

交互砂州上の平面二次元流速場の決定手法の構築

新潟大学大学院自然科学研究科 学生会員○大泉 尚紀
新潟大学災害・復興科学研究所 正会員 安田 浩保

1. はじめに

交互砂州のような曲面上の流速の平面分布はしばしば水理モデルにより算定される。しかし、モデルには多くの仮定が介在するため、そこから流速の真値を得られるとは考えにくい。実測による把握が望ましいが、交互砂州上などの流速の平面分布を時間的に連続して把握する測定法は著者らの知る限り未確立である。

ここで流体力学における流速の定義について再考しよう。異¹⁾は、流体の種類を問わず常に連続方程式

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{u}) \quad (1)$$

が成立しなければならないと述べている。これは、対象とする物理現象を流体力学として捉えるなら、そこで観測される流速は連続方程式を満足する必要があると解釈できる。

このような流体力学的な合理性を満足する流速を得る手法として、Sherman²⁾やDickerson³⁾によるマスコンモデルがある。これは、モデルや実測から得られた流速を連続の方程式を満たすことを条件として変分法により補正する手法である。これを開水路水理に適用することにより、流体力学的な合理性を満足する流速場を得られる可能性がある。

開水路水理において頻用される連続の方程式は断面平均流速と流水深により記述される。交互砂州上の流速の平面分布をマスコンモデルを用いて推定するためには、実測された流水深の平面分布が必要となる。これに応える測定法として、茂木ら⁴⁾は、模型実験における交互砂州上の流水深を1 cm²ほどの分解能で測定できるStream Tomography(以後、ST)を開発している。

本研究では、交互砂州上における流体力学的な合理性を満足すると考えられる流速の平面分布を得る方法として、STにより得られる実測の流水深をマスコンモデルに与える方法を提案し、その適用性を調べた。

2. 連続の式と流水深を用いた流速の決定法

マスコンモデルは、連続の方程式を拘束条件とした汎関数を最適化する流速場を、変分原理により算出するものである。本研究では、Dickerson³⁾が提案したフラックス型の平面二次元の連続の方程式を用いたマスコンモデルを用いた。拘束条件に用いた連続の方程式は式(2)で表される。

$$\frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y} = 0 \quad (2)$$

$$M = \bar{u}h, N = \bar{v}h \quad (3)$$

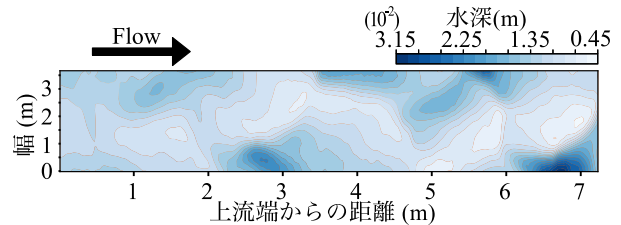


図-1 水深の空間分布

ここで、 M, N は水平方向の流量フラックス、 \bar{u}, \bar{v} は水平方向の断面平均流速、 h は水深である。

また、マスコンモデルは初期条件で与える流速場が真値に近いと仮定して汎関数を定義する。そのため、流速場の補正量の2乗和を最小とするように補正流速場を算出する方法が取られる。これを踏まえて、汎関数 E は式(4)のように定義される。

$$E(M^1, N^1, \lambda) = \int_V \left[\alpha_1^2 (M^1 - M^0)^2 + \alpha_2^2 (N^1 - N^0)^2 + \lambda \left(\frac{\partial M^1}{\partial x} + \frac{\partial N^1}{\partial y} \right) \right] dx dy \quad (4)$$

ここで、 M^1, N^1 は補正後の水平方向流量フラックス、 M^0, N^0 は初期水平方向流量フラックス、 α_1, α_2 は重み係数、 λ はラグランジュの未定乗数である。

この汎関数の変分がゼロとなるような条件を求めると、補正後の水平方向流量フラックス M^1, N^1 を算出する。最終的に M^1, N^1 を水深 h で除すことで断面平均流速 \bar{u}, \bar{v} が得られる。

また、初期条件として必要となる真値に近い流速については、平面二次元浅水流解析にを用い、STで得た流水深と同一の空間分解能での流速を求めた。

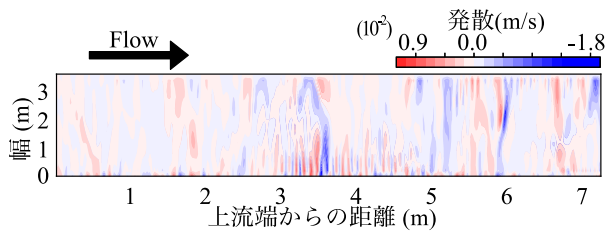
3. マスコンモデルの適用結果

(1) 水深のデータ取得と初期流速の算定

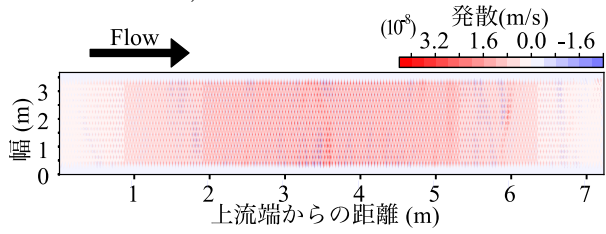
本研究では、交互砂州上の流速の平面分布をマスコンモデルを用いて推定するため、模型実験を行い、STを用い、交互砂州の発生と発達過程における流水深のデータを取得した。図-1に通水60分で交互砂州が形成された際の水深のコンター図を示す。図から、水深が周期的に分布を持つ交互砂州が形成されていることがわかる。本研究では、この水深を初期条件の一つとしてマスコンモデルに与えた。

