

## 数値解析による 河床波の形成・発達過程における不確実性について

新潟大学大学院自然科学研究科 学生会員 ○茂木 大知  
 新潟大学災害・復興科学研究所 正会員 安田 浩保  
 新潟大学理学部理学科 非会員 早坂圭司  
 新潟大学工学部工学科 非会員 村松正吾

### 1. はじめに

Lorenz<sup>1)</sup>は流体力学などの非線形方程式で支配される物理現象の時間発展においては、わずかな初期値の違いを起因としてその後の振る舞いが大きく異なるカオス現象が存在することを明らかにした。このようなカオス現象の解は発散せず、ある範囲の中に留まる。このため、モデル方程式により、カオス現象を発現し得る物理現象を予測するにあたっては、カオス現象を不確実性の一つと捉え、その解の存在の範囲の把握も不可欠となる。例えば、気候変動の予測ではアンサンブル計算<sup>2)</sup>が一般的に行われ、その解の存在の範囲が把握されている。また、アンサンブル気候予測データベースであるd4PDF<sup>3)</sup>が構築され、極端な気象現象の将来変化の確率的かつ高精度な評価も行われている。

河床波を形成・発達させる駆動力は流体の運動である。また、一般に河床の構成材料の粒径や空隙の不均一は無視し得ない規模である。これらを考え合わせると、河床波の形成・発達過程にも同様のカオス現象の存在が推測される。しかし、著者らが知る限り、モデル解析と実現現象の測定のいずれの手法により、河床波の形成・発達過程におけるカオス現象の存在を指摘した研究は存在しないようである。また、気候変動の将来予測と同様に、河床波の形成・発達過程における不確実性の定量化や、アンサンブルデータベースの整備が望ましいが、同過程の不確実性についても定量化は行われていないようである。

近年、Stream Tomography<sup>4)</sup>(以下、ST)が開発され、実験水路における河床波の形成・発達過程の高精度かつ時間・空間で高分解能な測定が可能となった。黛ら<sup>5)</sup>は、同一の水理条件における通水実験を複数回行い、初期の底面形状のわずかな違いが底面に形成される砂州の幾何学形状に無視できない影響を及ぼすことを示した。しかし、不確実性の定量化にあたっては、大量の模型実験の実施が必要となり、十分な量のデータの取得は容易ではない。その一方で、数値解析は、モデル自体や解析に不可避の誤差が存在するが、一般に複数の解析を並列可能であり、不確実性の規模などを比較的得やすい。

そこで、本研究では、河床波の形成・発達過程における不確実性の定量化のため、乱数で微小な擾乱を与えた初期値を100ケースを生成し、移動床数値解析のソルバー<sup>7)</sup>を用いたアンサンブル解析を実施した。その後、任意座標の底面高の時間変化から河床波の形成・発達過程における不確実性を確認した。

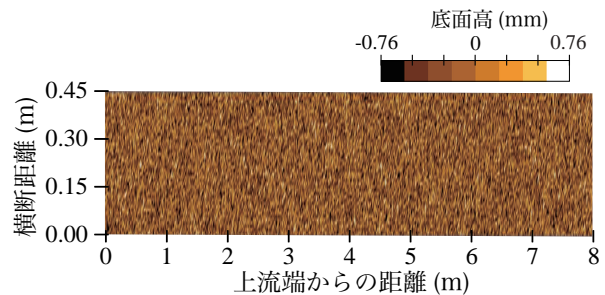


図-1 擾乱を与えた初期底面の一例

### 2. 移動床水理を対象としたアンサンブル解析

#### (1) 数値解析条件

本研究における数値解析条件は、STが測定対象とする水路を模した条件とし、流路長8m、流路幅0.45m、水路勾配1/130、底面材料の平均粒径0.76mmの直線矩形断面水路を設定した。水理条件は、底面に交互砂州が形成されることを期待し、上流端から供給する流量を1.0 L/secとした。この時、 $BI_0^{0.2}/h_0^{0.6}$ は19.8、無次元掃流力は0.053、Frは0.894である。ここで、 $B$ は水路幅、 $I_0$ は初期の河床勾配、 $h_0$ は初期の水深である。

