

地盤物性値の空間分布推定における自己相関関数のモデル選択

東京都市大学 学生会員 ○富澤 幸久
東京都市大学 正会員 吉田 郁政

1. はじめに

地盤構造物の安全性は周辺の地盤状態に大きく依存するため、地盤物性値の3次元空間分布を正確に把握することは非常に重要である。地盤工学分野では確率論的な手法で推定の不確定性も評価できるクリギングが空間分布推定を行う際に数多く用いられている。一般的な回帰理論であるガウス過程回帰(Gaussian process regression, GPR)はクリギングを数学的に包括した手法である。Yoshida et al.¹⁾は確率分布を重ね合わせたGPRを用いて地盤物性値の3次元空間分布推定手法を提案している。本手法を用いる際、重ね合わせる確率分布の数や自己相関関数のモデル選択が重要である。Phoon et al.²⁾は手法の比較用にいくつかのBenchmark examplesと比較のための評価指標を提案している。本報告ではその中のひとつのデータに対してGPRを用いて3次元空間分布推定を行う際、確率分布の数や自己相関関数の種類について情報量基準でモデル選択を行った例を示す。

2. 確率分布を重ね合わせたGPRの定式化¹⁾

観測量ベクトル \mathbf{z} は n 個の確率分布の重ね合わせから成るとする。添え字 k は確率分布(成分)の番号とし、推定値ベクトル \mathbf{w}_k の推定式を式(1)に示す。

$$\mathbf{w}_k = \mathbf{M}_{k,12}^T \left[\sum_{k=1}^n \mathbf{M}_{k,11} \right]^{-1} \mathbf{z} \quad (1)$$

ここで、 $\mathbf{M}_{k,ij}$ は共分散行列である。添え字 i, j は1を観測点、2を推定点とする。物性の推定値は n 個の成分における推定値の総和から求める。共分散行列の各要素は、式(2)より求める。

$$\text{cov}_k(\mathbf{s}, \mathbf{s}') = \sigma_k^2 \times \rho_k(d_h | \delta_{k,h}) \rho_k(d_v | \delta_{k,v}) \quad (2)$$

ここで、添え字 h, v は水平方向と鉛直方向とし、 \mathbf{s} は座標値ベクトル、 σ_k は標準偏差、 $\rho_k(d|\delta_k)$ は自己相関関数、 d は2点間距離、 δ_k は scale of fluctuation である。自己相関関数は水平方向と鉛直方向の積で表さ

れるとする。

推定に使用するパラメータは最尤法を用いて算出する。式(3)に示す負の対数尤度を最小化するようにBFGS法で最適化を行い、パラメータを算出する。

$$-\ln L = \frac{1}{2} \mathbf{z}^T \left(\sum_{k=1}^n \mathbf{M}_{k,11} \right)^{-1} \mathbf{z} + \frac{1}{2} \ln \left| \sum_{k=1}^n \mathbf{M}_{k,11} \right| + \frac{m}{2} \ln(2\pi) \quad (3)$$

ここで、 m はデータ数である。

3. 検討に使用する自己相関関数と情報量基準

本研究で自己相関関数は式(4)の Gaussian, 式(5)の Markovian, 式(6)の Whittle-Matérn(WM)³⁾を用いる。

$$\rho(d|\delta) = \exp\left(-2\frac{d}{\delta}\right) \quad (4)$$

$$\rho(d|\delta) = \exp\left[-\pi\left(\frac{d}{\delta}\right)^2\right] \quad (5)$$

$$\rho(d|\delta) = \frac{2}{\Gamma(v)} \left(\frac{\sqrt{\pi}\Gamma(v+0.5)d}{\Gamma(v)\delta} \right)^v K_v \left(\frac{2\sqrt{\pi}\Gamma(v+0.5)d}{\Gamma(v)\delta} \right) \quad (6)$$

ここで、式(6)について Γ はガンマ関数、 K_v は変形された次数 v の第2種のベッセル関数、 v は smoothness parameter(SP)である。

確率分布の数や自己相関関数の種類について情報量基準 AIC に基づくモデル選択を行う。

$$AIC = -2 \ln L + 2n_h \quad (7)$$

ここで、 n_h はハイパーパラメータ数である。AICの値が小さいほど良いモデルと評価される。

4. 実測データの概要と推定精度評価手順

本研究で使用実測データ²⁾はコーン貫入試験における先端抵抗値(q_t)である。図-1に示す平面図の6地点(A~F)で図-2に示すデータが得られている。データは各地点で深さ方向に凡そ100観測点あるが、欠損点も多少ある。これらのデータを使用して、12評価地点(図-1のNo.1~12)の推定を行う。各評価地点で式(8)に示す二乗平均平方根(root mean square error, RMSE)を算出し、推定の精度評価を行う²⁾。

キーワード 空間分布推定, 地盤物性値, ガウス過程回帰, 自己相関関数, モデル選択

連絡先 〒158-8557 東京都世田谷区玉堤 1-28-1 東京都市大学 都市工学科 TEL 03-5707-0104

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (q_i^i - q_i^i)^2} \quad (8)$$

