

## 加圧板法におけるマルコフ連鎖モンテカルロ (MCMC) 法を用いた水分特性曲線推定手法の提案

鹿児島大学大学院理工学研究科 学生会員 ○高田 雄大, 中島 亮輔, 石 大地  
 鹿児島大学学術研究院理工学域工学系 正会員 伊藤 真一, 酒匂 一成  
 株式会社大林組 佐藤 伸, 森岩 寛稀

## 1. はじめに

不飽和地盤における雨水の浸透挙動を定量的に把握する上で水分特性曲線は重要である。水分特性曲線を求めるための試験として一般的に保水性試験が行われるが、これにはいくつかの課題点がある。例えば、保水性試験の一つである加圧板法は、平衡状態に達するまでに時間を要し、また平衡状態の確認が困難な場合がある。筆者らはこれまでに、加圧板法から得られる経時的な計測データに対してベイズ推定を適用することで、より短時間で水分特性曲線を推定するための手法について検討してきた。既往の研究<sup>1)</sup>では、加圧板法とデータ同化を組み合わせることで水分特性曲線推定の短時間化の可能性を示している。本研究では、ベイズ推定の中でもマルコフ連鎖モンテカルロ法 (以下、MCMC 法) に着目し、これと加圧板法を組み合わせることで、短時間での水分特性曲線の推定を試みる。具体的には、加圧板法によって得られる時系列データに対して MCMC 法を適用することで、平衡状態を待つことなく水分特性曲線モデルの未知パラメータを推定することを試みる。

## 2. 保水性試験 (加圧板法) の概要

図-1 は加圧板法試験機の概要図を示している。加圧板法は、供試体に任意の空気圧  $u_a$  を与え、土中水の排水・吸水による供試体の水分量と間隙水圧を逐次計測する。その時の空気圧  $u_a$  と供試体中央部で計測している間隙水圧  $u_w$  との差をサクションとし、サクションと供試体の含水比の関係から水分特性曲線を算出する試験である。本研究では、試験試料として鹿児島市東俣町での採取土 (以下、東俣シラス) と豊浦砂を用いた。土粒子密度は東俣シラスが  $\rho_s = 2.51(\text{g}/\text{cm}^3)$ 、豊浦砂が  $\rho_s = 2.64(\text{g}/\text{cm}^3)$  である。これらの試料を高さ 20mm、直径 60mm のモールドに所定の空隙比 (東俣シラス:  $e=0.968$ , 豊浦砂:  $e=0.724$ ) で締め固め、供試体を作製した。図-2、図-3 は東俣シラスと豊浦砂を用いた場合の試験結果をそれぞれ示している。本研究では、排水過程のみの試験を行い、解析に使用したデータとして、圧力水頭と体積含水率の変動の大きい 300 分の計測データを用いることとした。

## 3. MCMC 法 (マルコフ連鎖モンテカルロ法)

ベイズ推定手法の一つである MCMC 法<sup>2)</sup>を用いる。これはマルコフ連鎖とモンテカルロ法を組み合わせた手法であり、マルコフ連鎖の定常性を活かして事後分布に従う乱数を発生させるアルゴリズムである。本研究では、MCMC 法のアルゴリズムの一つであるメトロポリス法を用いた。パラメータ  $\theta_{(t)}$  を用いて計算した尤度  $L$  と、次の候補点となるパラメータ  $\theta_{(t+1)} = \theta_{(t)} + \varepsilon$  ( $\varepsilon$  は正規乱数より発生) を用いて計算した尤度  $L'$  を比較し、 $r = L'/L$  の値よりパラメータ更新の判断を行う。この際、 $r > 1$  なら無条件でパラメータの更新を行い、 $r < 1$  の時は確率  $\alpha$  でパラメータの更新を行う。この過程を繰り返すことで、パラメータの分布は局所的なピーク値に捉われず事後分布を推定することができる。水分特性曲線には式(1)に示す van Genuchten モデル<sup>3)</sup>を用いた。

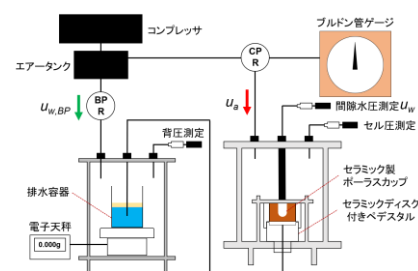


図-1 加圧板法試験機概要図

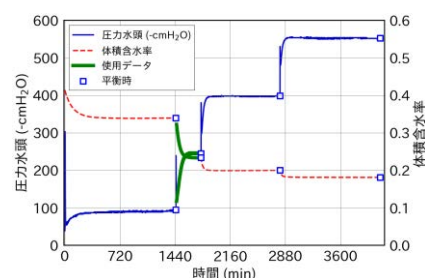


図-2 試験結果 (東俣シラス)