移動床数値解析のソルバーには、iRIC<sup>7)</sup>のNays2Dを用い、計算格子サイズは1cm、計算時間間隔は0.005secとし、計算時間は予備計算において十分な交互砂州の形成を確認した2時間までとした。下流端境界条件は等流水深で与え、周期境界条件を設定した。

#### (2) アンサンブル解析のための初期値生成

アンサンブル解析を実施する際、微小ずつ異なる初期値のセットを用意する必要がある。本研究では、解析において設定した底面材料の平均粒径0.76mmを基準とし、全計算格子の初期底面高に $\pm 0.76$ mmを最大とする異なる乱数を擾乱として与えた初期底面を100ケース分生成した。図-1に、生成した初期底面の一例を示す。

#### (3) 解析結果

上述の条件における解析結果の例を、図-2に示す。図は解析最終時刻の底面を示しており、明瞭に左右岸交互に洗掘と堆積を繰り返すような交互砂州の幾何学形状が形成されていることが確認できる。また、他の解析ケースにおいても、同様の幾何学形状が形成・発達する結果であることを確認した。

**Key Words:** 移動床水理, 河床波, 不確実性, アンサンブル解析, iRIC  
 〒950-2181 新潟市西区五十嵐2の町8050 TEL 025-262-7053

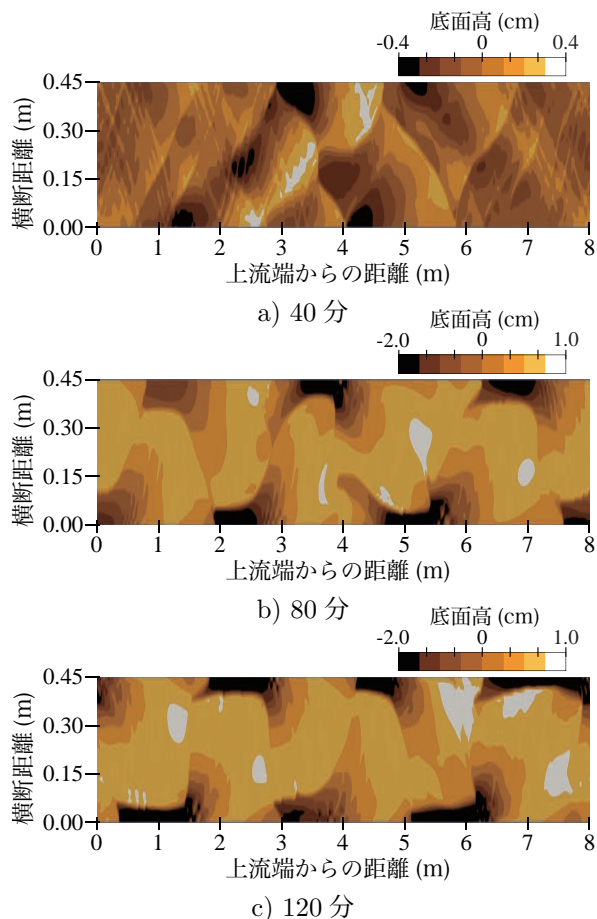


図-2 数値解析による河床の時間発展

### 3. 移動床水理解析における不確実性

本研究で実施した100ケースの数値解析はいずれとも池田らの模型実験<sup>8)</sup>と同様に、河床の形状は、初期の平坦床から菱形砂州と呼称した幾何学形状を経由して交互砂州へと発達する結果となった。本研究では、河床波が形成・発達する移動床における不確実性について、任意の底面座標における時間変動から評価した。対象とした底面の座標は、上流端から4 m、右岸から0.27 m地点である。図-3に全ケースの底面高の時間変動を全て重ねたものを示した。

計算初期においては、底面高の値の範囲は粒径程度に収まり、初期値として擾乱を与えた底面形状に対応するものと思われる。この時、河床は初期に与えた擾乱から規則的な細かな菱形模様への遷移が開始し、このような河床波が下流に向かって移流する様子がみられた。

