

離散ワイブル分布を用いた離散時間における劣化予測モデル

大阪大学大学院工学研究科 学生員 ○四方滉也
 大阪大学大学院工学研究科 学生員 山岸拓歩
 大阪大学大学院工学研究科 正会員 貝戸清之

1. はじめに

高度経済成長期から半世紀経過し、社会基盤施設の劣化問題が顕在化している。その状況下で膨大に収集した点検データを基に統計的に劣化予測を行う手法が多数開発されてきた。青木等は施設の状態を離散的に評価した指標である健全度を対象として、多段階ワイブル劣化ハザードモデルを開発した。健全度間の推移を瞬間的な劣化確率を表すハザードを用いて表すことにより、劣化予測モデルを構築している。ハザードとしてワイブルハザード関数を与えた場合、劣化速度を経時変化させることができる。しかし、推移確率を算出する際、数値積分を実施する必要があるため、計算に膨大な時間を要する。また、計算過程が複雑になるため、推計を実施する際の難易度が高くなる。一方、ハザードを離散ワイブル分布より算出した場合、推移確率は総和計算により算出されるため推計が比較的容易になると考えられる。しかし、この場合、健全度推移が生起する時間は事前に設定した単位時間の自然数倍において定義されるため、推計を実施する際は、時間に関する点検情報を再構成する必要がある。再構成した場合、情報量が低下するため推定精度に影響すると考えられる。

以上の問題意識の下、本研究では離散ワイブル分布を用いて構築した多段階ハザードモデルにおいて、単位時間の設定方法が推定精度に及ぼす影響について考察を行う。以下 2 では離散時間モデルの考え方について述べ、3 では本研究で用いる劣化予測のモデルを説明する。4 では実証分析を通して推定結果に及ぼす影響について考察を行う。

2. 離散時間モデルの考え方

離散時間モデルでは予め基準とする単位時間の設定を行い、単位時間の自然数倍により表される離散時点において劣化の生起を考慮する。そのため、実際の目視点検結果の時間に関する情報を離散時間軸上の点へと再構成する必要がある。図-1 に点検時点の再構成の概念図を示す。実際の 1 回目の点検が供用開始から 1.67 年後に実施され健全度 2 と評価され、2 回目の点検が経過時点 3.24 年に実施され健全度 3 と評価された場合を

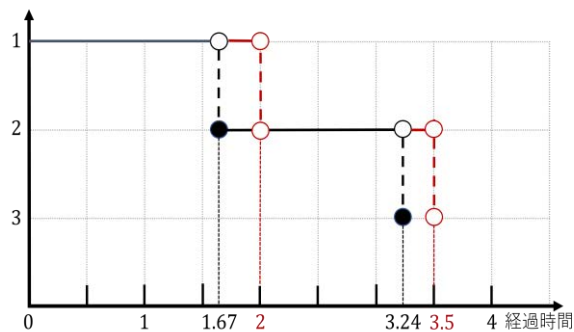


図-1 点検時間の再構成

示している。単位時間 T を 0.5 年と設定した場合、点検時点は図-1 の赤字のように再構成される。つまり、1 回目の点検時点をも 2.0 年、2 回目の点検時点をも 3.5 年として再構成する。なお、簡単な計算により単位時間は次式の範囲において任意の値を取る。

$$0 < T \leq \min \left\{ \frac{j^k - i^k}{z^k} \right\} \quad (1)$$

ここで i^k, j^k は施設 k において 1 回目、2 回目の目視点検により観測された健全度状態を表し、 z^k は施設 k の 1 回目、2 回目の点検間隔を表す。

