

Building-cube 法に基づくオイラー型構造-流体統一解法による粘性-超弾性解析

名古屋大学 学生会員 ○竹内 秀輔
 名古屋大学 正会員 西口 浩司
 神戸大学 非会員 嶋田 宗将
 名古屋大学 学生会員 勝又 稜平
 名古屋大学 正会員 干場 大也
 名古屋大学 正会員 加藤 準治

1. はじめに

オイラー記述に基づく固体解析 [1] は、空間固定メッシュ中を固体が変形・移動する解法であり、大変形や破断を伴う固体解析に有効な手段の一つである。また、流体とのカップリングも容易であり、西口らは階層型直交メッシュ法の一つであるビルディング・キューブ法 (BCM)[2] を用いた完全オイラー型流体-構造強連成解法 [4] を提案している。BCM に基づくオイラー型解法は超並列計算環境において高い並列化効率を得やすく、かつ複雑形状の構造解析も容易に行うことができる利点を有する。

さらに、著者らは、固体領域にマーカー粒子を配置したオイラー型セル中心有限体積法による構造-流体連成解析手法 [5, 6] を提案している。マーカー粒子を用いた手法では、従来のオイラー型固体解析の課題であった移流計算による固体界面と固体内部変数の数値拡散を回避し、粘弾性体や弾塑性体のように多数の固体内部変数を有する固体材料モデルを高精度に計算することが可能となった。ただし、これらの手法 [5, 6] では超弾性体および線形弾性体への適用のみに留まっている。

以上の背景から、本研究では、著者らが開発した手法 [5, 6] を基礎として、マーカー粒子を用いたオイラー型セル中心有限体積法による粘性-超弾性解析手法を提案することを目的とする。本手法の妥当性を1軸引張問題を通して検証し、粘弾性体(熱可塑性エラストマー)からなる衝撃吸収構造と空気の連成解析に適用することで有用性を示す。

2. 基礎方程式

2.1 空間平均化方程式

オイラー型解法で複数の物質を取り扱う場合、一つの計算セルに複数の物質が存在し得る。そこで本研究では、非圧縮性の仮定の下で固体と流体の基礎方程式を体積平均化した方程式を用いる [3]。

$$\nabla \cdot \mathbf{v}_{\text{mix}} = 0 \quad (1)$$

$$\rho_{\text{mix}} \left(\frac{\partial \mathbf{v}_{\text{mix}}}{\partial t} + (\mathbf{v}_{\text{mix}} \cdot \nabla) \mathbf{v}_{\text{mix}} \right) = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}_{\text{mix}} + \rho_{\text{mix}} \mathbf{b} \quad (2)$$

ここで、 \mathbf{v}_{mix} 、 ρ_{mix} 、 $\boldsymbol{\sigma}_{\text{mix}}$ はそれぞれ以下のように定義される。

$$\mathbf{v}_{\text{mix}} = \sum_{i=1}^n \phi_i \bar{\mathbf{v}}_i \quad (3)$$

$$\rho_{\text{mix}} = \sum_{i=1}^n \phi_i \rho_i \quad (4)$$

$$\boldsymbol{\sigma}_{\text{mix}} = \sum_{i=1}^n \phi_i \bar{\boldsymbol{\sigma}}_i \quad (5)$$

式 (3)(4)(5) において、 ϕ_i は検査体積中の物質 i の体積率である。また、式 (3) における $\bar{\mathbf{v}}_i$ は物質 i の存在する領域 Ω_i における \mathbf{v}_i の体積平均値、式 (5) における $\bar{\boldsymbol{\sigma}}_i$ は物質 i の存在する領域 Ω_i における $\boldsymbol{\sigma}_i$ の体積平均値である。本研究の数値計算においては、検査体積 ($x - \Delta x/2 \leq \bar{x} \leq x + \Delta x/2$, $y - \Delta y/2 \leq \bar{y} \leq y + \Delta y/2$, $z - \Delta z/2 \leq \bar{z} \leq z + \Delta z/2$) は一つの計算セル、 ϕ_i は一つの計算セルにおける物質 i の体積率に相当する。式 (1)(2) では、各物質の速度 \mathbf{v}_i を求めるのではなく、体積平均化された単一の速度場 \mathbf{v}_{mix} を求める。さらに、式 (4)(5) の計算では、物質毎に体積率 ϕ_i 、質量密度 ρ_i 、構成方程式を与える。

2.2 構成方程式

本研究では、固体の構成方程式としては Simo の粘性-超弾性モデル、流体の構成方程式としては非圧縮性ニュートン流体を仮定する。Simo の粘性-超弾性モデルでは、次式のように Cauchy 応力を等積変化項と体積変化項に加算分解して定式化を行う。

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}_{\text{iso}} + \boldsymbol{\sigma}_{\text{vol}} \quad (6)$$

ここで、下添え字 iso は等積変化項、下添え字 vol は体積変化項を意味する。非圧縮性の仮定の下では、体積変化項 $\boldsymbol{\sigma}_{\text{vol}}$ 、すなわち圧力は非圧縮性条件より決定される。一方、