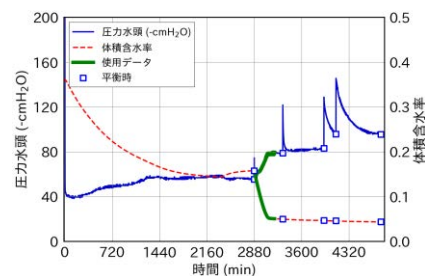


図-3 試験結果 (豊浦砂)

キーワード 加圧板法, 水分特性曲線, マルコフ連鎖モンテカルロ法, ベイズ推定  
 連絡先 (住所: 〒890-0065 鹿児島市郡元 1-21-40, 電話: 099-285-8482)

$$S_e = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} = \left\{ \frac{1}{1 + (-\alpha \cdot \psi)^n} \right\}^{1-\frac{1}{n}} \quad (1)$$

ここに、 $S_e$  は有効飽和度、 $\theta_s$  は飽和体積含水率、 $\theta_r$  は残留体積含水率、 $\alpha$ 、 $n$  は水分特性曲線の形状に関するパラメータである。尤度計算には式(2)に示す多次元正規分布を仮定している。

$$L(\theta_{(t)}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}^m |R|} \exp \left[ -\frac{(y-h(\theta_{(t)}))^T R^{-1} (y-h(\theta_{(t)}))}{2} \right] \quad (2)$$

ここに、 $R$  は分散共分散行列、 $m$  は実験データのプロット数、 $y$  は実験データ、 $h(\theta_{(t)})$  は  $t$  回目のパラメータ  $\theta_{(t)}$  を用いた場合の式(1)によって得られた計算値を表している。

#### 4. 解析結果と考察

図-4 は東俣シラスの解析結果であり、未知パラメータの遷移過程を示している。MCMC 法の試行回数は 100,000 回であり、どのパラメータも約 10,000 回~20,000 回で概ね定常状態に達していることが分かる。試行回数 0 回~20,000 回までをバーンインの期間として、それらを除いて描いたヒストグラムを図-5 に示す。それぞれピーク値を持ったパラメータ分布が得られた。図-6 は図-5 より得られたパラメータより算出した水分特性曲線の事後分布を示している。ばらつきが少なく水分特性曲線の形状を捉えていることが分かる。図-7 は加圧板法試験との比較結果を示している。赤色の実線が各圧力水頭における平均値  $\mu$ 、破線が  $\mu \pm \sigma$  の範囲である。図に示すように、平衡時のプロットを良好に再現できており、MCMC 法により算出した水分特性曲線の妥当性が確認できる。図-8 は豊浦砂における水分特性曲線の比較結果を示している。東俣シラスと同様に、平衡時のプロットを捉えており、水分特性曲線を良好に再現できていることが分かる。これらの結果から、加圧板法試験により得られたある期間の計測データに対して MCMC 法を適用することで、水分特性曲線を良好に再現可能であることを示した。また、加圧板法の総試験時間（東俣シラス：4121 分、豊浦砂：4807 分）に対し、本研究では 300 分の計測データを使用データとしており、試験の短時間化の可能性を示すことができた。今後の展開としては、他試料での検討と、水分特性曲線を良好に再現することのできる使用データ範囲についても検討する必要がある。

図-4 未知パラメータの遷移過程

図-5 ヒストグラム（東俣シラス）

図-6 水分特性曲線の事後分布（東俣シラス）

図-7 水分特性曲線の比較結果（東俣シラス）

図-8 水分特性曲線の比較結果（豊浦砂）

#### 5. まとめ

本研究では、加圧板法と MCMC 法を組み合わせた水分特性曲線推定手法の確立を目的とし、加圧板法から得られた一部の計測データに対してベイズ推定手法の一つである MCMC 法を適用することで、水分特性曲線モデル内の未知パラメータの推定を試みた。その結果、東俣シラスと豊浦砂のどちらも水分特性曲線を良好に再現することのできるパラメータ分布を得られ、試験時間の短時間化の可能性も示すこともできた。以上の結果より、本研究の提案手法は、より短時間で簡易に水分特性曲線を推定する有効な方法であるといえる。

#### 参考文献

- 1) 高田雄大ほか：加圧板法と融合粒子フィルタを用いた水分特性曲線推定手法の確立，第 56 回地盤工学研究発表会，12-5-4-03，2021.
- 2) 山道真人ほか：マルコフ連鎖モンテカルロ (MCMC) 法を用いたシミュレーションモデルのパラメータ推定，日本生態学会誌，pp.207-216，2009.
- 3) van Genuchten, M: A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils, *Soil Society of America Journal*, Vol.44, No.5, pp.892-898, 1980.