3. 離散ワイブル分布による多段階ハザードモデル

いま、健全度推移 $i-1 \rightarrow i (i \neq I)$ が生起した直後であるとする。この時点をも基準とした時点 x_i において健全度推移 $i \rightarrow i+1 (i \neq I)$ が生起する確率質量関数 $f_i(x_i)$ は、

$$f_i(x_i) = \exp \left\{ - \left(\frac{x_i - 1}{\eta_i} \right)^{m_i} \right\} \times \left[1 - \exp \left\{ \left(\frac{x_i - 1}{\eta_i} \right)^{m_i} - \left(\frac{x_i}{\eta_i} \right)^{m_i} \right\} \right] \quad (2)$$

表される。一方 x_i においても引き続き健全度 i が継続する生存関数を $\bar{F}_i(x_i)$ と表すと次式で与えられる。

$$\bar{F}_i(x_i) = \exp \left\{ - \left(\frac{x_i}{\eta_i} \right)^{m_i} \right\} \quad (3)$$

$f(x), \bar{F}(x)$ を用いて目視点検が 2 回実施されている場合の推移確率を考える。初期時点をも τ_0 とする。 τ_0 を基準

キーワード アセットマネジメント、離散ワイブル分布、ハザードモデル、ベイズ推定法

連絡先 〒565-0871 大阪府吹田市山田丘 2-1 TEL : 06-6879-7622

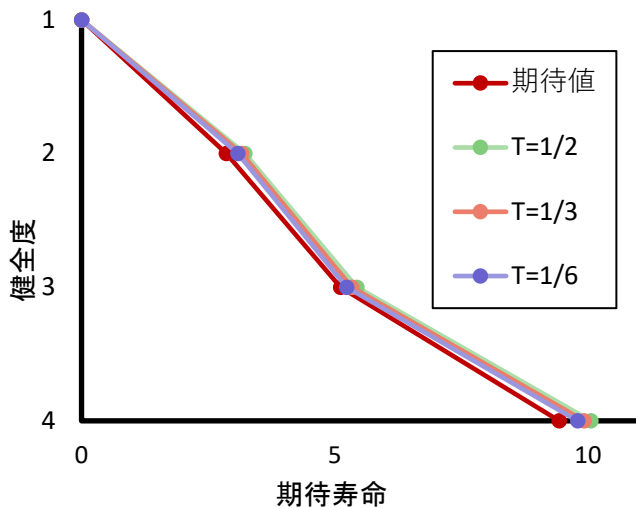


図-2 期待劣化パス

とした 2 時点 τ_A, τ_B ($\tau_0 < \tau_A < \tau_B$) でそれぞれ健全度 i, j ($i \leq j \leq I-1$) が観測されたとする. 1 回目の点検までの時間を $s_A (= \tau_A - \tau_0)$, 1 回目と 2 回目の点検間隔を $s_B (= \tau_B - \tau_A)$ とすると 2 時点 s_A, s_B で健全度 i, j が観測される同時生起確率 $\pi_{ij}(s_A, s_B)$ は次式で与えられる.

$$\pi_{ij}(s_A, s_B) = \sum_{y_i=0}^{s_A-(i-1)} \sum_{\zeta_1=1}^{s_A-y_i-(i-2)} \cdots \sum_{\zeta_{i-2}=1}^{s_A-y_i-1-\sum_{m'=1}^{i-3} \zeta_{m'}} \sum_{z_i=1}^{s_B-(j-i+1)} \cdots \sum_{\zeta_{i+1}=1}^{s_B-z_i-(j-i)} \sum_{\zeta_{j-1}=1}^{s_B-z_i-\sum_{n=i+1}^{j-2} \zeta_n} \prod_{m=1}^{i-1} f_m(\zeta_m) f_i(y_i + z_i) \times \prod_{l=i+1}^{j-1} f_l(\zeta_l) \tilde{F}_j \left(s_B - z_i - \sum_{l'=i+1}^{j-1} \zeta_{l'} \right) \quad (4)$$

