

矩形ブロックのロッキングに関する一考察

(株) 建設プロジェクトセンター 正会員 ○筒井 光男
熊本大学 フェロー 山尾 敏孝

1. はじめに

筆者らは、輪石のみからなる石橋の揺れの運動方程式を提案した¹⁾。その際、矩形ブロックのロッキングが起る限界の加速度を示す $\ddot{x} = -\lambda g$ も運動方程式とみなせると考え、本式を用いて転倒状況を調べた。式中の $\lambda = b/h$ (b はブロック幅、 h はブロック高さ)、 g は重力加速度、 x はブロック重心の水平座標である。

2. 運動方程式の解と考察

上述した式の意味と解を、図-1に示すブロックについて検討する。 $\ddot{x} = -\lambda g$ の右辺は、落下の運動方程式 $\ddot{y} = -g$ の右辺に係数 λ が掛かっているだけである。水平加速度 \ddot{x} が λg 以下では、合力が底辺内に収まりロッキングしない。図-1の傾斜角度 θ が大きくなると、復元力が小さくなるため、この式が成立するのは角度が小さい時であるが、まずは、復元力一定として考察を進める。時間 t で積分して、 $t=0$ で速度 $=v$ 、 $x=0$ とおくと式(1)となる。

$$x = -\frac{1}{2}\lambda g t^2 + vt \quad (1)$$

x の最大値は速度0の時と考え、 $t = \frac{v}{\lambda g}$ 、さらに重心が底辺の真上に来る時を、限界変位 $x=b/2$ と置いて解くと式(2)が導ける。

$$v = \sqrt{b\lambda g} \quad (2)$$

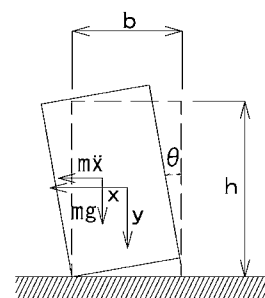


図-1 矩形ブロック図

以上の運動方程式と解より次の事が判る。a) 転倒は速度が式(2)の値 (転倒速度と呼ぶ) になった時に起こる。b) 形状寸法比が同じ (λ が同じ) 場合、転倒速度 v はサイズ比の平方根に比例する。c) 式には質量が含まれていないので、質量の大小に影響されない。

3. 計算例

例として、 $\lambda = 1/4$ の矩形ブロックで底辺幅を1m、2.5m、5mの3種類を考える。転倒速度に対応する加速度と作動時間の関係を、縦軸に加速度を横軸に作動時間をとって示すと図-2となる。限界加速度 λg 以下では転倒しないので、 λg より下には線は無い。次に、図-2の縦軸を速度に変更したのが図-3である。図-3では、 λg に作動時間を掛けた線が原点を通る線となる (限界速度線と呼ぶ)。転倒速度は一定となり、限界速度線より右には出ないことがわかる。

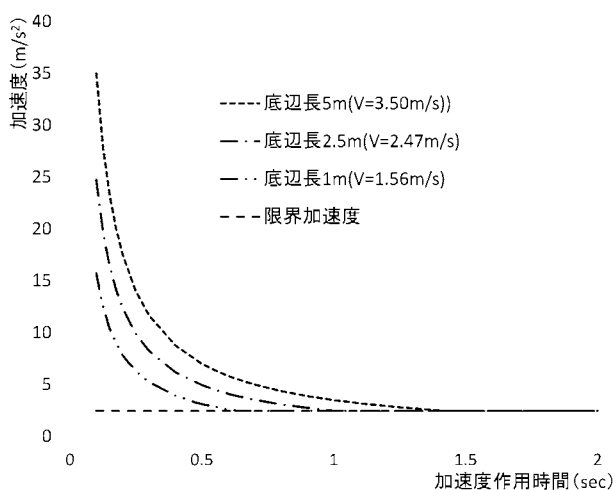


図-2 転倒加速度と加速度作用時間の関係

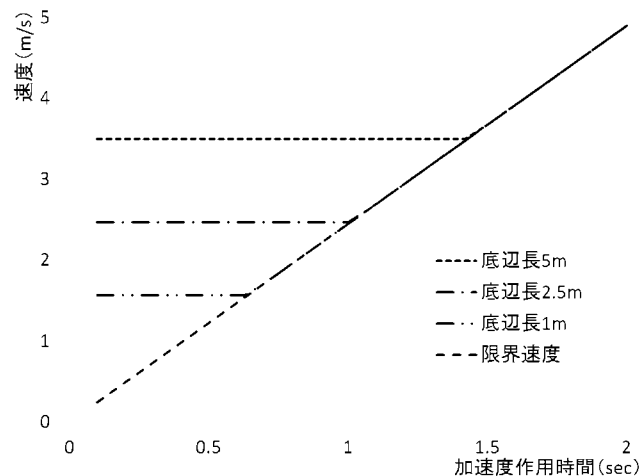


図-3 転倒速度と加速度作用時間の関係

キーワード 矩形ブロック、ロッキング、運動方程式、転倒
連絡先 〒859-3724 長崎県東彼杵郡佐佐見町志折郷1905-8 TEL090-3258-1635

4. 既往の研究との比較

(1) 古川ら²⁾のデータとの比較

古川らは、墓石の転倒について個別要素法を用いて検討を行っている。そこでは、墓石モデルに正弦波入力を用いた解析を行って転倒基準を提案している。筆者らが示した、図-3の転倒速度と加速度作用時間の関係と同様な傾向があるか、以下のように、比較を試みた。文献中の転倒基準の、 $\lambda=1/4$ に対応する加速度を読みとり、周期を乗じると、速度に比例する値となる。その値を縦軸に、周期を横軸としてプロットすると図-4となる。図-4では、周期(作用時間)が短い区間ではほぼ水平となり、周期が長くなると周期に比例するように上昇している。これは図-3の傾向と似ている。