その後、15分時点から30分程度にかけて値の範囲が2 mm程度まで拡大する結果となった。実施した100ケースの計算の全てが範囲内に収まる計算結果となった。この段階においては、河床は細かな菱形模様の波高や波長が増大しつつ移流しており、時間の経過とともに空間的な偏りが生じ始めた。

底面高の時間変化は40分時点を境とし、上述のそれ以前の傾向から急激に逸脱してカオス的な挙動となり、その値の範囲を最大で2 cm程度まで拡大する。60分程度までは、数パターンの類似する時間変化をしているケースが確認できるが、その内の多くが次第にそれぞれで分岐する結果となった。その後、100分時点付近以降

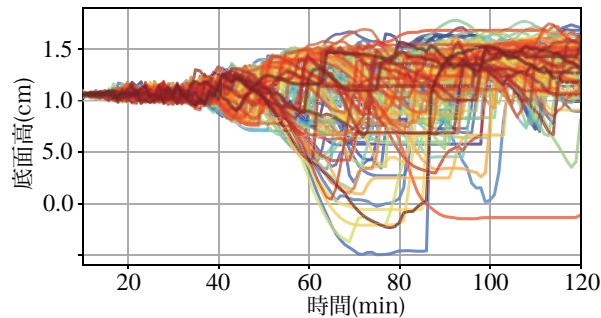


図-3 同一地点における底面高の時間変動(100ケース)

において、多くのケースが1 cm程度の範囲に収束する結果となったが、100ケースの各結果の時間変化の共通性は乏しい。

本研究における100ケースの数値解析における交互砂州の形成と発達過程は例外なく池田<sup>8)</sup>の模型実験と同様であった。上述のとおり、河床波の形成発達過程における数値解析は、菱形砂州の形成時点において最も不確実性の規模が大きくなり、その後の交互砂州形成以後は若干縮減するものの、依然としてカオス的な挙動となることが示された。また、底面の時間変化から、同じ水理条件の解析においても、初期底面によって位相や波高が異なる交互砂州が形成されたことが示唆され、不確実性の定量化の必要性が明確となった。

### 4. おわりに

本研究では、初期値がわずかに異なる100ケースの河床波の形成・発達過程についての数値計算を行った。その結果、河床波の形成・発達過程において、100ケースのそれぞれで時間発展の過程が異なり、カオス現象の存在を示唆する結果を得た。また、これらの形成・発達の過程における不確実性の規模についても定量化した。なお、今回の結果は数値モデルから得られたものであるため、河床波の形成・発達過程におけるカオス現象の存在は断言できない。今後、種々の条件における数値解析と模型実験を行い、カオス現象の存在の実証とそこでの不確実性の規模について定量化する予定である。

### 参考文献

- 1) Lorentz E. N. (1963), Deterministic Nonperiodic Flow, *J. Atom. Sci.*, 40, 130.
- 2) McKittrick, R., and Christy J (2020), Pervasive warming bias in CMIP6 tropospheric layers. *Earth Space Sci.*, 7.
- 3) 河合 優樹ら (2019), d4PDFによる全国109水系の年最大流域平均雨量の再現性評価, 水文・水資源学会研究発表会要旨集, 32巻, 水文・水資源学会2019年度研究発表会.
- 4) Moteki D. et al.(2022), Capture method for digital twin of formation processes of sand bars, *Phys. Fluids*, 34, 034117.
- 5) 黛由季ら (2021), 初期に設定する底面形状が自発的な河床波の形成・発達と流れに及ぼす影響, 第38回土木学会関東支部新潟会研究調査発表会論文集.
- 6) 黒木ら (1984), 中規模河床形態の領域区分に関する理論的研究, 土木学会論文報告集, No.342, pp.87-96.
- 7) Shmizu Y. et al (2019), Advances in Computational Morphodynamics Using the International River Interface Cooperative (iRIC) Software, *Earth Surf Process Landf.*, 45.
- 8) 池田 宏 (1983), 水路における斜め交錯模様と斜行砂州の形成, 第27回水理講演会論文集, pp.709-714.