サンプル k ($k = 1, \dots, K$) の実測データを $\bar{s}^k \{ \bar{s}^k = (s_A^k, s_B^k) \}$ とし, 離散ワイブル分布のパラメータを $\mathbf{m} (= m_1, \dots, m_{I-1})$, $\boldsymbol{\beta} (= \beta_1, \dots, \beta_{I-1})$ とし, 更に $\boldsymbol{\gamma} = (\mathbf{m}, \boldsymbol{\beta})$ とする. 目視点検により獲得される情報を $\boldsymbol{\Xi}$ と表すと, 尤度関数 $\mathcal{L}(\boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\Xi})$ は次式で与えられる.

$$\mathcal{L}(\boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\Xi}) = \prod_{i=1}^I \prod_{k=1}^{k'} \{ \pi_i(\bar{s}^k, \boldsymbol{\gamma}) \}^{\delta_i^k} \prod_{i=1}^I \prod_{j=i}^I \prod_{k=k'+1}^K \{ \pi_{ij}(\bar{s}^k, \boldsymbol{\gamma}) \}^{\delta_{ij}^k} \quad (5)$$

実際の推計の際には, $\mathcal{L}(\boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\Xi})$ の対数を取った対数尤度関数を用いてベイズ推定法でパラメータ推定を行う.

4. 実証分析

時間経過と共にハザードを増加させながらシミュレーションを実施し, シミュレーションにより獲得したデータを用いてパラメータ推定を実施した. 推定したパラメータによる期待劣化パスを図-2 に, 各健全度までの到達時間を表-1 に示す.

図-2 より期待値と推定値による劣化パスが概ね一致

表-1 各健全度までの到達年数

健全度	到達年数			
	T=1/2	T=1/3	T=1/6	期待値
1	0	0	0	0
2	3.222	3.160	3.082	2.860
3	5.436	5.331	5.236	5.111
4	10.054	9.923	9.793	9.432

していることがわかる. しかし設定した全ての単位時間において, 各健全度に到達するまでの期待年数が, 期待値より大きく推計されていることがわかる. また, 表-1 から同様に全ての単位時間, 健全度において寿命が長く推計されていることがわかる. これは, 点検時点の再構成に起因するものと考えられる. 2.において述べたように $T=0.5$ と設定した場合を考える. 経過時点 1.67 年で実施された点検で構造物の劣化が観測されると, 点検時点は 1.5 年, 2.0 年のいずれかに再構成されることとなる. 1.5 年として再構成した場合 $1.5 \leq t \leq 1.67$ (t は点検時点を表す変数) において劣化は生起していないと考えることとなる. そのため, 本研究では, 1.67 年に実際に観測された劣化は, 1.67 年以降に観測されるものとして再構成した. このとき, 全ての時点が大きい側に評価されることとなるため, 期待寿命が過大推計される結果になったと考えられる. そのため, より精緻な分析を目的とする際は, 切り上げによって時間情報の処理を行うと寿命を過大評価する可能性があることに留意する必要がある. また, 時間情報を小さい側へと再構成した場合, 過小評価されると考えられるため, 安全側へ配慮した結果になると推察される. また, 単位時間が微小化に伴い, 到達年数は期待値に近づくことが読み取れる. そのため, 推計の際は, 単位時間を小さくするほど精緻な分析が行えることが示唆される. ただし, 単位時間の微小化に伴い計算時間が大幅に増大することも勘案し, 単位時間を設定する必要がある.

5. おわりに

本研究では離散ワイブル分布を用いて構築した劣化予測モデルを利用し, 単位時間の設定方法が推定結果に与える影響について考察を行った. 推定結果より, 単位時間の微小化が推定精度の向上に寄与することがわかった. また, 時間情報の再構成を行う際の, 切り上げ処理が推定結果に大きく影響することがわかった.

【参考文献】

- 1) 青木一也, 山本浩司, 津田尚胤, 小林潔司: 多段階ワイブル劣化ハザードモデル, 土木学会論文集, No.798/VI-68, pp.125-136, 2005.