

有限要素法による遮音壁周辺の音場解析手法の構築

中央大学大学院 学生会員 ○深澤 一志
中央大学 正会員 檜山 和男
京都大学大学院 正会員 吉川 仁

1. はじめに

著者らは、これまで高精度な音場解析手法の構築を行うため、高速多重極境界要素法による大規模音場解析手法の構築を行い、本手法を用いて遮音壁形状の差異による影響の検討¹⁾を行ってきた。しかし、この手法では遮音壁の境界面のみを離散化していたため、遮音壁内部の構造や材質を考慮することが困難という問題があった。

そこで本報告では、有限要素法を用いた音場解析手法構築の構築を行い、その妥当性と有効性について、従来の高速多重極境界要素法による結果との比較のもとに行った。

2. 数値解析手法

(1) 支配方程式と条件式

支配方程式としては、3次元非定常波動方程式を用いる。
・支配方程式

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}(\mathbf{x}, t) = c^2 \Delta u(\mathbf{x}, t) \quad \text{in } D, \quad (1)$$

ここで、 D は解析領域を表し、 c は波速、 u は音圧である。また、境界条件としては、次式を用いる。

・Dirichlet 境界条件

$$u = \hat{u} \quad \text{on } \partial D_u, \quad (2)$$

・Neumann 境界条件

$$\frac{\partial u}{\partial n}(\mathbf{x}, t) = -\frac{\rho}{Z} \frac{\partial u}{\partial t}(\mathbf{x}, t) \quad \text{on } \partial D_{u'}, \quad (3)$$

ここで、 ∂D_u 、 $\partial D_{u'}$ はそれぞれ、Dirichlet 境界条件、Neumann 境界条件を表し、 \hat{u} は既知の音圧、 n は解析領域からの外向き法線ベクトル、 ρ は密度、 Z はノーマル音響インピーダンスである。本研究では入射波は境界面に対して垂直に入射すると仮定する。

$$\frac{\partial u}{\partial n}(\mathbf{x}, t) = -\frac{\cos\theta}{c} \frac{1-\gamma}{1+\gamma} \frac{\partial u}{\partial t}(\mathbf{x}, t) \quad \text{on } \partial D_{u'}, \quad (4)$$

ここで、 γ は反射率を表し、 $\gamma = 1$ の際、完全反射境界条件、 $0 < \gamma < 1.0$ の際、任意反射の境界条件、 $\gamma = 0$ の際、吸音境界条件²⁾となる。一方、初期条件としては、以下の無音条件を仮定する。

・初期条件

$$u(\mathbf{x}, 0) = 0 \quad \text{in } D, \quad (5)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}(\mathbf{x}, 0) = 0 \quad \text{in } D, \quad (6)$$

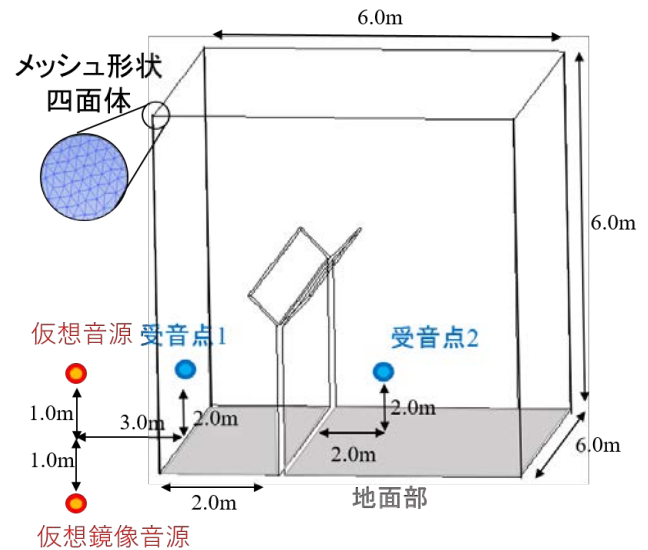


図-1 解析モデル

式(1)に対して Galerkin 法に基づく重み付き残差法を用いると、以下の弱形式が得られる。

$$\int_D u^* \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} d\Omega + c^2 \int_D \nabla u^* \nabla u d\Omega = -c^2 \int_{\partial D_{u'}} u^* \frac{\partial u}{\partial n} d\Gamma, \quad (7)$$

