変形する動的問題では、静的問題の安定化手法を、直接使用した例しかなく、適用性の検証は行われていない。本研究では、有限変形を考慮した動的問題のトポロジー最適化手法 [2] において、ひずみエネルギー密度関数を線形弾性体と内挿する安定化手法 [1] を導入し、その性能を最適化結果から検証する、さらに、大変形が生じる問題の最適化を行い、最適構造の妥当性を検証した。

2. 安定化手法

密度法に基づくトポロジー最適化では、設計変数が 0 に近い空隙要素が大きく変形する。有限変形を考慮すると、変形勾配テンソル \mathbf{F} の行列式 $\det(\mathbf{F})$ である体積変化率が負となるような非物理的挙動が生じる。このとき、正しい接線剛性が計算できず、Newton-Raphson 法が収束しなくなる数値不安定が生じる。そこで、本研究では、次式のように、ひずみエネルギー密度関数を線形弾性体と超弾性体で内挿する手法 [1] を採用し、安定化を図る。

$$\phi(\mathbf{u}) = \left\{ \phi^{\text{NL}}(\gamma_e \mathbf{u}) - \phi^{\text{L}}(\gamma_e \mathbf{u}) + \phi^{\text{L}}(\mathbf{u}) \right\} \quad (1)$$

ただし、 \mathbf{u}_e は要素節点変位ベクトル、 γ_e はパラメータ、 $\phi^{\text{NL}}(\cdot)$ は超弾性体、 $\phi^{\text{L}}(\cdot)$ は線形弾性体のひずみエネルギー密度関数であり、それぞれ超弾性体、線形弾性体の構成則を表す。式 (1) において、パラメータ γ_e が 1 のとき、構成則は超弾性体、0 のとき、線形弾性体となる。本研究では勾配基本法に基づく最適化を行うため、次式の平滑化ヘビサイド関数を用い、密度に応じて γ_e を決定する。

$$\gamma_e(\rho_e) = \frac{\tanh(\beta\bar{\rho}) + \tanh\{\beta(\rho_e - \bar{\rho})\}}{\tanh(\beta\bar{\rho}) + \tanh\{\beta(1 - \bar{\rho})\}} \quad (2)$$

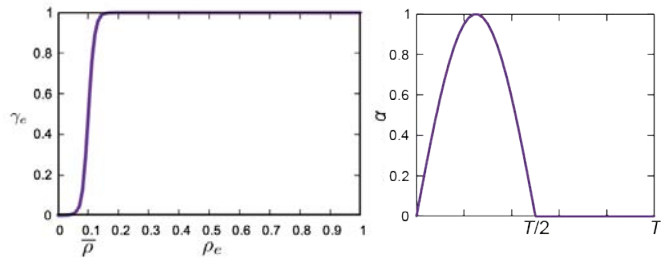


図-1 平滑化ヘビサイド関数

図-2 荷重-時間関係

ここで、 $\bar{\rho}$ は閾値、 β は閾値における関数の傾きの度合いを表し、この値が大きいくほど急勾配となる (図-1)。ただし、本研究では $\beta = 500$ に固定する。

3. 最適化問題の設定

本研究では、目的関数を次式で定義し、これを最小化する。

$$\min f = \int_0^T \mathbf{u}_{\text{tar}}^2(t) dt = \sum_{k=0}^n \mathbf{u}_{\text{tar},k}^2 w_k \quad (3)$$

ただし、 \mathbf{u}_{tar} は荷重作用点の自由度のみ値を持つ変位ベクトルである。したがって、この目的関数は荷重載荷点の平均変位の最小化と解釈できる。

また、設計領域および荷重は図-2 に示すように計算時間 T の内 $T/2$ に sin 波を与える。また、荷重-時間関係は、 $F(t) = F_{\text{max}} \times \alpha$ のように最大荷重 F_{max} に図-2 の係数を乗じる。ただし、総ステップ数は 50 に固定し、载荷時間に応じて Δt を変化させる。ここでは 2 つの荷重を設定し、荷重 1 は $T = 50$ s の低速载荷、荷重 2 は $T = 0.25$ s の高速载荷とする。

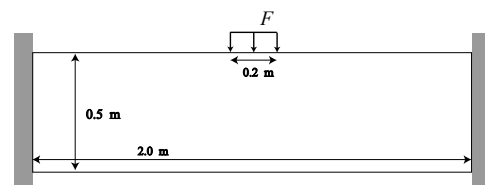


図-3 設計領域

キーワード トポロジー最適化, 動的問題, 数値不安定

連絡先 〒464-8601 愛知県名古屋市千種区不老町 sugiura.takumi.y5@s.mail.nagoya-u.ac.jp

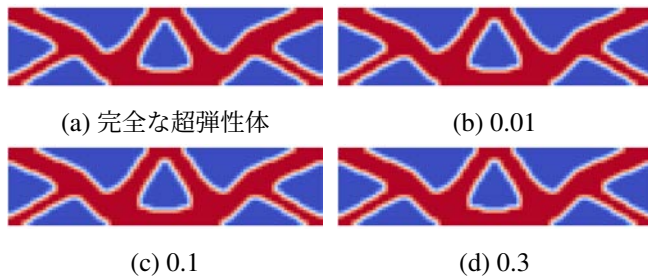


図-4 閾値の変化に対する最適化結果の比較：荷重1(低速)