ここで、 q_i^i は i 番目の深さの推定値、 q_i^i は真値である。

5. 自己相関関数のモデル選択

自己相関関数に関して 3 つのケースを考慮する。ケース 1 は Gaussian と Markovian, ケース 2 は Gaussian と WM の自己相関関数による 2 つの確率分布, ケース 3 は Gaussian, Gaussian, Markovian による 3 つの確率分布の重ね合わせを考慮する。表-1 に各ケースの情報量基準と推定精度を示す。推定精度については 12 評価地点中, RMSE が最も小さい値(Best), 中央値(Median), 最も大きい値(Worst)を示している。情報量基準 AIC よりケース 2 が最も良いモデルと評価された。ケース 2 は WM を使用しているため, ケース 1 よりもパラメータ数が 1 つ多い。ケース 3 ではさらに 2 つ多い。基本的にパラメータ数が多いほどデータとの一致度は高くなる。最も複雑なモデルのケース 3 では AIC による評価が低下している。これはパラメータが 2 つ増えたことに見合うだけの一致度の向上が見られなかったことを意味している。RMSE の項目において, Best と Median に比べて Worst の値はケースごとに大きく異なっている。図-3 にケース 2 の評価地点の推定値と真値を示す。評価地点の空間分布の特徴が周辺の観測データと異なっている場合は当然のことながら精度は悪い。

6. おわりに

本報告では, 観測実測データに対して GPR を用いて推定を行う際の確率分布の数や自己相関関数の種類について情報量基準でモデル選択を行った。今後はより多くの種類の自己相関関数や確率分布の数で比較検討を行う。

参考文献

- 1) Yoshida et al. : Estimation of trend and random components of conditional random field using Gaussian process regression, Computers and Geotechnics, Vol.136, 2021.
- 2) Phoon et al.: Benchmark examples for data-driven site characterization, Georisk, 2022.
- 3) Ching et al.: Identification of sample path smoothness in soil spatial variability, Structural Safety, Vol.81, 2019.

表-1 各ケースの情報量基準と推定精度

	ケース1	ケース2	ケース3
自己相関関数型*	G+M	G+W	G+G+M
AIC	884	717	888
パラメータ数	6	7	9
Best RMSE	0.67	0.67	0.54
Median RMSE	1.16	1.48	1.35
Worst RMSE	2.99	1.85	2.20

*G: Gaussian, M: Markovian, W: Whittle-Matérn

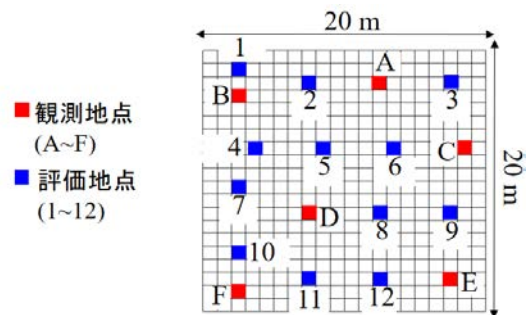


図-1 観測地点と評価地点の平面図

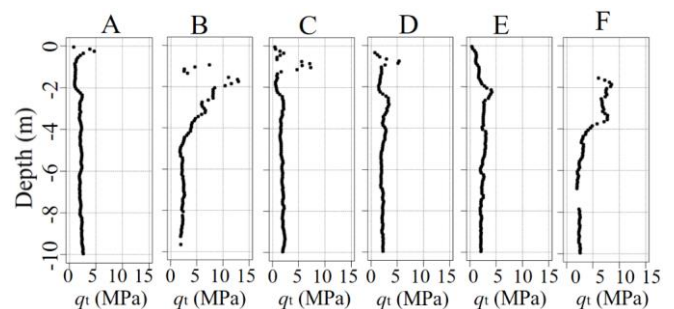


図-2 各観測地点の実測データ

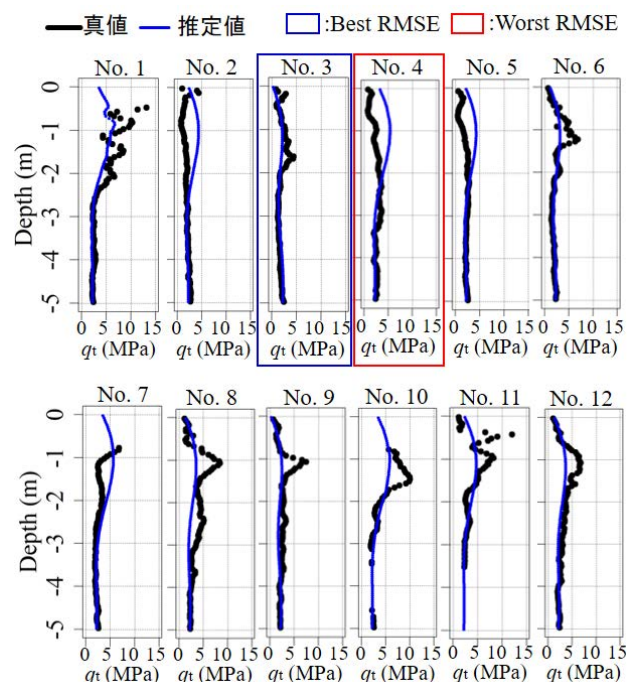


図-3 ケース 2 の推定結果と真値の比較