ここで、 u^* は u の重み関数を表す。

(2) 有限要素法に基づく数値解析

式(7)に対し、空間方向の離散化に四面体1次要素を用いると以下の有限要素法が得られる。

$$\mathbf{M} \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} + \mathbf{K} \mathbf{u} = \mathbf{F} \quad (8)$$

ここで、 \mathbf{M} 、 \mathbf{K} 、 \mathbf{F} はそれぞれ質量行列、拡散行列、境界積分項を表し、各行列は次の積分で表される。

$$\mathbf{M} = \int_D N_\alpha N_\beta d\Omega, \quad (9)$$

$$\mathbf{K} = c^2 \int_D \frac{\partial N_\alpha}{\partial x} \frac{\partial N_\beta}{\partial x} d\Omega, \quad (10)$$

$$\mathbf{F} = -c^2 \int_{\partial D_{u'}} N_\alpha N_\beta \frac{\partial u}{\partial n} d\Gamma, \quad (11)$$

ここで、 N_α 、 N_β は四面体1次要素の形状関数を表す。

時間方向の離散化には差分法を用い、陽解法及び陰解法を適用した。

キーワード：有限要素法、音響学、騒音、遮音壁

連絡先： 〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27 中央大学 E-mail: a17.kfgc@chuo-u.ac.jp

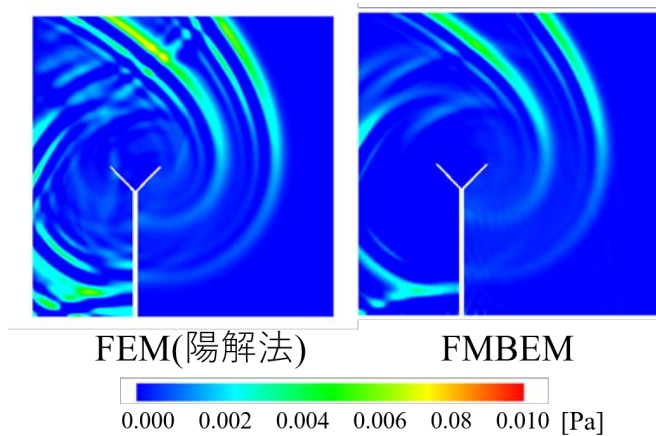


図-2 遮音壁と直交する断面上のインパルス波の音圧分布
(時刻 $t = 0.02994830$)

3. 数値解析例

(1) 解析条件

図-1に示す、複雑な幾何形状を有する遮音壁モデル周辺の音場解析に対して、陽解法に基づく有限要素解析を行い、高速多重極境界要素法の解析結果との比較を行った。音速、時間増分、メッシュ幅はそれぞれ、340m/s、0.00667ms、0.022mとし、入射波にはLubichの擬似インパルス³⁾を使用した。ここで、インパルスの1波長を約25分割したものをメッシュ幅 Δx として解析を行った。なお、遮音壁と地面部に対して、完全反射の境界条件、それ以外の開空間境界面に吸収境界条件を与えて解析を行った。解析に使用したコンピュータは、京都大学のスーパーコンピュータシステム、CrayXC40であり、1ノードあたり68コアと90GBを有している。本解析では、このコンピュータの16ノードを使用し、1088コアでの並列計算を実施した。また、有限要素法と高速多重極境界要素法の未知数の数はそれぞれ、21589384、391168である。

