

SPH法の圧力勾配モデルの再検討 ～負圧領域の取り扱いとカルマン渦の再現～

九州大学大学院 学生会員 ○佐伯 勇輔
九州大学大学院 学生会員 辻 勲平
九州大学大学院 正会員 浅井 光輝

1. 目的

豪雨による渡河橋梁の橋脚傾斜や橋桁流失等の被害が全国各地で発生している。流体力を受けた橋梁が流失するだけでなく、橋脚基部で生じる洗掘により橋脚の傾斜あるいは沈降を引き起こす事例の報告もある。このまま地球温暖化が進行すれば、橋梁に与える被害もさらに拡大することも懸念されることから、橋梁の被害対策は急務である。

そこで本研究では、粒子法の一つである SPH 法を用い、特に橋脚背面での洗掘の再現を試みるための基礎検討として、一般的な SPH 法の問題点を再検討した。SPH 法は、負圧領域での安定した解析のために採用されてきた圧力勾配モデルに焦点を当て、負圧領域での取り扱いを議論した。まずは 2 次元カルマン渦の再現解析を試み、提案法の有用性を議論した。

2. 内容

2. 1 ISPH 法を用いた流体解析

SPH 法とは解析対象を有限個の等粒径粒子で空間離散化し、以下のように重み関数 w による重み付き平均を行い物理量 ϕ の評価を行う手法である。ここで m , r , h はそれぞれ質量、粒子間距離、影響半径である。本解析では、非圧縮性流体を対象とし、以下の圧力ポアソン方程式によって体積保存性に優れている安定化 ISPH 法¹⁾を用いる。

$$\langle \nabla^2 p^{n+1} \rangle_i := \frac{\rho_0}{\Delta t} \langle \nabla \cdot \mathbf{u}^* \rangle_i + \alpha \frac{\rho_0 - \langle \rho^n \rangle_i}{\Delta t^2} \quad (1)$$

2. 2 円柱周り流れ解析のモデル作成

本解析では、橋脚形状を簡略化した円柱モデルを循環水路内に配置した。循環水路は内部の流体粒子が流入部・流出部近傍で粒子の欠損を防ぐために、流入・流出粒子（ダミー粒子）を配置させる。

境界条件として、流入部では速度をディリクレ条件とし、圧力はノイマン条件とする。流出部においては、

流出境界での乱れを防ぐために、速度・圧力ともに流出境界を超えた時点の値を固定し、位置のみ更新する。

2. 3 ISPH 法の高精度化

従来の ISPH 法で計算した場合、円柱後方の負圧領域で不自然な流体領域の剥離が発生し、非現実的な自由表面を生じた (図-1(a) 参照)。そこで圧力勾配モデルおよび粒子配置補正による高精度化を行った。

SPH 法による流体解析で慣例的に用いられる圧力勾配モデル (式(2)) は、粒子配置の均等化を目的として安定化項を追加し、近傍粒子と着目粒子の圧力の和を使ったモデル (和モデル) である。この安定化項は、正圧領域に対しては粒子配置の均等化の効果が期待できるが、負圧領域では逆効果となる。そこで、本研究では安定化項を除いた式(3)で示される差の形式の勾配モデル (差モデル) を用いることにした。また同式は、離散微分モデルとして Taylor 展開の 1 次打ち切り誤差を保証することができ、粒子配置が乱れた状態でも一定の精度を保つことができる修正勾配モデルである。具体的には、式(4)で定義する修正勾配行列²⁾を使い補正をしている。以上の修正勾配モデルの変更に加え、流体粒子の剥離を防ぐために粒子配置補正法³⁾ (以降、PS 法と略記) を適用した。

$$\left\langle \frac{\nabla p}{\rho} \right\rangle_i = \sum_j m_j \left(\frac{p_j}{\rho_j^2} + \frac{p_i}{\rho_i^2} \right) \nabla w_{ij} \quad (2)$$

$$\left\langle \frac{\nabla p}{\rho} \right\rangle_i = \frac{1}{\rho_i} \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} (p_j - p_i) \tilde{\nabla} w_{ij} \quad (3)$$

$$\tilde{\nabla} w_{ij} := \left(\sum_j \frac{m_j}{\rho_j} \nabla w_{ij} \otimes \mathbf{r}_{ij} \right)^{-1} \nabla w_{ij} \quad (4)$$

以上の高精度化を行った SPH 法により、円柱周り流れの解析結果を図-1(b)に示す。円柱背面で発生していた流体粒子の剥離を防ぎ、負圧領域の安定した計算が可能であることが示せた。また、一般にレイノルズ数が 50 付近で双子渦からカルマン渦に遷移するとされている。レイノルズ数を 20, 40, 60, 80 に設定した解析結

キーワード ISPH, 引張り不安定性, 圧力勾配モデル, 洗掘, カルマン渦

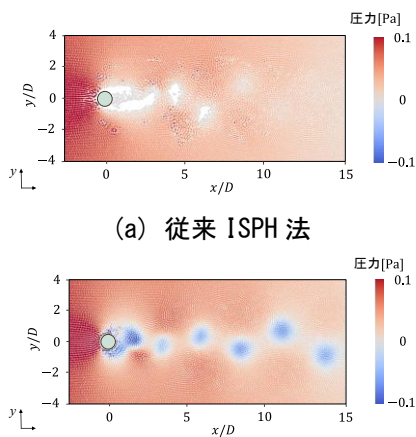
連絡先 〒819-0395 福岡市西区元岡 744 W2-1102 構造解析学研究室 TEL 092-802-3370

