

One-way wave を用いた消波要素

埼玉大学 正会員 谷山 尚

1. はじめに

広範な広がりを持つ系を、有限の大きさのモデルを用いて波動解析や地震応答解析を行う場合、本来存在しない境界面を人工的に設置することになり、このような境界面から生じる人為的な反射波を吸収する必要がある。そのために様々な方法が用いられるが、消波効率がよい手法は、非線形解析には不向きであったり、計算負荷が大きくなったり、複雑な計算が必要になったりする。一方、粘性境界はモデルの自由度を増すことなく比較的容易に解析に組み入れることが可能であるが、反射波の吸収効率では他の手法と比べてやや劣る。計算負荷を大きく増大させることなく、非線形解析に用いることが可能で簡便かつ効率的な反射波の吸収法は有用である。谷山¹⁾では、2次元有限要素法解析において、境界から外側へと一方向に伝播する波(one-way wave)を用いた消波要素を導出し、境界に1層の消波要素を加えることで効率よく反射波を吸収できることを示しているが、消波要素の大きさ等の条件によっては消波効率が劣ることがあった。本研究では、2次元4節点および8節点四角形要素を用いた場合に、効率よく反射波を吸収できる消波要素を求めた。

2. 消波境界

消波境界には矩形の要素を用い、波は解析モデルの境界と垂直な方向に、解析モデル外部へと伝わるものとする。ここで y 軸方向の境界を考え、波の伝播方向を $+x$ 方向とする。節点 i から $+x$ 方向に距離 d 離れた点における時刻 t_n (n 番目のタイムステップ) の変位を、時刻 $t_n - d/V$ における節点 i の変位に等しいとして、線形加速度法を用いて表し、さらに、 y 方向には1次元の形状関数 $N_i(y)$ を用いて内挿して、要素内の点 (x, y) における時刻 t_n の変位を以下のように表す。

$(k-1)V\Delta t - L \leq x \leq kV\Delta t - L$ のとき

$$u(t_n, x, y) = \sum_i N_i(y) \left[u_i(t_{n-k}) + N_{v(k)}(x) v_i(t_{n-k}) + N_{a(k)}(x) a_i(t_{n-k}) + N_{a1(k)}(x) a_i(t_{n-k+1}) \right] \quad (1)$$

ここで、 $N_{v(k)}(x)$ 、 $N_{a(k)}(x)$ 、 $N_{a1(k)}(x)$ は有限要素法の形状関数に対応する関数で、それぞれ、以下のように表される。

$$N_{v(k)}(x) = \left(k\Delta t - \frac{x+L}{V} \right)$$

$$N_{a(k)}(x) = \frac{1}{2} \left(k\Delta t - \frac{x+L}{V} \right)^2 - \frac{1}{6\Delta t} \left(k\Delta t - \frac{x+L}{V} \right)^3$$

$$N_{a1(k)}(x) = \frac{1}{6\Delta t} \left(k\Delta t - \frac{x+L}{V} \right)^3$$

ただし、 u_i 、 v_i および a_i はそれぞれ節点 i での変位、速度、加速度を、 Δt は時間刻みを表す。また、 V は波の伝わる速さを表し、P波が対象の場合はP波速度(V_p)、S波が対象の時はS波速度(V_s)となる。さらに、消波要素の x 方向の長さを $2L$ とし、原点を要素中央に取っている。なお、式(1)の Σ は、解析モデルの境界に位置する節点のみに関する和である。式(1)を微分することで要素内の点におけるひずみを求め、これに応力ひずみマトリクスと \mathbf{B} マトリクスを乗じて、要素全体にわたって積分することで、 $v_i(t_{n-k})$ 、 $a_i(t_{n-k})$ にかかる要素マトリクス(消波マトリクス)が得られる。

キーワード 消波境界, 波動, 有限要素法

連絡先 〒338-8570 埼玉県さいたま市桜区下大久保 255 埼玉大学 TEL 048-858-3548

本研究では、波の伝播方向の変位はP波、伝播方向と垂直な方向の変位はS波によるものとして、伝播方向の直ひずみに伴う伝播方向の節点力(y軸方向の境界の場合、 ε_{xx} によるx方向の節点力)と、S波の変位によって生じるせん断ひずみに伴うS波変位方向の節点力(y軸方向の境界の場合、 $\partial u_y / \partial x$ によるy方向の節点力)のみを考慮するものとする。また、波の伝播方向(解析モデルの境界と垂直方向)の節点間距離は $2V\Delta t$ とする。すなわち、次タイムステップの値を求める際に、4節点要素の場合は1タイムステップ、8節点要素の場合は3タイムステップ前までの、解析モデル境界に位置する節点の速度と加速度を用いて、反射波を消去することになる。なお、節点間距離を $2V\Delta t$ とすることで、x方向とy方向の節点が空間上異なった点に位置することになるが、上述した仮定によって、x方向とy方向の変位と節点力は互いに独立していて連成せず、このことによる問題は生じない。