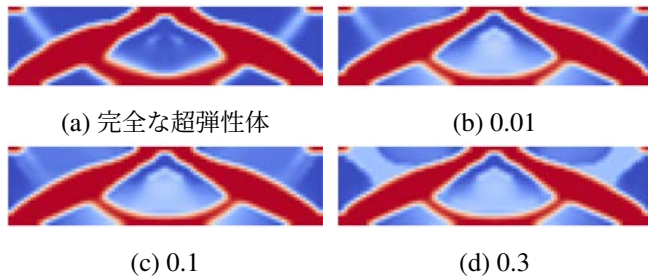


図-5 閾値の変化に対する最適化結果の比較：荷重2(高速)

4. 閾値の検証

本研究では、数値安定化として、設計変数に閾値 $\bar{\rho}$ を設け、構成則を線形弾性体と超弾性体で内挿する手法を用いる。ここでは、安定化の導入、および閾値を変化させたとき、最適化結果に生じる影響を考察する。検証条件として、安定化なし(完全な超弾性体)、安定化手法あり(閾値 $\bar{\rho} = 0.3, 0.1, 0.01$)の4ケースを設定する。さらに、荷重条件は荷重1(低速)と荷重2(高速)の2ケース設定をする。

まず、荷重1の最適化結果を図-4に示す。図-4(a)~(d)から安定化の有無および閾値の値を変化させてもトポロジーが変化しなかった。したがって、慣性の影響が小さい問題では、当該安定化が影響を与えることがないといえる。

次に、荷重2の最適化結果を図-5に示す。図-5(a)~(d)から、得られるトポロジーに大きな違いはないといえる。一方で、(a)は安定化を導入していないにもかかわらず、グレースケールが残った。つまり、慣性の影響が大きくなると、0-1に収束しにくいことがわかる。さらに、安定化導入でグレースケールはさらに増加していることがわかる。

5. 最適化計算例

図-3に示した設計領域に対して表-1の条件で最適化を行う。ただし、式(2)における閾値 $\bar{\rho}$ は0.1とした。また、メッシュは 80×40 分割とした。図-6に最適化結果を示す。図-6(a)から、荷重1(低速)のような準静的問題の場合、引張を受ける部材が主となり、座屈に強い構造が得られる。これは、有限変形を考慮し、大変形が生じたことで得られる結果である。また、同図(b)と(c)では、同じ荷重条件で計算を行なったため、得られた構造は類似している。しかし、左

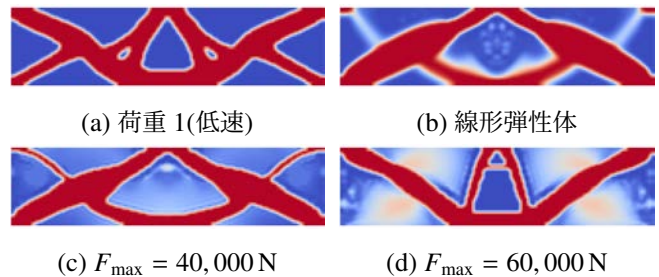


図-6 最適化計算結果

右上端にある細長の要素が線形弾性体では直線であるのに対し、有限変形を考慮した(c)では湾曲している。これは、構造の変形を抑制するために最大変形時に初めて機能するテンション部材であり、有限変形を考慮したことで得られた結果である。また、同図(d)の構造は、作用荷重が大きくなったことで、(a)と同様に、引張部材が主となっていることがわかる。一方で、前節で述べたとおり、慣性および安定化手法導入の影響で、同図(b)から(d)は収束性が悪化したことで、グレースケールが残った。

表-1 最適化計算における問題設定

計算例	(a)	(b)	(c)	(d)
構成則	超弾性体	線形弾性体	安定化	
载荷速度	荷重1	荷重2		
F_{\max}	40,000 N			60,000 N

6. 結論

有限変形を考慮した動的問題のトポロジー最適化で生じる数値不安定現象に対し、Wangらの安定化手法を導入し、その性能検証を行った。慣性の影響が大きくなると、グレースケールが残り、さらに安定化手法を導入することで、グレースケールはさらに増加することがわかった。したがって、最小寸法制約を課し、設計変数を強制的に0-1に分けるフィルターを導入や、グレースケールが残らないようにする手法の開発が望まれる。

参考文献

- [1] Wang Fengwen, Lazarov Boyan Stefanov, Sigmund Ole, Jensen Jakob Søndergaard : Interpolation scheme for fictitious domain techniques and topology optimization of finite strain elastic problems, *Comput. Appl. Mech. Engrg.* 276(2014)453-472
- [2] Ogawa Shun, Yamada Takayuki : Topology optimization of dynamic problems based on finite deformation theory, *Int. J. Numer. Methods. Eng.* 122(2021)4486-4506