(2) DeJong³⁾のアーチ橋の崩壊データとの比較

DeJongは、輪石のみからなるアーチ橋の崩壊条件を検討している。この結果を用いて、輪石の崩壊速度が図-3と同様な傾向を示すことを試みる。形状寸法比が同じで、アーチ半径が1m、5m、10m、20mの場合を、図-3に対応するよう軸を変換して示したのが図-5である。この図からも図-3や図-4と同様な傾向を示していることが判る。

(3) 転倒速度の検討

文献2)には、底辺長0.242mのブロックの転倒速度についての検討結果がある。外力として使用されているsin波加速度のうち転倒に関わる実質的な作用時間を、sin波半周期面積と最大値が1周期作用した場合の面積を図-6より比較して求める。 $\theta=0$ から π までの面積は2で、1周期の矩形面積は 2π より有効率は $1/\pi$ となる。次に、式(2)を用いて速度を算出する場合の復元力を補正する。復元力は当初位置で1、限界位置で0のcos曲線と考える。この1/4周期面積と矩形と面積を比較すると有効率は $2/\pi$ となる。これらを適用すると、文献2)のデータから求める転倒速度は式(3)となり、今回提案する転倒速度の式(2)は式(4)となる。

$$v_1 = \text{加速度} / \text{振動数} / \pi \quad (3)$$

$$v_2 = \sqrt{b\lambda g \frac{2}{\pi}} \approx 0.8\sqrt{b\lambda g} \quad (4)$$

表-1は寸法比 λ が異なる3種類の矩形ブロックの転倒速度を比較して示したものであるが、両者はよく対応していることがわかる。

5. おわりに

矩形ブロックのロッキング限界加速度の式を運動方程式とみなして、転倒状況を調べた。結果を既往の研究データと比較した結果、傾向はほぼ一致していることが判った。また、正弦波の有効率を用いて転倒速度を求めてみた結果、転倒速度も解析値とよい対応を示した。石橋壁石などの安定性確認の参考になれば幸いである。

参考文献:

- 1) 筒井：輪石の開閉を伴って揺れる石橋の安定性について、土木構造・材料論文集、35号、2019.12
- 2) 古川他：地震時における墓石の転倒基準の提案、第30回土木学会地震工学研究発表会論文集、2009.3
- 3) Matthew J. DeJong: Seismic Assessment Strategies for Masonry Structures、MASSACHUSETTS INSTITUTE OF TECHNOLOGY、P90、figure5-4、June、2009

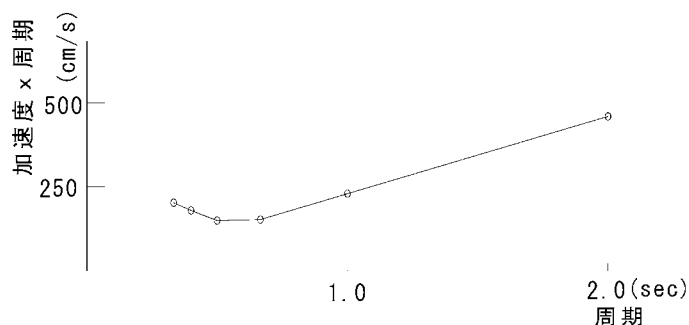


図-4 転倒条件図

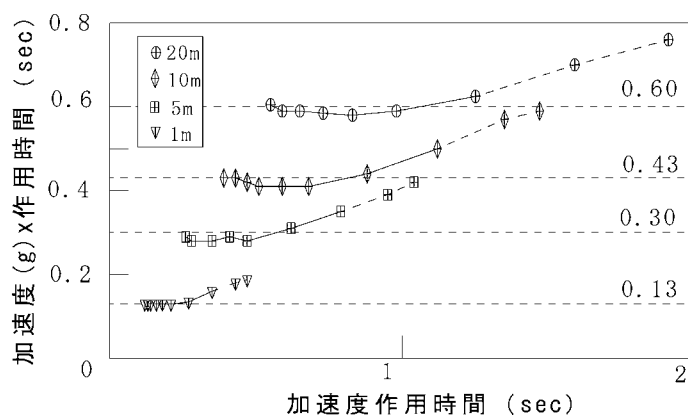


図-5 アーチ橋崩壊速度図

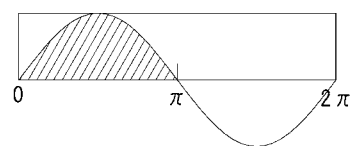


図-6 sin波と矩形

表-1 文献2)と提案式の転倒速度

λ	文献2)			今回提案式
	加速度 (cm/s^2)	振動数 (Hz)	v_1 (式3) (cm/s)	v_2 (式1) (cm/s)
1/2.5	470	2	75	78
1/3	600	2.5	76	71
1/4	610	3	65	62