3. 解析モデルと解析結果

図1に示すように水平方向に54 m、鉛直方向に66 mの解析モデルの右側側面と底面に2章で述べた消波要素を配し(図1灰色部分)、モデルの左上の節点に $F(t) = -5 \times 10^5 \exp\{-10(t-1.2)^2\} \sin 20\pi(t-1.2)$ (N)で表される荷重を加えて解析を行った。解析モデル内部の要素の節点間距離は1 m、 Δt は0.001 sとし、減衰は与えていない。対称性を考えて、右半分だけをモデル化している。

図1中▽で表された節点におけるx方向の変位(時刻歴)を図2に示す。図2にはLambの式を用いて求めた変位もあわせて示している。4節点四角形要素(図2上)、8節点四角形要素(図2下)を用いた解析どちらにおいても、本解析で得られた波形は、Lambの式を用いて求めた波形とよく一致しており、反射波の影響はほとんど見られない。提案した手法によって、境界からの反射波が効率よく吸収されていることがわかる。

4. まとめ

本研究では、谷山(2020)で示された one-way wave を用いた消波境界について、4節点四角形要素、8節点四角形要素ともに、節点間距離が $2 \times$ 波の伝播速度 \times 時間刻みとなる条件で消波要素マトリクスを求めて解析を行った。その結果、上述した条件で求めた消波要素は消波効率が良いことを示した。

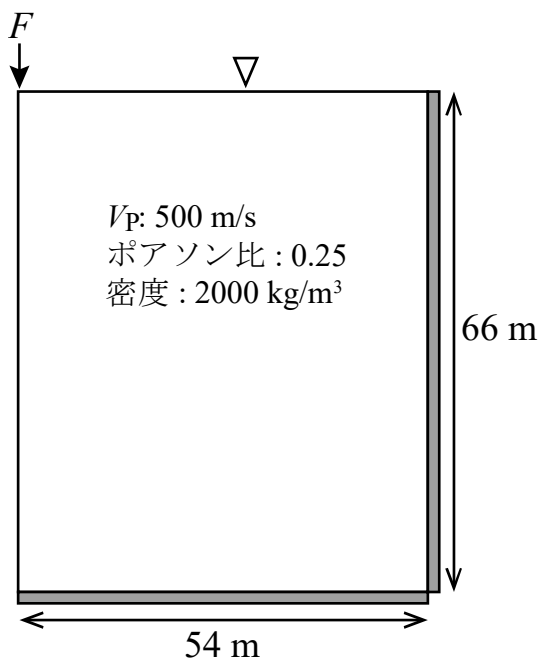


図1 解析モデル

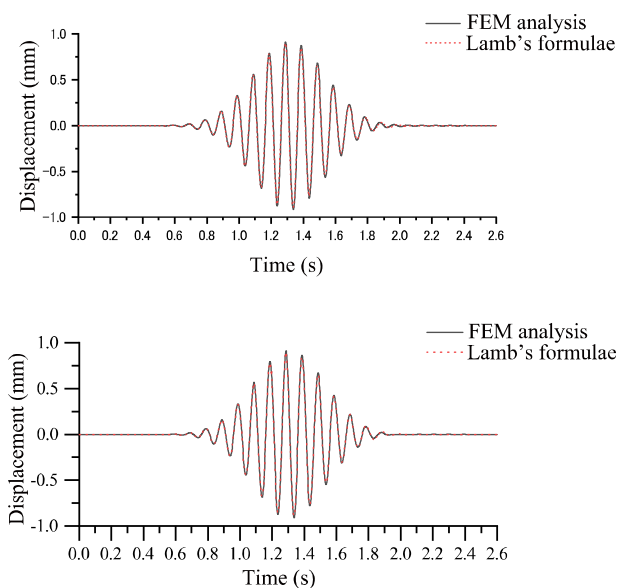


図2 解析結果(変位波形). 4節点(上図), 8節点(下図)

1) 日本地震工学会論文集, 20 巻 6 号 p. 6_15-6_24, 2000 年