キーワード オイラー型解析, 有限体積法, 粘弾性体, 構造-流体連成解析

連絡先 〒464-8601 愛知県名古屋市千種区不老町 E-mail: takeuchi.shusuke.c5@s.mail.nagoya-u.ac.jp

等積変化項 σ_{iso} は一般化 Maxwell モデルにより次式のように定式化される。

$$\sigma_{iso} = \sigma_{iso0} - \sum_{i=1}^m Q_i \quad (7)$$

$$\frac{DQ_i}{Dt} + \frac{1}{\tau_i} Q_i = \frac{g_i}{\tau_i} \sigma_{iso0} \quad (i = 1, \dots, m) \quad (8)$$

ここで、 σ_{iso0} は $T \rightarrow 0$ の時の全ユニットの Cauchy 応力を足し合わせたものあり、超弾性体構成方程式に従う。 Q_α は α 番目 ($\alpha = 1, \dots, m$) の粘性-超弾性ユニットに関する Cauchy 応力、 τ_α は緩和時間、 g_i は実験により定められるパラメータ、 D/Dt は物質時間微分演算子である。

3. 1 軸引張問題

本手法の妥当性を検証するため、1 軸引張問題の解析を行う。図-1 に示すように各辺 1m の立方体をひずみが 1 となるまで一定速度で引張する。物性値については次節で解析を行う衝撃吸収構造と同じものを与える。粘弾性体（熱可塑性エラストマー）の材料パラメータは動的粘弾性試験結果から同定された 45 項の Prony 級数を用いる。

図-2 は、3 種類の引張速度で解析したときの応力-ひずみ曲線を厳密解と比較した図である。厳密解と良く一致していることが確認でき、本手法の妥当性が示された。

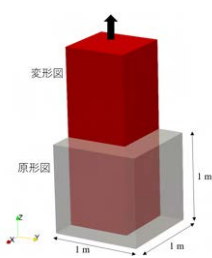


図-1 1 軸引張問題

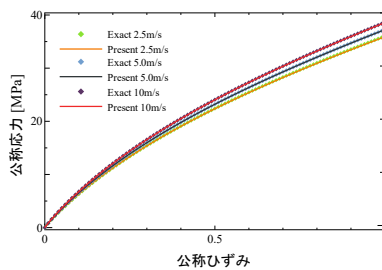


図-2 応力-ひずみ曲線

4. 衝撃吸収構造の変形解析

本手法の有用性を検証するため、図-3,4 に示すように、粘弾性体（熱可塑性エラストマー）からなる衝撃吸収構造と空気の連成解析に適用した。解析結果の詳細は講演会当日に紹介予定である。

5. 結論

本研究において、Simo の粘性-超弾性モデルを導入し、粘弾性を考慮したオイラー型構造-流体統一解法を提案した。1 軸引張問題の応力-ひずみ曲線では、厳密解と良い一致をし、本手法の妥当性を検証できた。衝撃吸収構造の解析条件や結果の詳細は、講演当日に示す。

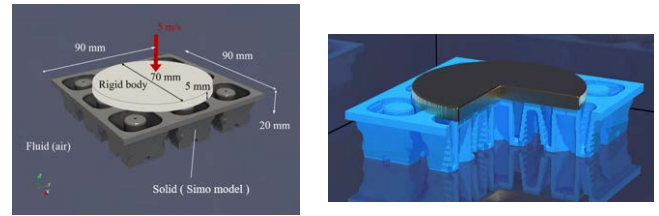
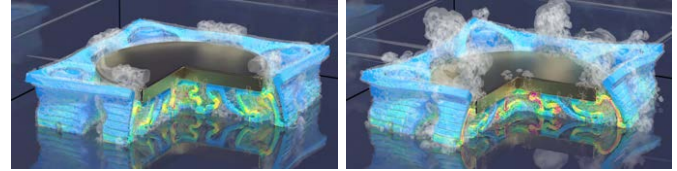


図-3 衝撃吸収構造の変形解析



b) $t = 1.26$ ms

c) $t = 2.1$ ms

図-4 変形の様子とミーゼス応力、Q 値の等値面

参考文献

- [1] Benson DJ. COMPUTATIONAL METHODS IN LAGRANGIAN AND EULERIAN HYDROCODES. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **99**(2-3), pp.235–394, 1992.
- [2] Nakahashi K. Building-cube method for flow problems with broadband characteristic length. *Computational fluid dynamics 2002*. Springer, Berlin, Heidelberg, pp.77–81, 2003.
- [3] Nishiguchi K, Okazawa S, Tsubokura M. Multimaterial Eulerian finite element formulation for pressure-sensitive adhesives. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **114**(13), pp.1368–1388, 2018.
- [4] Nishiguchi K, Bale R, Okazawa S, Tsubokura M. Full Eulerian deformable solid-fluid interaction scheme based on building-cube method for large-scale parallel computing. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **117**(2), pp.221–248, 2019.
- [5] 西口浩司, 岡澤重信, 坪倉誠. 非圧縮性固体-流体連成解析のための陰的 Particle-in-cell 法. 土木学会論文集 A2 (応用力学), **74**(2), pp.1253–1263, 2018.
- [6] Shimada, T., Nishiguchi, K., Bale, R., Okazawa, S., Tsubokura, M. Eulerian finite volume formulation using Lagrangian marker particles for incompressible fluid-structure interaction problems. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **123**(5), pp.1294–1328, 2022.