STは通水したまま底面形状を測定できる。初期条件として与える流速は、STで得た底面形状における流速の平面分布を平面二次元浅水流解析により算出した。

Key Words: 交互砂州, 流速, 流水深, マスコンモデル
〒950-2181 新潟市西区五十嵐2の町 8050 TEL 025-262-7053

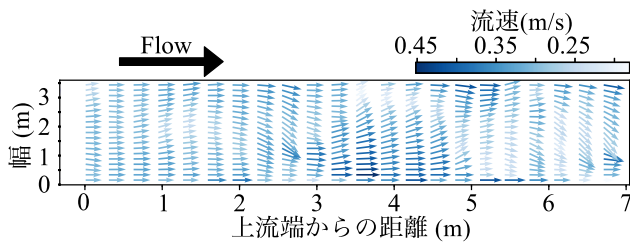


a) マスコンモデル適用前

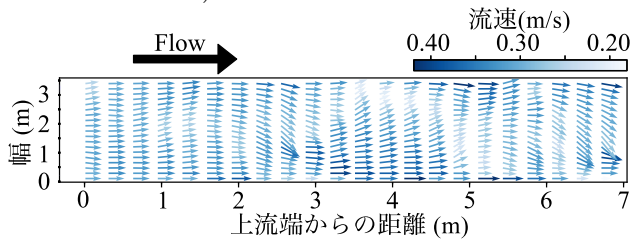


b) マスコンモデル適用後

図-2 マスコンモデル適用前後の発散の空間分布



a) マスコンモデル適用前



b) マスコンモデル適用後

図-3 マスコンモデル適用前後の流速場のベクトル図

(2) マスコンモデル適用前後での発散の比較

マスコンモデルの適用により流量フラックスがどの程度連続の方程式を満足するか確認するため、マスコンモデル適用前後での流量フラックスの発散の空間分布を算出した。その結果を図-2 a), b) に示す。マスコンモデル適用前では、発散の大きさが最大で 0.02 程度であるのに対して、マスコンモデル適用後ではそのオーダーが 10^{-8} 程度まで軽減されていることがわかる。このことから、マスコンモデルの適用により実測の水深と連続の方程式を満たす流速場が得られることが確認できる。

(3) マスコンモデルのベクトル図の比較

図-3 a) に初期値として与えた平面二次元浅水流解析による流速場のベクトル図を、図-3 b) にマスコンモデル適用後の流速場のベクトル図を示す。両者を比較すると、流速場の分布は大きく変化せず、マスコンモデルの仮定通りに最小限の補正量で連続の方程式を満たすような流速場が算出できていることが分かる。

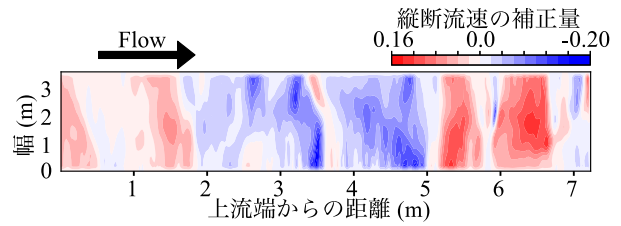


図-4 縦断流速の補正量

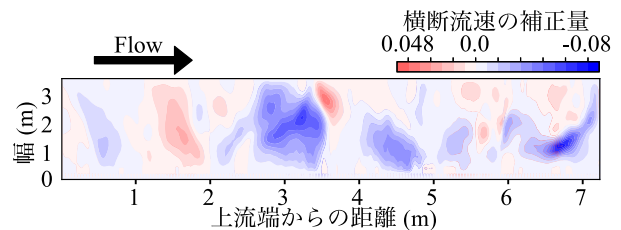


図-5 横断流速の補正量

(4) マスコンモデル適用による流速の補正量

マスコンモデルの適用により流速場がどの程度の規模で補正されるか確認するために、流速の補正量(補正後-補正前)を算出した。図-4 に縦断方向流速の補正量の空間分布、図-5 に横断方向流速の補正量の空間分布の各々を示す。なお、今回の実験ケースにおける等流流速 U_0 は 0.33(m/s) であった。縦断方向流速の補正量は U_0 、横断方向流速の補正量は $U_0 \times 0.2$ で無次元化した。

図-4,5 から、縦断流速の補正量は等流流速に対して最大で 20% 程度、横断流速の補正量は等流流速の 0.2 倍に対して最大で 6% 程度であることが分かる。特に縦断流速に関してはその補正量が多い。このことは、浅水流解析から得た流速は真値からの差異が 20% 程度に達する可能性があるものの、マスコン法は 20% 程度の差異でさえ補正できる可能性を示唆する。

4. おわりに

本研究では実測の流水深とマスコンモデルを用いて流体力学的な合理性を満足すると考えられる流速を得る方法を提案し、その適用性を調べた。その結果、マスコンモデルを適用することで、実測の水深と連続の方程式を満たす流速場が得られることを示した。また、このことは、浅水流解析から得た流速は真値からの差異が 20% 程度に達する可能性があるものの、マスコン法は 20% 程度の差異でさえ補正できる可能性を示唆する。

今後、流速の実測を行い、本手法による流速場との比較を行う予定である。

参考文献

- 1) 巽友正, 新物理学シリーズ 21 流体力学, 培風館, (1982).
- 2) Christine A. Sherman, A Mass-Consistent Model for Wind Fields over Complex Terrain, *J. Appl Meteorol.*, 17, 312-319., (1977).
- 3) Marvin H. Dickerson, Mascon-A Mass Consistent Atmospheric Flux Model for Regions with Complex Terrain, *J. Appl Meteorol.*, 17, 241-253., (1978).
- 4) D. Moteki et al., Capture method for digital twin of formation processes of sand bars, *Phys. Fluids*, 34, 034117 (2022).