(2) 解析結果

遮音壁と直交する部分の可視化図を図-2に示す。陽解法に基づく有限要素法の可視化図は高速多重極境界要素法に比べ、音の帯が多く、オーバーシュート・アンダーシュートが起きている。また、吸収境界での音の吸収がしきれず、遮音壁上面での音圧値が高い数値を示していることが確認できる。図-1中に示す、受音点1、受音点2で得られる時刻歴波形を図-3、図-4に示す。入射境界面上に設けた受音点1において、遮音壁での反射前の波形は一致し、遮音壁反射後に到達する波においても、概ねの一致が確認できる。一方、受音点2において、有限要素法の解析結果は高速多重極境界要素法の結果に比べて、音の減衰が大きく、位相誤差、オーバーシュート・アンダーシュートの発生が見られる。これらの現象は、解析に集中化を施した陽解法を用いていることが原因として考えられるため、今後、陰解法での解析を行い本解析結果との比較を行う予定である。解析コストの比較図を図-5に示す。図より、有限要素法の計算時間は高速多重極境界要素法に比べ大幅に優れていることが確認できる。本解析は、遮音壁での反射を完全反

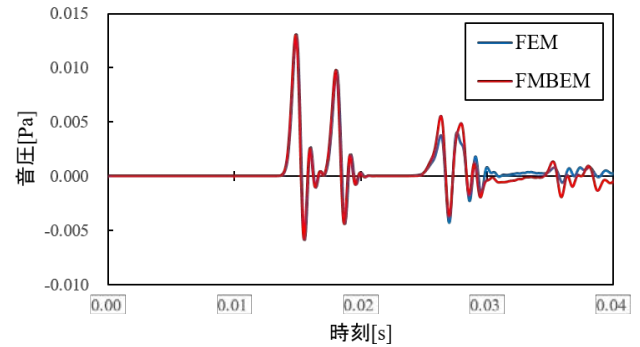


図-3 受音点1の時刻歴波形(完全反射)

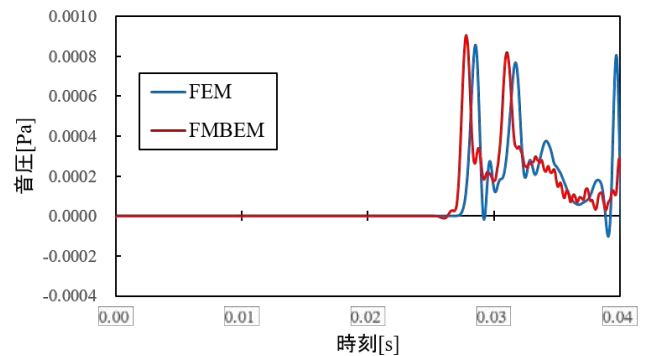


図-4 受音点2の時刻歴波形(完全反射)

	計算時間[分]	解析モデル 使用メモリ[GB]	計算使用メモリ[GB]
FEM	8.1	6.51	46.7
FMBEM[境界値計算]	95.2	0.07	73.4

図-5 計算コスト

射の条件で解析を行っているが、任意反射を考慮する場合、高速多重極境界要素法の第1重層は非ゼロとなるため計算負荷が高まり、この差はより顕著になると考えられる。ここで、両者とも1088コアを使用しての並列計算を行っており、メッシュ幅を統一して解析を行っている。

4. おわりに

本報告では、有限要素法を用いた音場解析手法の構築を行った。その結果、陽解法に基づく有限要素法は従来の高速多重極境界要素法に比べて計算時間や計算機容量の点ではメリットはあるが、数値振動が発生し精度面で課題が見られた。陰解法による結果は講演時に示す。

参考文献

- 1) 庄子諒, 深澤一志, 吉川仁, 高橋徹, 檜山和男: インパルス応答解析に基づく高速多重極境界要素法による音場解析とその可聴化, 土木学会論文集 A2(応用力学), 土木学会, Vol77, No2, pp. I-171-I-182, 2021.
- 2) Mur, G. Absorbing boundary conditions for the finite difference approximation of the time-domain electromagnetic-field equations. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility* (1981) Vol23, No4, pp.377-382
- 3) Lubich, C.: Convolution quadrature and discretized operational calculus. I, *Numerische Mathematik*, Vol.52, pp.129-145, 1988.