果(図-2参照)より、レイノルズ数が40~60でカルマン渦に遷移していることから、解析においても円柱後流の遷移が再現できたといえる。

最後に提案法の優位性を確認するために、円柱後方で発生する渦について、既往の実験結果⁴⁾⁵⁾との比較を行った。ここでは非すべり条件の与え方についても議論している。固定壁境界上で速度ゼロとする非すべり条件では双子渦の大きさ、ストローハル数ともにレイノルズ数が大きくなるにつれ大きくなる傾向を捉えている。一方で、壁粒子の速度をゼロとする簡易的な非すべり条件(ここでは、擬似非すべり条件と呼称)では実験値から大きく離れている。また、粒子径を小さくした場合($D=0.2$ [cm] \rightarrow 0.1 [cm])、実験値に漸近していった。以上の検証より、円柱境界の非すべり条件を適切に与え、高精度化 ISPH を用い、円柱直径の $1/10 \sim 1/20$ 程度の粒子間隔で解くことでカルマン渦を精度よく再現できるものと考えられる。

3. 結論

本研究では、河川氾濫時の橋梁被害要因のひとつである橋脚周りの洗掘の数値解析に向けた安定化 ISPH 法の基礎検討として、循環型水路モデルを用いたカルマン渦の再現を試みた。具体的には、空間一次精度を満足する圧力勾配モデルおよび粒子配置の均等化を目指した PS 法を導入した。これにより負圧領域の安定した計算が可能であることが確認した。また、カルマン渦を精度よく再現するには、固体境界において精度のよい非すべり条件の付与も重要であった。



(a) 従来 ISPH 法
(b) 高精度化 ISPH 法
図-1 円柱周りの流れ解析

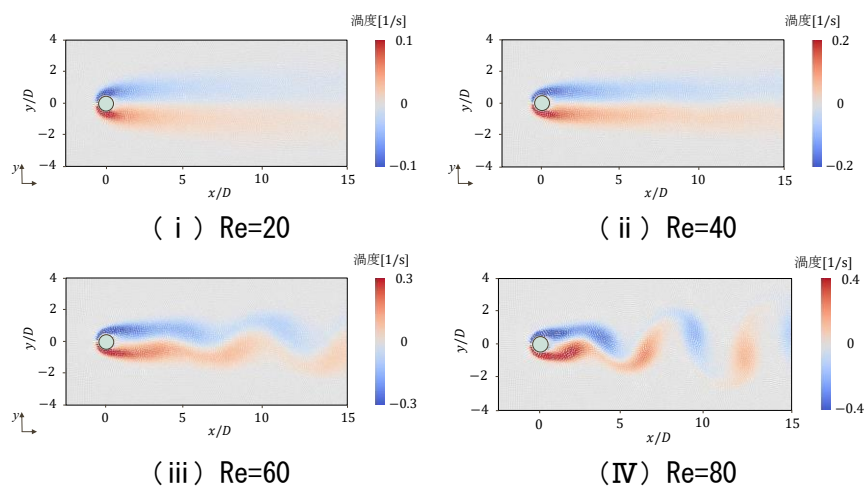


図-2 円柱後流の遷移

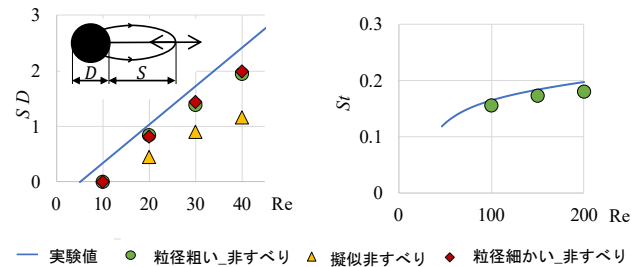


図-3 双子渦

図-4 ストローハル数

今後、曲面を有する境界に対する取り扱い、ならびに解像度(粒子径)と数値解の収束性について詳細に検討する予定である。そして、同手法を用いて橋脚周りの複雑な流れの再現を行うと共に、洗掘現象の把握を目指し、礫質の河床材料内の間隙流れ解析へと発展させる。

参考文献

- 1) 浅井光輝：明解 粒子法,丸善, 2022.
- 2) G. Oger, M. Doring, B. Alessandrini, and P. Ferrant : An improved SPH method: Towards higher order convergence, *J. Comput. Phys.*, Vol.225, pp.1472-1492, 2007.
- 3) R. Xu, P. Stansby, and D. Laurence : Accuracy and stability in incompressible SPH (ISPH) based on the projection method and a new approach, *J. Comput. Phys.*, Vol. 228, No. 18, pp.6703-6725, 2009.
- 4) S. Taneda : Experimental investigation of the wakes behind cylinders and plates at low Reynolds numbers, *J. Phys. Soc. Japan*, Vol. 11, No. 3, 1956.
- 5) C.H.K. Williamson : Defining a universal and continuous Strouhal-Reynolds number relationship for the laminar vortex shedding of a circular, *Phys. Fluids*, No. 31, pp.2742-2744, 1998.